高等职业技术学校
高等工业专科学校 教材

物理学

王文槿 主编

中国计量出版社

高等职业技术学校
高等工业专科学校 教材

物理学

王文槿 主编

中国计量出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理学/王文槿主编. - 北京:中国计量出版社,2000.5 高等职业技术学校、高等工业专科学校教材

ISBN 7 - 5026 - 1268 - 8

Ⅰ.物… Ⅱ.王… Ⅲ.物理学 - 高等学校:技术学校 - 教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 04483 号

内 容 提 要

本书是参照教育部制定的《全国高职高专物理课程教学基本要求(讨论稿)》编写的高等职业技术学校、高等工业专科学校物理教材,覆盖力学、电磁学、热学、振动和波动、光学、近代物理等内容,有较多的图片和图示,可用于 60 ~ 90 学时课程。教材吸取了国内及发达国家同类教材的优点,在降低理论深度、避免繁杂的数学推导、选用有实际背景、理论联系实际的题目、提高学生的学习兴趣、增加教材对不同专业的适用性等方面具有特色。书中配有适当的思考题和计算题,并附习题答案。

本书可作为高等职业技术学校、高等工业专科学校物理教材,也可供成人高等学校、职业大学、电视大学各专业使用。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

电话 (010) 64275360

中国计量出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

*

787mm × 1092mm 16 开本 印张 13.25 字数 318 千字

2000 年 5 月第 1 版 2000 年 5 月第 1 次印刷

*

印数 1—4000 定价:20.00 元

序

物理学是研究物质的基本结构、相互作用和物质最基本、最普遍的运动形式及其转化规律的学科。物理学研究的对象具有极大的普遍性，它的基本理论渗透于一切自然科学领域，应用于生产技术的各个部门，它是自然科学的许多领域和工程技术的基础。高等职业技术专业物理课的作用，一方面在于为技术应用型人才将来从事专业技术工作打好必要的物理基础、培养独立获取知识的能力，同时也对学生建立辩证唯物主义世界观、激发探索和创新精神、增强适应能力、提高人才素质起着重要作用。

高等职业技术学校、高等工业专科学校物理课程是为实现技术应用型人才的培养目标而开设的一门基础课，它一方面要为学生形成科学世界观打下必要的物理基础，同时也为学生学习后续课程、形成职业技能和将来从事本职工作打下必要的物理基础。

《物理学》是适用于高等职业技术教育及高等工业专科学校各专业的一本新型教材。它吸取了国内及发达国家同类教材的优点，在降低理论深度、避免繁杂的数学推导、选用有实际背景、理论联系实际的题目及增加图示等方面进行了一些有益的尝试，力图教给学生一些后续课程用得上，且对学生终身有益的物理知识。作为一本探索性的教材，相信会引起高等职业技术学校、高等工业专科学校师生的兴趣，也诚心期待批评指正。

阎金铎

1999 年 11 月于北京师范大学

前　言

随着我国近年来高等教育的发展，特别是近年的高等职业技术教育的发展，大量学生进入高等职业技术学校。高等职业技术学校、高等工业专科学校将统一按照教育部的《全国高职高专物理课程教学基本要求》进行授课，这些专业急需一本实用性强的物理教材。

高等职业技术学校、高等工业专科学校教材《物理学》是为高等职业教育及高等工业专科各类专业提供的一本物理教材。教材编写考虑到要使学生理解必要的物理学基本概念、原理，培养学生的分析、解题、探索能力，提高学生的科学素质，为专业知识学习和技术实践打下必要的物理基础。其内容选取和深浅程度既考虑了学生的基础，又参考了《全国高职高专物理课程教学基本要求（讨论稿）》和多种国内、外同类教材。

教材编写特点为：(1)降低理论深度，尽量避免繁杂的数学推导，少用微积分，减少学生在数学上的困难，降低对先修课程的要求，使教材的适用范围更大；(2)在例题和习题中，尽量选用有实际背景、理论联系实际的题目，并在各章节中注意简单介绍相关物理知识在生产、科学、生活中的应用，增加教材的实用性；(3)增加图示，减少公式推导，有些内容从特例直接得出一般结论，有些内容采用列表方式给出结果，力图把学生从复杂的数学推导中解放出来，降低学习难度，增强学生学习兴趣；(4)教材尽量选用最新材料、新数据，特别是传统教材中选用较少的方面，使其具有新意；(5)教材内容力求全面，以利于不同的专业和不同的要求选用，提高教材的适用性。

全书约20万字，覆盖力学、电磁学、热学、振动和波动、光学、近代物理等内容，有较多的图片和图示，可用于60~90学时课程。教材选用那些最核心、最基本的知识为内容，力图教给学生一些后续课程用得上，且对学生终身有益的物理知识。

高等职业技术学校、高等工业专科学校物理教学改革是一项艰巨的任务，编者力图实现以上的愿望和设想，但限于认识和水平，难免有不足之处，恳请专家和同行提出批评和建议。

参加本书编写的有王文槿、徐蕾蕾、傅毅梅、柳凤玲等。

在本书的编写和审稿过程中，得到阎金铎教授的热情帮助和鼓励，在教材试用和修改期间，林中忖、张丹海、张国忠、沈乃敏、王美霞、蓝荣林、刘桂珍等多位教授在不同的方面参与工作并提出有益的建议，编者衷心表示感谢。

编　者

1999年11月15日

目　　录

第一章　经典力学的原理

§1-1　机械运动状态的描述

力学是研究物体作机械运动的学科，它分为运动学和动力学。运动学研究运动而不考虑运动的起因，动力学则包含运动定律，在这一部分，我们只学习机械运动的运动学描述。

一、描述质点机械运动状态的物理量

状态，在科学技术中，指物质系统所处的状况。物质系统的状态，由一组物理量表征。在机械运动中，把不考虑形状、大小的物体称为质点。我们选定**位置**和**速度**来描述质点在选定坐标系中的运动状态。这是因为，对应于某一时刻 t_1 质点处在参照系内某一位置（x、y、z）点，坐标（x、y、z）表示了质点在该时刻位于该点。同时，质点是运动着的，它不会固定在这点上，而是正在经过这一位置。由此可见，对任一时刻 t_1 用位置坐标（x、y、z）或位置矢量 $\boldsymbol{r}$（$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$）和速度 $\boldsymbol{v}$，可以描述物体在同一瞬间，既在同一地点，又不在同一地点这种运动状态的自身矛盾。可见，位置和速度是描述质点运动状态的物理量。

在运动学中，为确切描述一个物体的位置，需要找一个参照系，并在参照系上建立坐标系，物体在某一时刻的**位置矢量**，就是从坐标原点指向物体所在位置的矢量。如一辆汽车位于 $x=5\text{m}$，$y=4\text{m}$ 处，如图 1-1 所示。位置矢量为 $\boldsymbol{r}=(5\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\text{m}$，**速度**是用来表示物体位置变化快慢和方向的物理量。速度是矢量，定义为

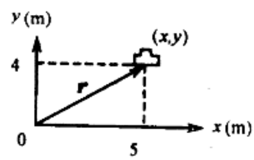


图 1-1　位置矢量

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \qquad (1-1)$$

速度的大小称速率。速率为标量。速度和速率的单位均为 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$。

二、描述运动状态变化的物理量

描述物体运动位置变化的物理量为**位移矢量**，如图 1-2 中的汽车由位置（5m，4m）运动到（8m，5m）时，位移为 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(3\boldsymbol{i}+1\boldsymbol{j})\text{m}$。

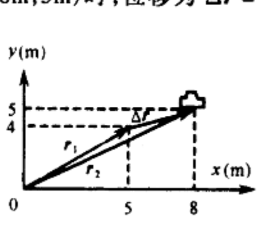


图 1-2　位移

描述物体速度矢量的大小和方向随时间变化的物理量叫**加速度**。加速度也是矢量，定义为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}==\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \qquad (1-2)$$

加速度的单位是 $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$。

在二维的曲线运动中，速度 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$，则加速度 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}$。

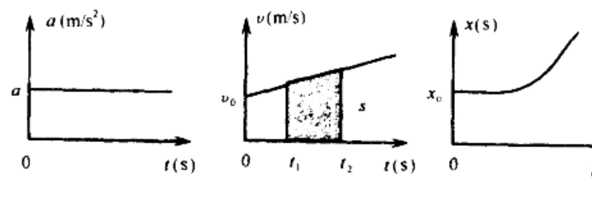
让我们讨论一下加速度 $\boldsymbol{a}$ 和物体运动的关系：

(1)$\boldsymbol{a}=0$

当加速度 $\boldsymbol{a}=0$ 时，表明速度没有变化，为常矢量 $\boldsymbol{v}_o$，此时物体作匀速直线运动。

(2)$\boldsymbol{a}=$ 常矢量

当加速度 $\boldsymbol{a}$ 为常矢量的时候，物体表现为作匀变速直线运动，加速度大小和方向都保持不变。图 1－3 为匀变速直线运动的 $a\sim t$ 曲线，$v\sim t$ 曲线及 $x\sim t$ 曲线(设 $x_o>0, v_o>0, a>0$)。为了简单，这里只给出了一维运动的曲线。在匀速圆周运动中，虽然速度的大小始终不变，但速度的方向却时刻都在变化，在图 1－4 所示。



(a) a-t 曲线　(b) v-t 曲线　(c) x-t 曲线

图　1－3

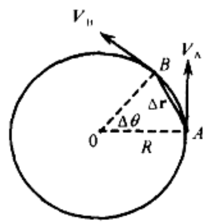


图 1－4　圆周运动的速度变化

匀速圆周运动的加速度大小为 $|\boldsymbol{a}|=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\dfrac{v^2}{R}$，　(1－3)

方向指向圆心，称作向心加速度，也称法向加速度，常用 a_n 表示。

如果质点作圆周运动时，速度的大小也随时间不断改变，这种运动称变速圆周运动。变速圆周运动中的加速度有两部分，除了 $a_n=\dfrac{v_2}{R}$外，还有切向加速度 a_τ，

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad (1-4)$$

总加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_\tau$，$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=\sqrt{\left(\dfrac{v^2}{R}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2}$　(1－5)

三、运动方程

物体的位置矢量随时间变化的规律 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$叫做**运动方程**。

如果已知运动方程，可以知道质点的 $\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{a}$ 及运动的详细情况，所以运动方程在运动学中很重要。

例 1－1　已知质点沿 oy 轴作直线运动，其运动方程为 $y=4.5t^2-2t^3$(y 以 m 计，t 以 s 计)。求质点运动的情况。

解：(1)通过运动方程求质点在任一时刻的速度，加速度

$$v=9t-6t^2, a=9-12t$$

可见质点作变加速直线运动。

(2)质点运动的详细情况：

分别令 v 大于 0，小于 0 和等于 0、可得 t 的范围

$$v = 9t - 6t^2 \begin{cases} >0 & 0<t<1.5\text{s} \\ =0 & t=1.5\text{s} \\ <0 & t>1.5\text{s} \end{cases}$$

同样可得

$$a = 9 - 12t \begin{cases} >0 & 0<t<0.75\text{s} \\ =0 & t=0.75\text{s} \\ <0 & t>0.75\text{s} \end{cases}$$

将二者综合，可以看出质点运动的情况：

(1)当 $t<1.5$s 时，$v>0$，质点沿 y 轴正向向上运动；而且在 $t<0.75$s 阶段，$a>0$，质点加速上升。

(2)在 0.75s～1.5s 阶段，虽然 v 仍大于零，但 $a<0$，即质点沿 y 轴正向减速上升，到 $t=1.5$s时，$v=0$。

(3)当 $t>1.5$s 时，$v<0$，$a<0$，质点沿 y 轴负向加速运动。

如果已知质点的速度和加速度，也可求出运动方程，此时需要用微分的逆运算—积分。下面的小字部分提供了运算过程。

* 在匀速直线运动中，v 为一常量，由$\frac{dx}{dt}=v$，可得 $dx = v dt$，取 $t=0$ 时刻质点的位置为 x_0，由积分

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v dt = v\int_0^t dt \text{ 可得 } x - x_0 = vt \text{ 或 } x = x_0 + vt$$

即由速度得运动方程。

在匀变速直线运动中，a 为常量，由$\frac{dv}{dt}=a$，可得 $dv = a dt$，设 $t=0$ 时质点速度为 v_0，由积分式

$$\int_{v_0}^{v} dv = a\int_0^t dt \text{ 可得 } v - v_0 = at \text{ 或 } v = v_0 + at$$

此式即为速度与时间的关系式。将式中 v 用$\frac{dx}{dt}$代替，等式两边同时乘以 dt，再积分

$$\int_{x_0}^{x} dx \cdot \frac{dt}{dt} = \int_0^t (v_0 + at)\cdot dt \text{ 可得}$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

或

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

此式即匀变速直线运动中的运动方程。将 $x - x_0$ 用 s 代换，就是路程与时间关系式 $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$，将 s 式与 v 式联立，则可得到速度与路程的关系式 $v_t^2 - v_0^2 = 2as$。

例 1－2　试讨论汽车的刹车距离。这是交通安全上一个很重要的数据。我们必须从两段时间看这个问题：(1)司机的“反应时间”，即司机看到刹车信号到实施刹车的时间，在这段时间里没有刹车，也就是 $a=0$；(2)实际刹车时间。在这段时间里汽车减速至 $v_t=0$。显然，汽车的刹车距离与汽车的初速度，反向加速度及司机反应时间有关。

在干躁的路面上，正常刹车能给汽车 5m/s^2 到 8m/s^2 的刹车加速度。让我们取汽车初速度为 100km/h(28m/s)，取加速度 -6.0m/s^2，反应时间一般在 0.3s 到 1.0s 之间，我们取 0.5s 计算：

在反应时间内，汽车经过 $x_1 = v_0 t_1$（匀速），

$$x_1 = 28 \times 0.5 = 14\text{m}$$

在刹车时间内，

$$2as = 2ax_2 = v^2 - v_0^2$$

$$x_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0-(28)^2}{2(-0.6)} = \frac{-784}{-12} = 65(\text{m})$$

实际刹车距离为 $x_1 + x_2 = 79(\text{m})$。

如果在雨雪情况下，刹车加速度是干躁时的 1/3。刹车距离亦相应增加。

对于较为复杂的二维运动，可以将其分解为两个相互垂直的一维直线运动来解决。如抛体运动，我们可以将它分解为水平和竖直两个方向的直线运动来考虑。水平方向物体做匀速直线运动，竖直方向为匀变速直线运动。

例 1－3　一物体与水平面成 α 角抛出。已知物体在最高点时，速度为 8m/s，落地点距抛出点为 20m，求物体上升的最大高度（取 $g = 10\text{m/s}^2$）。

解：以物体为研究对象，并视为质点。物体作斜上抛运动，可分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的匀变速直线运动（竖直上抛）。

选抛出点为原点，建立坐标系如图 1－5 所示。在水平方向

$x = v_{ox} t$

竖直方向 $y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$

$$v_y = v_{oy} - gt$$

显然，在最高点时 $v_{y\max} = 0$，只有水平速度分量 $v_{ox} = 8\text{m/s}$，则有 $x_{\max} = v_{ox} t$

设物体上升到最高点的时间为 t'，则有 $y_{\max} = v_{oy} t' - \frac{1}{2} g t'^2$，及 $v_{y\max} = v_{oy} - g t'$，考虑到 $t = 2t'$，可解出

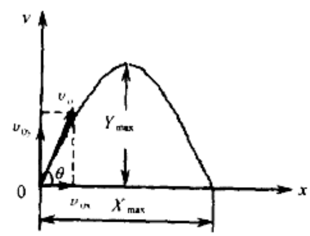


图 1－5　抛体运动

$$y_{\max} = \frac{g x_{\max}^2}{8 v_{ox}^2} = \frac{10 \times 20^2}{8 \times 8^2} \approx 7.8(m)$$

§1－2　动量定理　动量守恒定律

在上一节里，我们讨论了描述质点运动状态的物理量，但没有涉及改变物体运动状态的原因。研究引起物体运动状态发生变化的原因的科学称动力学。这一节和下一节中，我们将讨论动力学中的物理量，物理规律特别是守恒定律。

从动力学角度出发，一个质点受到力的作用之后，若发生了位移，则可以用力对空间的积累作用规律描述。主要内容有功、能量、机械能守恒定律等；若质点受力后变化的主要不是位置而是速度，可以用力对时间的积累作用解释，主要内容有动量、冲量、动量守恒定律。本节讨论后者，下一节将讨论前者。

一、动量

枪弹质量很小，但速度高，具有很大的打击力。汽锤锻击工件，速度不大，但质量很大，一样能使工件变形。在考虑打击的作用时，必须同时考虑物体的质量和速度。

一物体的质量 m，跟它的运动速度 $\boldsymbol{v}$ 的乘积 $m\boldsymbol{v}$，记作 $\boldsymbol{p}$，称为物体的**动量**。$\boldsymbol{p}$ 是矢量，方向就是速度的方向。它描述的是物体的运动量，反映运动物体对其它物体的冲击作用本领。$\boldsymbol{p}$ 的单位是 kg·m/s 或 N·s。

牛顿在《自然哲学的数学原理》一书中给出了动量变化的规律

$$\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}=m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \tag{1-6}$$

在宏观低速的范围内，m 为常量，故有

$$\boldsymbol{F}=m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=m\boldsymbol{a} \tag{1-7}$$

这便是牛顿第二定律的表达式。可见式(1－6)比牛顿第二定律更具普遍意义。

在研究有关动量变化问题时，通常把上式改写为增量比形式

$$\boldsymbol{F}=\frac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta t}=m\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

或：

$$\boldsymbol{F}\Delta t=\Delta\boldsymbol{p} \tag{1-8}$$

二、冲量

式(1－8)中合外力 $\boldsymbol{F}$ 与其作用时间 Δt 的乘积 $\boldsymbol{F}\Delta t$，称为该力的**冲量**。冲量为矢量，方向与力的方向一致。单位与动量单位相同，为 N·s。

三、动量定理

式(1－8)表明，物体所受的合外力的冲量，等于它的动量的增量。这就是**动量定理**。它常用于分析、解决短促时间段的力学问题。

* 冲量的积分表示和平均作用力

如果合外力 $\boldsymbol{F}$ 不是恒力，则要用积分求冲量

由式 $\boldsymbol{F}=\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}$得

$$\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})=\mathrm{d}\boldsymbol{p}$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}-\boldsymbol{p}_0=m\boldsymbol{v}-m\boldsymbol{v}_0 \tag{1-9}$$

该式一般要在直角坐标上分解再求积分，即

$$\int_{t_1}^{t_2}F_x\mathrm{d}t=mv_x-mv_{0x}$$

$$\int_{t_1}^{t_2}F_y\mathrm{d}t=mv_y-mv_{0y}$$

由于 Δt 很小，$\boldsymbol{F}$ 的变化很大，我们也可以用平均作用力 $\bar{\boldsymbol{F}}$ 与 Δt 的乘积来代替积分 $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$，平均力可表

示为 $\bar{F}=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}F\mathrm{d}t$，在 $F(t)\sim t$ 图像上，这相当于用矩形面积代替曲线下面积。

例 1-4　用棒打击 $m=0.3\mathrm{kg}$，$v_0=20\mathrm{m/s}$ 水平飞来的球，使球沿竖直方向上升 10m，如图 1-6 所示。设棒与球接触时间为 0.02s，求球受到的平均冲击力。

解：此为二维问题，应在直角坐标上分解后再用动量定理，建立坐标系如图 1-7 所示。

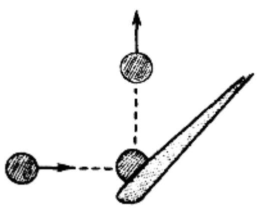


图　1-6

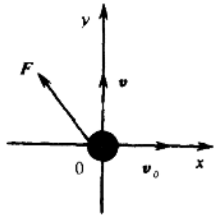


图　1-7

在 x 方向：$F_x\Delta t=mv_x-mv_{0x}$ 注意 $v_x=0$，则有

$$F_x=-\frac{mv_{0x}}{\Delta t}$$
$$=-\frac{0.3\times20}{0.02}=-300(\mathrm{N})$$

在 y 方向：由上升 10m 知 $v=\sqrt{2gh}$

有 $F_y\Delta t=mv_y-mv_{0y}$，代入 $mv_{0y}=0$

$$F_y=\frac{m\sqrt{2gh}}{\Delta t}=\frac{\sqrt{0.3\times2\times9.8\times10}}{0.02}\approx210(\mathrm{N})$$

则球受到的平均冲击力为 $\bar{\boldsymbol{F}}=\bar{\boldsymbol{F}}_x+\bar{\boldsymbol{F}}_y$，大小为 $F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=336(\mathrm{N})$，方向为 $\theta=\mathrm{tg}^{-1}\frac{F_y}{F_x}\approx145°$，即力的方向与 $\boldsymbol{v}_0$ 方向夹 145°角。

四、动量守恒定律

如图 1-8 所示，两个质量分别为 m_1 和 m_2 的小球，迎面相碰撞。碰前速率分别为 v_{10} 和 v_{20}，碰后速率为 v_1 和 v_2。碰撞过程中 m_1 受冲力 F_1 且 m_2 受冲力 F_2，根据动量定理有

$$\boldsymbol{F}_1\Delta t=m_1\boldsymbol{v}_1-m_1\boldsymbol{v}_{10}$$
$$\boldsymbol{F}_2\Delta t=m_2\boldsymbol{v}_2-m_2\boldsymbol{v}_{20}$$

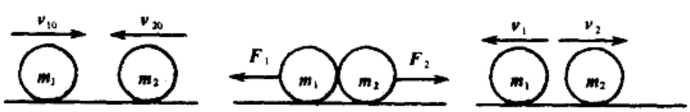


图 1-8　动量守恒定律

在 Δt 时间内，$\boldsymbol{F}_1\Delta t=-\boldsymbol{F}_2\Delta t$ 即

$$m_1 v_1 - m_2 v_{10} = -m_2 v_2 + m_2 v_{20}$$

也即

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad (1-10)$$

这个结论也可以推广到质点组的情况。如果作用于质点组的合外力等于零，则质点组的动量矢量和保持不变。即

$$若有 \sum_{i=1}^{n} F_{i外} = 0, 则 \sum_{i=1}^{n} m_i v_i = \sum_{i=1}^{n} m_i v_{i0} = 常矢量 \qquad (1-11)$$

这表明如果物体系统受外力的矢量和为零，则系统总动量守恒。这就是**动量守恒定律**。动量守恒定律适用于任何物体系统，也适用于牛顿定律不再适用的高速运动或微观粒子的运动，它和能量守恒定律一样是自然界普遍适用的物理定律。

§1-3 动能定理 能量守恒定律

一、变力的功

若质点在恒力 F 作用下产生了位移 S，那么该力对质点所作的功为

$$A = F \cdot S = FS\cos\theta \qquad (1-12)$$

它可以用示功图(图 1-9)中带阴影的矩形面积来表示。功的单位和能量一样，都是焦耳。

当质点在变力作用下发生位移时，我们可以把质点的位移 S 分为一系列小位移 ΔS_i，如图 1-10 所示。在每一小段位移 ΔS_i 上，沿位移方向的作用力 $F_i\cos\theta_i$ 可近似看作不变，这样，在第 i 小段位移的功为

$$\Delta A_i = F_i \cos\theta_i \cdot \Delta S_i$$

它对应图 1-10 中带斜线的面积。

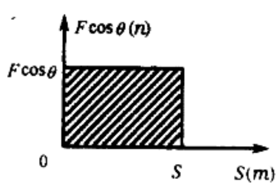


图 1-9 示功图

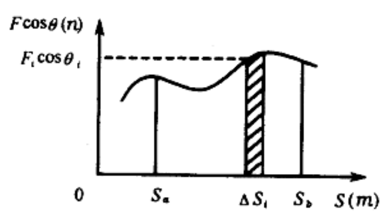


图 1-10 变力作功的元功

把各小段的功相加，就可得出变力在整段运动中对质点所作的功，即

$$A = \sum_i \Delta A_i = \sum_i F_i \cos\theta_i \Delta S_i$$

它对应图 1-11 中带阴影的整块面积。

* 用积分法求变力的功

如图 1-12 所示，设物体沿曲线轨道从 a 点运动到 b 点，它所受的力 F 的大小或方向随空间位置而改变，图中 dr 表示无穷小的位移，称为位移元。

在物体经历 dr 的过程中，由于位移元很小，可以认为 F 的大小和方向保持不变，于是，力在该段位移中对物体所作的元功为

$$dA = F \cdot dr = F ds \cdot \cos\theta \qquad (1-13)$$

沿曲线 ab 对元功进行积分，即得变力在该段过程中所作的总功

$$A = \int_{\widehat{ab}} F\cos\theta \mathrm{d}s \tag{1-14}$$

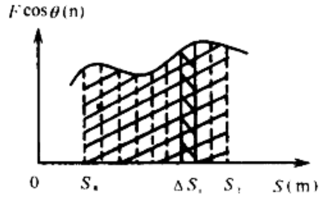


图 1-11 变力作功示功图

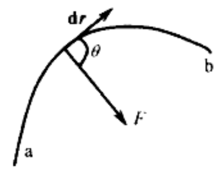


图 1-12 **F** 与 d**r**

二、动能和动能定理

能量是物理学中一个非常重要的概念。能量的种类有很多，本节中我们只介绍质点的动能和势能。

我们知道，一个运动的物体可对另一个与它接触的物体作功，如炮弹对被它轰倒的墙作功，锤子对被它打击的钉子作功。一个运动物体具有作功的能力称为具有**动能**。动能定义为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \tag{1-15}$$

式中 m 指物体质量，v 指物体运动速度。

为了确定物体具有的动能与作功的关系，让我们看下面这个特例：一个质量为 m 的质点，具有初速度 v_1，在恒力作用下，以加速度 a 沿直线运动了距离 d，此时它具有速度 v_2，在这个过程中，一个恒力 F 始终作用在质点上。根据功的定义，力 F 对质点作功为 $A = Fd$，由中学学过的牛顿第二定律 $F = ma$，有 $A = mad$，由运动学公式 $v^2 - v_0^2 = 2as$ 可得 $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}$，将 a 代入 A 式，有

$$A = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \tag{1-16}$$

该式表明：外力对物体所作的功等于物体动能增量。这就是质点的**动能定理**。

功和能是两个不同的概念。能量是状态参量的函数，对于给定质量的物体，动能是速度的函数；功是过程量，是能量变化的量度：当一个物体对另一个物体作功时，施力物体将其能量在作功过程中转移给受力物体，二者能量均发生了变化。动能定理即表明了这种关系。

动能 $\frac{1}{2}mv^2$ 与前面所学过的动量 mv 都是描写运动状态的物理量，又都与物体的质量和速度有关。但二者是有区别的：动量是矢量，它的变化由合外力的冲量决定，冲量反映了力在时间上的积累作用；而动能是标量，它的改变由合外力作的功决定，功反映了力在空间上的积累作用。在研究机械运动时，用动量定理和用动能定理解题的结果是相同的。用动能定理可以避开矢量问题，但有的问题中有冲量却没有作功，这时就只能用动量定理来解决。此外，动量只能在物体间转移，而动能则不但能转移，还能转换成其它形式。在研究机械运动和非机械运动之间的转化问题时，只能用动能而不能用动量。可见能量概念的运用更为广泛，它是各种

形式运动的一种普遍量度。

例 1－5　一辆速度为 60km/h 的汽车刹车后能在 20m 内停下，若它的速度提高一倍，刹车距离将变为多少？认为作用于刹车的力基本与车速无关。

解：此题可视为恒力作功，用动能定理式(1－16)时注意 F 与 d 方向相反，即刹车力作负功，且车末速度 $v_2=0$，有：$W=-Fd=0-\frac{1}{2}mv_1^2$

即 $d\propto v^2$，当 v 提高一倍至 120km/h 时，刹车距离 d 应增至 4 倍约 80m。

三、势能和保守力

运动着的物体具有动能，除此之外，物体还可以具有势能，这是一种与物体位置或物体及周围物体形状有关的能量。势能不只一种，每种都对应着一种特殊的力。

最常见的势能就是重力势能。它在数值上等于重力作的功，如图 1－13

$$E_P=mgy \tag{1-17}$$

有时，重力势能差 $E_{P2}-E_{P1}=mg(y_2-y_1)$ 更为有用。

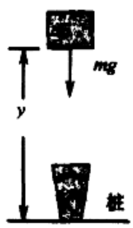


图 1－13　重力势能

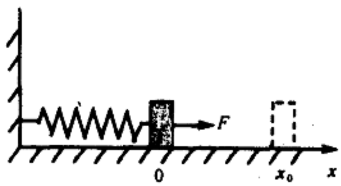


图 1－14　弹力作功

如图 1－14 中所示为一弹簧、物块系统。弹簧一端固定，另一端系一物块并置于光滑平面上。取弹簧平衡位置为原点，用外力慢慢地拉动物块，使外力大小总等于弹力大小 kx(k 为弹簧倔强系数)，让我们看看怎样求物块从原点运动到位置 x_0 时，外力所作的功。解这个问题时，注意外力与位移同向，外力大小是变化的，由 0 变到 kx_0，对于这种变力作功的情况，可以先求其平均力 $\frac{1}{2}kx_0$，再用平均力乘以位移 x_0 得

$$A=\frac{1}{2}kx_0\cdot x_0=\frac{1}{2}kx_0^2$$

也可用求图 1－15 中阴影部分面积的方法来求 A，结果是相同的。在其它情况下，只要变力 $F(x)$ 与 x 成线性函数关系，即 $F(x)=ax+b$，都可以这样求功，如图 1－16 所示。

既然外力对弹簧系统作了 $\frac{1}{2}kx_0^2$ 的功，弹簧系统具有的弹性势能就应是 $\frac{1}{2}kx_0^2$。若弹簧被外力压缩至 $-x_0$ 位置，弹簧依旧有 $\frac{1}{2}kx_0^2$ 的弹力势能。

例 1－6　弹性直棒长度变化如图 1－17，一根结构均匀，长度为 l，截面积为 s 的弹性直棒，两端受到大小为 F 的反向作用力，结果使其长度变为 $l+x$(当 F 为拉力时，$x>0$；当 F 为压力时，$x<0$)量 $\sigma=F/s$ 为应力，量 $\varepsilon=x/l$ 为应变。在弹性系数内，有关系 $\sigma=Y\varepsilon$，Y 称为杨

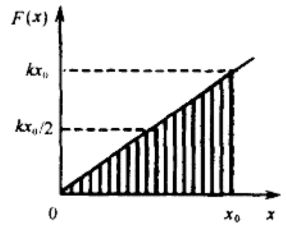


图 1-15　用平均值求弹力的功

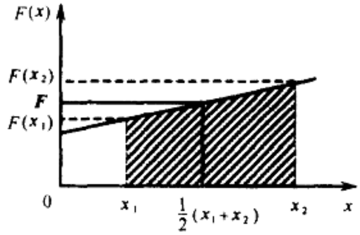


图 1-16　弹力的功只决定于初、末位置

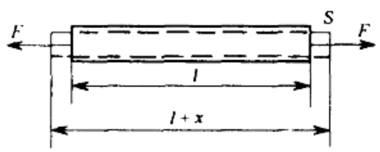


图　1-17

氏模量,只与材料性质有关。求棒的弹性势能 E_p 和弹性势能密度 $\omega_p = E_p/sl$。

解:由 σ 和 ϵ 可得,$F=\left(\frac{Ys}{l}\right)x$。可以看出 $\frac{Ys}{l}$ 相当于倔弹系数 k,则有 $E_p=\frac{1}{2}\left(\frac{Ys}{l}\right)x^2$,势能密度 $\omega_p=\frac{E_p}{sl}=\frac{1}{2}Y\left(\frac{x}{c}\right)^2=\frac{1}{2}Y\epsilon^2$。

前面我们讨论了物体从高度 y_2 落到 y_1 时,重力作功 mgy_2-mgy_1,此功的大小只与起始高度 y_2、y_1 有关,而与路径无关。可证明若物体沿斜面滑下,重力作功大小不变。这种只与初末位置有关,而与路径无关的力称保守力。除重力外,弹性力,万有引力,静电力也是保守力,而摩擦力、粘滞阻力、火药爆炸力等都是非保守力。

每一种保守力,都有一种与之对应的势能。与重力、弹力、万有引力、静电力相对应的,分别是重力势能、弹性势能、引力势能和电势能。

由前面的推导可知,保守力作正功时,对应的势能将减少;反之,当保守力作负功(外力克服保守力作功)时,对应的势能将增加。这种关系,可表达为

$$A_{保} = -\Delta E_p = -(E_{p2}-E_{p1}) \tag{1-18}$$

四、功能原理和机械能守恒定律

系统中各物体动能的总和,称为系统的动能。对系统来说,作用力可分为外界作用于系统内物体的外力,以及系统内各物体间相互作用的内力,内力又分保守内力和非保守内力,用 $A_{外}$、$A_{保}$、$A_{非}$ 表示上述三种力所作的功,则有系统的动能定理:

$$A_{外}+A_{保}+A_{非}=E_{k2}-E_{k1}=\Delta E_k \tag{1-19}$$

即所有外力,保守内力和非保守内力所作的功的代数和,等于系统动能的增量。将式(1-18)代入式(1-19),

可得
$$\begin{aligned} A_{外}+A_{非} &= (E_{k2}-E_{k1})+(E_{p2}-E_{p1}) \\ &= (E_{k2}+E_{p2})-(E_{k1}+E_{p1}) \end{aligned} \tag{1-20}$$

即所有外力和非保守内力所作的功的代数和,等于物体系统机械能的增量。这就是功能原理。