

高校经典教材同步辅导

九章丛书

经济应用数学基础(三)

概率论与数理统计

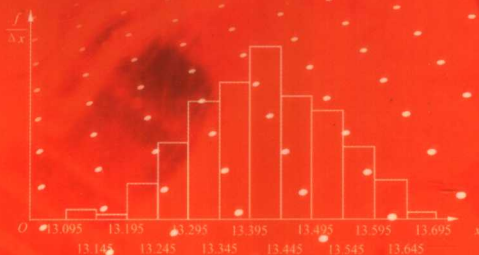
人大修订本第二版

辅导及习题全解

主编 / 杨富云 孙怀东

编写 / 九章系列课题组

★ 知识点窍 ★ 逻辑推理
★ 习题全解 ★ 全真考题
★ 名师执笔 ★ 题型归类



新版

人民日报出版社

高校经典教材同步辅导

经济应用数学基础(三)
概率论与数理统计
(人大修订本第二版)
辅导及习题全解

主编	杨富云	孙怀东
主审	战扬	
编写	丸章系列课题组	
	赵志新	曹伊悦
	杨威平	康伟

人民日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

高校经典教材同步辅导·概率论与数理统计(人大修订本第二版)/杨富云,孙怀东主编. —北京:人民日报出版社,2004.4

ISBN 7-80153-865-X

I. 高… II. ①杨…②孙… III. 高校—教学参考资料
IV. G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 030530 号

高校经典教材同步辅导·概率论与数理统计(人大修订本第二版)

主 编: 杨富云 孙怀东

责任编辑: 安 申

封面设计: 伍克润

出版发行: 人民日报出版社(北京金台西路 2 号/邮编: 100733)

经 销: 新华书店

印 刷:

字 数: 327 千字

开 本: 850×1168 1/32

印 张: 12.75

印 数: 3000

印 次: 2005 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-80153-865-X/G·479

定 价: 13.80 元(全五册·128.00 元)

前 言

概率论和数理统计是研究随机现象客观规律的数学学科,是高等院校的一门重要数学基础课。通过本课程,培养学生运用概率统计方法分析和解决实际问题的能力。概率统计方法广泛应用于科学技术、经济管理、工农业生产和社会人文等诸多领域。因而学好概率统计的各种方法与理论非常重要。

本书主要是配套人大修订版的《概率论与数理统计》教材,针对每章内容,精选各种具有代表性的例题,并按章节附有历年考研真题,内容齐全,题型多样,从读者的角度出发,帮助大家来解决学习过程中遇到的种种疑难。

此书的特点在于选题上的精,针对每一章的内容,归纳出若干题型,每一题型中的选题不赘余,达到掌握该方法的效果即可。书中不仅题型多样,而且在难易程度上由浅入深,由易到难。为方便广大读者查找,本书还将各题型题目列入目录,使人一目了然。此外,每一题大体上分成“知识点窍”、“逻辑推理”和“解题过程”三个部分,既有点睛之处,又有详尽解答。

本书给出了教材中全部课后习题的详细解答,以帮助广大读者掌握并巩固理论知识与解题方法,扩充大脑思维。相信本书能给各位读者以启迪,更好地掌握概率统计

方法。除了作为辅助教材和复习参考书外,本书还可以为准备报考硕士研究生的考生提供一些帮助。

在成书过程中,编者参考了众多优秀的著作和教材,由于篇幅所限,未能一一列出,在此谨向有关作者表示衷心感谢。

由于时间较仓促,编者水平有限,难免书中有疏漏之处,敬请各位同行和读者给予批评、指正。

编者

2005年6月

目 录

第一章 随机事件及其概率	1
一、基本要求	1
二、基本概念与公式	1
三、重点与难点	5
四、典型题型的解题方法与技巧	5
题型(一) 事件的表示方法及其运算	5
题型(二) 随机试验的样本空间的描述	6
题型(三) 事件运算的性质的应用	7
题型(四) 有关概率基本性质的命题	10
题型(五) 古典概型的计算	12
题型(六) 几何概型的计算	16
题型(七) 有关事件独立性的相关命题	17
题型(八) 求与条件概率有关的事件的概率	21
题型(九) 全概率公式和贝叶斯(Bayes)公式的命题	23
题型(十) 伯努利(Benoulli)试验的应用	27
五、全真考题精选	28
六、课后习题全解	32
第二章 随机变量及其分布	49
一、基本要求	49
二、基本概念与公式	49
三、重点与难点	55
四、典型题型的解题方法与技巧	56
题型(一) 有关分布律、分布函数以及概率密度的基本概念和 性质的命题	56

题型(二) 有关离散型和连续型的分布律、密度函数以及分布函数的命题	59
题型(三) 已知事件的概率分布或概率密度,反求事件中的未知参数	61
题型(四) 利用常见分布求相关事件的概率	63
题型(五) 随机变量的分布律或分布函数的相关计算	66
题型(六) 求随机变量函数的分布	69
题型(七) 二维随机变量及其分布的基本概念及性质	71
题型(八) 给定的试验来确定各种概率分布	74
题型(九) 随机变量函数的分布	76
题型(十) 由给定的分布或密度求各种分布或密度	80
题型(十一) 二维随机变量取值的概率	86
五、全真考题精选	88
六、课后习题全解	94
第三章 随机变量的数字特征	119
一、基本要求	119
二、基本概念与公式	119
三、重点与难点	123
四、典型题型的解题方法与技巧	123
题型(一) 由给定分布律或试验求相应一维随机变量的数学期望与方差	123
题型(二) 由给定分布求相应二维随机变量的数学期望与方差	127
题型(三) 求离散型和连续型随机变量函数的数学期望与方差	134
题型(四) 有关矩、协方差、相关系数、协方差矩阵及独立性与相关性的讨论	134
题型(五) 应用题	138
五、全真考题精选	141
六、课后习题全解	150
第四章 几种重要分布	164
一、基本要求	164

目 录

二、基本概念与公式	164
三、重点与难点	170
四、典型题型的解题方法与技巧	171
题型(一) 二项分布的分布律及相关计算	171
题型(二) 超几何分布的概率计算	173
题型(三) 利用泊松定理计算概率	174
题型(四) 泊松分布的相关计算	175
题型(五) 均匀分布的相关计算	177
题型(六) 指数分布的相关计算	179
题型(七) 正态分布的性质及相关计算	181
五、全真考题精选	182
六、课后习题全解	193
第五章 大数定律和中心极限定理	207
一、基本要求	207
二、基本概念与公式	207
三、重点与难点	209
四、典型题型的解题方法与技巧	210
题型(一) 有关切比雪夫不等式应用的相关命题	210
题型(二) 大数定理的应用	213
题型(三) 中心极限定理的应用	217
五、全真考题精选	224
六、课后习题全解	227
第六章 马尔可夫链	237
一、基本要求	237
二、基本概念与公式	237
三、重点与难点	240
四、典型题型的解题方法与技巧	240
题型(一) 马尔可夫过程及其概率分布的相关命题	240
题型(二) 多元转移概率的确定	241
五、课后习题全解	242

第七章 样本分布	251
一、基本要求	251
二、基本概念与公式	251
三、重点与难点	254
四、典型题型的解题方法与技巧	255
题型(一) 有关总体样本均值及样本方差的相关命题	255
题型(二) 有关样本的联合分布函数、经验分布函数的命题	257
题型(三) 统计量的数学特征	259
题型(四) 正态总体的抽样分布	261
题型(五) 求统计量取值的概率及由某个范围内的概率来反求 总体参数的类型	265
五、全真考题精选	268
六、课后习题全解	271
第八章 参数估计	281
一、基本要求	281
二、基本概念与公式	281
三、重点与难点	288
四、典型题型的解题方法与技巧	288
题型(一) 求点估计量的方法	288
题型(二) 评选估计量的标准	295
题型(三) 正态总体参数的置信区间	299
五、全真考题精选	304
六、课后习题全解	309
第九章 假设检验	318
一、基本要求	318
二、基本概念与公式	318
三、重点与难点	325
四、典型题型的解题方法与技巧	325
题型(一) 统计假设和显著性检验	325

目 录

题型(二) 单个正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 均值 μ 的假设检验	328
题型(三) 单个正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 方差 σ^2 的假设检验	331
题型(四) 两个正态总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的假设检验	334
题型(五) 两个正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 方差 σ_1^2, σ_2^2 的假设 检验	336
五、全真考题精选	338
六、课后习题全解	339
第十章 方差分析	346
一、基本要求	346
二、基本概念与公式	346
三、重点与难点	352
四、典型题型的解题方法与技巧	352
方差分析的相关命题	352
五、课后习题全解	360
第十一章 回归分析	368
一、基本要求	368
二、基本概念与公式	368
三、重点与难点	372
四、典型题型的解题方法与技巧	372
关于回归分析的命题	372
五、课后习题全解	375
补充习题全解	382

第一章 随机事件及其概率

一、基本要求

1. 熟悉随机事件、频率的概念以及概率的定义；
2. 掌握随机事件的各运算法则，包括交换律、结合律、分配律及吸收律等；
3. 理解样本空间和样本点的概念；
4. 掌握概率的古典定义，学会计算古典型概率问题；
5. 理解并掌握概率的基本性质；
6. 掌握概率的加法公式、乘法公式、全概率公式及贝叶斯公式；
7. 能利用乘法公式和事件的独立性计算有关积事件的概率；
8. 能利用全概率公式和贝叶斯公式计算概率；
9. 理解独立重复试验的概念以及 n 重贝努利试验的含义；
10. 了解二项概率公式及其运用。

二、基本概念与公式

1. 随机试验

满足下列三个条件的试验称为随机试验，常用 E 来表示。

- (1) 在相同条件下可以重复进行；
- (2) 每次试验的可能结果不止一个，并且事先可以知道试验的所有可能结果；
- (3) 进行一次试验之前不能确定出现的是哪个结果。

2. 随机事件

在随机试验中，可能发生也可能不发生的结果称为随机事件，常用 $A, B, C, \dots$ 表示。

- (1) 基本事件：在一个试验中，总可以从结果中找到一组基本结果，满足：
 - ① 每进行一次试验，必须出现且只能出现一个基本结果；

② 任何事件,都是由其中的一些基本结果所组成.

随机试验中的每一个基本结果是一个随机事件,称为基本事件.

(2) 复合事件:由多个基本事件构成的事件称为复合事件.

(3) 必然事件:在每次试验中一定发生的事件称为必然事件,用 Ω 来表示.

(4) 不可能事件:在每次试验中一定不发生的事件称为不可能事件,用 $\varnothing$ 来表示.

3. 样本点和样本空间

基本事件又称为样本点,记为 ω ; 随机试验 E 的全体样本点组成的集合称为样本空间,记为 Ω . 随机事件即为样本空间的一个子集.

4. 事件之间的关系及运算

(1) 相等: $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称事件 A 与事件 B 相等, 记为 $A = B$.

(2) 和事件: 事件 A 与事件 B 至少有一个发生, 这一事件称为 A 与 B 的和事件, 记为 $A \cup B$ 或 $A + B$.

(3) 积事件: 事件 A 与事件 B 同时发生, 这一事件称为 A 与 B 的积事件, 记为 $A \cap B$ 或 AB .

(4) 差事件: 事件 A 发生而事件 B 不发生, 这一事件称为 A 与 B 的差事件, 记为 $A - B (= A\bar{B} = A - AB)$.

(5) 逆事件(对立事件): 事件 A 不发生称为 A 的逆事件, 记为 $\bar{A} (= \Omega - A)$. 即在每次试验中, A 与 $\bar{A}$ 有且仅有一个发生.

(6) 互斥事件(互不相容事件): 事件 A 与事件 B 不同时发生称为 A 与 B 互斥, 即 $A \cap B = \varnothing$. 若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 两两互斥, 即 $A_i \cap A_j = \varnothing (i \neq j)$, 则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为互斥事件组. 若 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 互斥, 且 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$, 则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 为完备事件组.

5. 概率的定义

(1) 统计定义

在 n 次重复试验中, 若事件 A 发生了 m 次, 则称 $\frac{m}{n}$ 为事件 A 发生的频率.

在相同的条件下, 重复进行 n 次实验, 随着 n 的不断增大, 事件 A 发生的频率会稳定的趋于某一常数 p , 则称常数 p 为事件 A 的概率, 记为 $P(A)$.

(2) 古典定义

若随机试验满足: ① 有限性, 即样本空间中基本事件的个数有限, $S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$; ② 等可能性, 即基本事件发生的可能性相等, $P(e_1) = P(e_2) =$

$\cdots = P(e_n)$, 则称之为古典概型, 此时, 若 Ω 中有 n 个基本事件, A 中有 m 个基本事件, 则事件 A 的概率为 $P(A) = \frac{m}{n}$. 这里 $e_1, e_2, \cdots, e_n$ 是一完备事件组.

6. 概率的性质

$$(1) 0 \leq P(A) \leq 1;$$

$$(2) P(\emptyset) = 0;$$

$$(3) P(A) + P(\bar{A}) = 1;$$

(4) 可列可加性: 设 $A_1, A_2, \cdots$, 是一列两两互不相容的事件, 即

$$A_i A_j = \emptyset, (i \neq j), i, j = 1, 2, \cdots$$

有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots.$$

(5) 有限可加性: 设 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 是 n 个两两互不相容的事件, 即

$$A_i A_j = \emptyset, (i \neq j), i, j = 1, 2, \cdots, n$$

则有

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n);$$

(6) 单调不减性: 若事件 $A \subset B$, 则

$$P(A) \leq P(B)$$

(7) 事件差: 设 A, B 是两个事件, 则

$$P(A - B) = P(A) - P(AB)$$

(8) 加法公式: 对任意两事件 A, B , 有

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB),$$

该公式可推广到任意 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的情形;

(9) 可分性: 对任意两事件 A, B , 有

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}).$$

7. 条件概率的定义、性质及乘法公式

(1) 定义

设 A, B 为两个事件, 且 $P(B) > 0$, 则称 $\frac{P(AB)}{P(B)}$ 为事件 B 发生的条件下事件 A 发生的条件概率, 记为

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

(2) 性质

根据条件概率定义, 不难验证它具有下列三个性质, 即

$$\textcircled{1} P(A | B) \geq 0;$$

$$\textcircled{2} P(\Omega | B) = 1;$$

③ 若事件 $A_1, A_2, \dots$ 是两两互不相容的, 则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \mid B\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i \mid B)$$

(3) 概率的乘法公式

设有事件 A 和 B , 若 $P(A) > 0$ 或 $P(B) > 0$, 则由条件概率定义, 得

$$P(AB) = P(A)P(B \mid A),$$

或

$$P(AB) = P(B)P(A \mid B).$$

一般地, 设事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 若 $P(A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) > 0$, 则有

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1 A_2) \cdots$$

$$P(A_n \mid A_1 A_2 \cdots A_{n-1})$$

8. 全概率公式与贝叶斯公式

设 Ω 为随机试验 E 的样本空间, $B_1, B_2, \dots$ 为 Ω 的一个完备事件组, 设 A 为样本空间 Ω 的事件, 且 $P(B_i) > 0 (i = 1, 2, \dots)$, 则

$$(1) P(A) = P(B_1)P(A \mid B_1) + P(B_2)P(A \mid B_2) + \cdots$$

称为全概率公式.

$$(2) P(B_i \mid A) = \frac{P(B_i)P(A \mid B_i)}{\sum_{j=1}^{\infty} P(B_j)P(A \mid B_j)} \quad i = 1, 2, \dots$$

称为贝叶斯公式或逆概率公式.

9. 事件的独立性

若 $P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件 A 与事件 B 相互独立. n 个事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 若 $\forall i \neq j, A_i$ 与 A_j 独立, 则称这 n 个事件两两相互独立; 若 $P(A_{i_1} A_{i_2} \cdots A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \cdots P(A_{i_k}), 1 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq n, 2 \leq k \leq n$ 均成立, 则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立.

注 ① 事件 A 与事件 B 独立, 则 A 与 $\bar{B}, \bar{A}$ 与 $B, \bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 亦相互独立.

② $A_1, A_2, \dots, A_n$ 相互独立与 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 两两相互独立是不同的概念, 前者蕴涵后者, 但反之不真.

③ A 与 B 相互独立 $\Leftrightarrow P(B \mid A) = P(B) (P(A) > 0)$.

④ $P(B \mid A) = 1 - P(\bar{B} \mid A) (P(A) > 0)$;

$$P(A_1 + A_2 \mid B) = P(A_1 \mid B) + P(A_2 \mid B) - P(A_1 A_2 \mid B).$$

10. 贝努利概型

(1) 独立重复试验序列;

在相同条件下将同一试验重复做 n 次,且这 n 次试验是相互独立的,每次试验的结果只有两个: $A, \bar{A}$,这样的试验称为 n 重贝努利概型.

(2) 二项概率公式:

在贝努利概型中,设事件 A 发生的概率为 $p (0 < p < 1)$,则 n 次试验中 A 发生了 k 次的概率为

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

此公式称为二项概率公式.

三、重点与难点

1. 随机事件的概念;
2. 概率的定义(统计定义,古典定义);
3. 古典概率;
4. 条件概率的性质及计算;
5. 全概率公式与贝叶斯公式的计算应用;
6. 事件的独立性与二项概率公式.

四、典型题型的解题方法与技巧

题型(一) 事件的表示方法及其运算

【解题提示】 事件是空间的子集,因此要想正确的表示事件必须首先写出正确的样本空间,并进而弄清楚不同事件之间的关系;对于事件的运算,其与集合运算相对应.

【例 1-1】 连续进行三次独立射击,设 A_i “第 i 次射击命中”, $i = 1, 2, 3$; B_j “恰好命中 j 次”, $j = 0, 1, 2, 3$; C_k = “至少命中 k 次”, $k = 0, 1, 2, 3$.

(1) 试用 A_i 表示 B_j 和 C_k ; $i = 1, 2, 3, j, k = 0, 1, 2, 3$.

(2) 试用 B_j 表示 C_k ; $j, k = 0, 1, 2, 3$.

【解】 (1) $B_0 = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3$; $B_1 = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3$;

$$B_2 = A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3; \quad B_3 = A_1 A_2 A_3;$$

$$C_0 = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + A_1 + A_2 + A_3; \quad C_1 = A_1 + A_2 + A_3;$$

$$C_2 = A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_3; \quad C_3 = A_1 A_2 A_3.$$

$$(2) \quad C_0 = B_0 + B_1 + B_2 + B_3;$$

$$C_1 = B_1 + B_2 + B_3;$$

$$C_2 = B_2 + B_3;$$

$$C_3 = B_3.$$

【点评】 由本例可见

$$A_1 + A_2 + A_3 = B_0 + B_1 + B_2 + B_3 = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A_3;$$

等式左端是三个相容事件的和,而右端各项互不相容,就是说任意事件的和,可以化为不相容事件的和,这在计算概率时是经常应用的,一般方法如下:

设 A, B, C 为任意事件,则

$$A + B = A + (B - A) = A + B\bar{A}.$$

$$A + B + C = A + (B - A) + (C - A - B) = A + B\bar{A} + C\bar{A}\bar{B}.$$

【例 1-2】 在电炉上安装了 4 个温控器,其显示温度的误差是随机的.在使用过程中,只要有 2 个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0 ,电炉就断电.以 E 表示事件“电炉断电”,而 $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq T_{(3)} \leq T_{(4)}$ 为 4 个温控器显示的按递增顺序排列的温度值,则事件 E 等于.

$$(A) \{T_{(1)} \leq t_0\} \quad (B) \{T_{(2)} \leq t_0\} \quad (C) \{T_{(3)} \leq t_0\} \quad (D) \{T_{(4)} \leq t_0\}$$

【解】 由题意可知只有 2 个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0 ,事件 E 就发生.由于 $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq T_{(3)} \leq T_{(4)}$, $\{T_{(1)} \geq t_0\}$ 表示 4 个温控器显示的温度都不低于 t_0 ; $\{T_{(2)} \geq t_0\}$ 表示至少有 3 个温控器显示的温度都不低于 t_0 ; $\{T_{(3)} \geq t_0\}$ 表示至少有 2 个温控显示器的温度不低于 t_0 ; $\{T_{(4)} \geq t_0\}$ 表示至少一个温控器显示的温度不低于 t_0 . 因此仅选 (C).

题型(二) 随机试验的样本空间的描述

【解题提示】 随机试验具有以下三种特点:① 可以在相同的条件下重复地进行;② 每次试验的可能结果不止一个,且能事先明确试验的所有可能结果;③ 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现. 随机试验的每一个可能结果称为随机事件,相对于观察目的不能再分解的事件称为基本事件. 所有基本事件的全体称为样本空间,记做 Ω (或 S).

【例 1-3】 将一颗骰子连掷两次,观察其掷出的点数. 令 $A = \{\text{两次掷出的点数相同}\}$, $B = \{\text{点数之和为 } 10\}$, $C = \{\text{最小点数是 } 4\}$.

(1) 写出试验的样本空间;

(2) 用样本点表示事件 A, B, C 以及 $A \cup B, ABC, A - C, C - A, B\bar{C}, A \cup (BC)$.

【解】 (1) 每次掷骰子都有 6 个可能结果,令第一次出现 1 点,且第二次出现 1 点的表示方法为“11”,其他类似,因此样本空间可表示为

$$\Omega = \{11, 12, \dots, 16, 21, 22, \dots, 26, \dots, 61, 62, \dots, 66\},$$

Ω 共包含有 36 个元素.

(2) 通过以上分析可知 $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66\}$; $B = \{46, 55, 64\}$, C

$$= \{44, 45, 46, 54, 64\}, A \cup B = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 46, 64\},$$

$$ABC = \emptyset,$$

$$A - C = \{11, 22, 33, 55, 66\},$$

$$C - A = \{45, 46, 54, 64\},$$

$$B\bar{C} = \{55\},$$

$$A \cup (BC) = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 46, 64\}.$$

【例 1-4】 写出下列随机试验 E 的样本空间 Ω , 如果 Ω 是有限集, 计算样本空间的容量 V_n (Ω 中样本点的总数目):

- (1) E : 一个小班进行一次数学考试, 试录其平均成绩 (百分制);
- (2) E : 10 件产品中有 3 件是次品, 每次从该 10 件中任取 1 件 (取后不放回), 直至 3 件次品都取出为止, 记录抽取的次数;
- (3) E : 连续生产某种产品, 直到生产出 10 个正品为止, 记录产品总件数;
- (4) E : 某射击手向靶射击, 直到击中为止, 记录击中的各种情况;
- (5) E : 向 xoy 平面上的单位圆内 ($x^2 + y^2 < 1$) 投点, 记录落点的坐标,

【解】 (1) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \frac{0}{n}, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{1000 \cdot n}{n}$, n 为小班人数,

因此, 样本空间的容量为 $V_n = 100n + 1$;

(2) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \{3, 4, \dots, 10\}$, 因此, 样本空间的容量为 $V_n = 8$;

(3) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \{10, 11, 12, \dots\}$;

(4) 用 ω_i 表示第 i 次击中, $\bar{\omega}_i$ 表示第 i 次不中, 则试验 E 的样本空间为

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_1 \bar{\omega}_1, \omega_1 \bar{\omega}_1 \omega_2, \omega_1 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2, \omega_1 \bar{\omega}_1 \omega_3, \dots, \omega_1 \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2 \dots \omega_{n-1} \bar{\omega}_n, \dots\}$$

Ω 为无限集;

(5) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$.

题型(三) 事件运算的性质的应用

【解题提示】 事件运算的性质主要包括事件之间的交换律、结合律、分配律及摩根律, 此外在事件关系运算中还有 ① $A = AB + A\bar{B}$, 其中 AB 与 $A\bar{B}$ 互不相容; ② A, B 互不相容, $A - B = A, AB = \emptyset$; ③ $A \supset B$ 时, $A + B = A, AB = B$.

【例 1-5】 设袋内有 10 个编号为 1 ~ 10 的球, 从中任取一个, 观察其号码:

- (1) 写出此试验的样本空间;
- (2) 若 A 表示“取得的球的号码是奇数”, B 表示“取得的球的号码是偶数”, C 表示“取得的球的号码小于 5”, 则: ① $A \cup B$, ② AB , ③ $\bar{C}$, ④ $\bar{A} \bar{C}$, ⑤