

[北师课标版]

导学诱思  
焦点突破  
融会贯通

新教材



高中数学（必修 3）



安徽教育出版社

[北师课标版]

新教材



# 高中数学

(必修 3)

总策划：安 星

编 者：陆学政 洪立锋 朱永

安徽教育出版社

责任编辑:李福军  
特约编辑:何克军

**新教材焦点(北师课标版)**

**高中数学**

**(必修 3)**

**安徽教育出版社出版发行**

**(合肥市回龙桥路 1 号)**

**新华书店经销 安徽联众印刷有限责任公司印刷**

**安徽飞腾彩色制版有限责任公司照排**

\*

**开本 880×1230 1.16 印张 9.5 字数 320 000**

**2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷**

**ISBN 978 - 7 - 5336 - 4050 - 7**

---

**定价:14.80 元**

**发现印装质量问题,影响阅读,请与我社出版科联系调换**

**电话:(0551)2823297 2846176 邮编:230063**

# 内容导读



## 导学诱思

焦点导入 激发学习兴趣,引发问题和思考

课标聚焦 了解课标要求,明确学习目标

自主预习 倡导自主学习,感知焦点内容

## 逐点扫描

焦点辨析 提炼教材焦点,分析焦点内涵

焦点例题 紧扣每个焦点,选择经典例题,深入分析、解答

变身题 韶华易逝,革一反三

点评(拓展、反思) 引导思维发散,点击思维盲点,提炼思想方法

焦点训练 巩固基础知识,提升应用能力

焦点回眸 归纳总结焦点内容,揭示学习、认知规律

融会贯通 背景链接 链接课外知识,拓展思维空间

高考链接 立足单元焦点,链接高考考点

我学习  我快乐

单元验收卷

(便于拆卸)

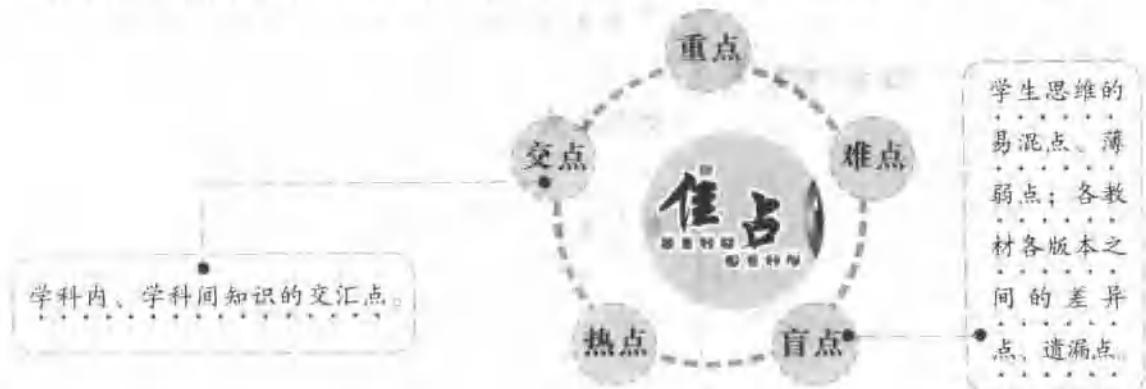
模块综合验收卷 (便于拆卸)

参考答案与简析 (详解,另册装订)

# 《焦点》访谈

■ 问：《新教材焦点》书名比较独特，请问其主要含义是什么？

■ 答：本套书根据新课标要求和新教材特点，对新教材内容逐点扫描：直击重点，剖析难点，补遗盲点，关注热点，演练交点。五点聚焦，是大家关注的焦点，也是本套书的焦点。请看下列图示：



■ 问：请问书名《焦点》除了表示“五点聚焦”的编写理念外，是否还有什么特别的含义？

■ 答：《新教材焦点》是安徽教育出版社高中教育编辑部着力打造的第一套高中新课标同步教辅用书。高中部于2006年8月份成立，成立以后我们确立了围绕“焦点”二字打造高中品牌教辅的整体发展思路。安徽是教育大省，安徽教育出版社作为省内唯一教育类品牌出版社，一直备受全国市场关注。而随着我省新课标教材全面使用和高考命题权的进一步下放，安教社的高中学生读物也必然会成为广大师生关注的“焦点”。

■ 问：目前，市场上新课标同步类教辅较多，你们认为《焦点》最主要靠什么取胜？

■ 答：简而言之，一流的质量。编辑部在创意《新教材焦点》过程中，经过了半年多的详细的市场调研和样张征求意见后才确定最后的编写体例，每个学科的样稿都经过了3轮修订。另外，本套书网罗了全国的编写高手和学科专家。在遴选作者的过程中，我们要求首先必须是上过新课标教材的学科带头人；另外必须是写作能力较强的和有创造性思维的。写稿过程中编辑和作者共同讨论，反复推敲，不放过稿件中的每一点瑕疵。很多作者都感叹这次编稿是他们编得最辛苦的一次，也是收获最大的一次。有了这样一个创作团体，《焦点》的质量得到了有力的保证。

■ 问：确实，《焦点》制作精美，整体设计也很有特色。在内容安排上主要遵循怎样的原则？

■ 答：总原则是依据课标、紧扣教材、充分拓展。具体来说：激发学习兴趣、引导自主学习、强调基础夯实、注重能力提升，这些都是新课标所倡导的，在本套书中都通过具体栏目得以落实。实际上，

## 《焦点》访谈

新课标的这些理念渗透在本套书的每个栏目、每点讲解，甚至每道试题、每次点评中。另外在栏目顺序安排上也遵循新课标的要求：先兴趣导入，再自主学习，再总结归纳和思维拓展，而且每个栏目内容都充分考虑到其实用性，以方便学生自学和自测。

### ■问：《焦点》立足于同步辅导，却提出了“放眼新课标高考”的口号，请问有何重要的意义？

答：宏伟的大厦是一砖一瓦垒砌起来的，优异的高考成绩是平常一点一滴积累起来的。安教社焦点工作室着眼平常知识的积累，放眼未来的新课标高考，融高考的焦点于平常学习之中，在一点一滴的学习中，走近高考，体验高考。2019年新课标高考面临重大改革，安教社作为专业的教育类出版社，帮助学生从容应对新高考责无旁贷。《新教材焦点》将传达最新的高考信息，把握最新高考动向，《焦点》全体工作人员坚信：《焦点》一定会帮助学子成就精彩的人生，见证他们的每一点成长。

### ■问：《新教材焦点》内容特色明显，质量一流，它无疑是高中生新课标同步学习辅导的首选用书。请问学生如何使用才能达到最好的效果？

答：《焦点》在编排时充分考虑到学生使用和课堂教学的方便，学生可以在老师指导下按编排顺序使用本书：

先浏览第一板块的“焦点导入”和“课标聚焦”，然后带着问题预习章节内容。第二板块的“自主预习”引导学生认真阅读课本，初步了解将要学习的内容；“逐点扫描”讲练紧密结合，讲解详细、透彻，变身题触类旁通；“焦点训练”梯度分明，分层训练，可以和课堂教学配套使用。第三板块功能是：归纳、总结、拓展、提高，可以在章节的课堂学习结束后使用。“单元验收卷”和“模块综合验收卷”附在本书最后，便于拆卸，学生可以在老师指导下使用，也可以用于自测，答案详解并另册装订。

另外，“我学习，我快乐”为学生在紧张学习之余提供了轻松、愉快的园地。

总之，只要像《焦点》所倡导的那样快乐、自主、自信地学习，就一定会事半功倍，梦想成真！

# 目 录

## 第一章 统 计

§ 1 从普查到抽样 .....	2
§ 2 抽样方法 .....	4
§ 2.1 简单随机抽样 .....	4
§ 2.2 分层抽样与系统抽样 .....	7
§ 3 统计图表 .....	11
§ 4 数据的数字特征 .....	14
§ 5 用样本估计总体 .....	17
§ 6 统计活动:结婚年龄的变化 .....	21
§ 7 相关性 .....	22
§ 8 最小二乘估计 .....	26

## 第二章 算法初步

§ 1 算法的基本思想 .....	33
§ 2 算法的基本结构及设计 .....	37
§ 2.1 顺序结构与选择结构 .....	37
§ 2.2 变量与赋值 .....	40
§ 2.3 循环结构 .....	44
§ 3 几种基本语句 .....	47
§ 3.1 条件语句 .....	47
§ 3.2 循环语句 .....	52

## 第三章 概 率

§ 1 随机事件的概率 .....	61
§ 1.1 频率与概率 .....	61
§ 1.2 生活中的概率 .....	64
§ 2 古典概型 .....	66
§ 2.1 古典概型的特征和概率计算公式 .....	66

§ 2.2 建立概率模型 .....	66
§ 2.3 互斥事件 .....	70
§ 3 模拟方法——概率的应用 .....	72

## 第一章 统 计

小节验收卷(一) .....	79
小节验收卷(二) .....	81
小节验收卷(三) .....	83
小节验收卷(四) .....	85
单元验收卷(A) .....	87
单元验收卷(B) .....	89

## 第二章 算法初步

小节验收卷(一) .....	93
小节验收卷(二) .....	95
单元验收卷(A) .....	97
单元验收卷(B) .....	101

## 第三章 概 率

小节验收卷(一) .....	105
小节验收卷(二) .....	107
小节验收卷(三) .....	109
单元验收卷(A) .....	111
单元验收卷(B) .....	113

## 模块综合验收卷(A) .....

## 模块综合验收卷(B) .....

## 参考答案与简析

# 第一章 统计

## 导学诱思

### 焦点导入

我们日常生活中遇到的商品销售量、当地气温、自然资源、就业状况等数据,你知道是怎么来得吗?为了调查一批计算器的使用寿命,我们能将它们逐一测试吗?实际上这是不可能的,也是没有必要的。实践中,由于所考查的总体中的个数往往很多,而且许多考查带有破坏性,因此,我们通常只考查总体中的一个样本,通过样本来了解总体的情况,如何抽取能真正代表总体的样本就是关键,那么如何抽取?如何表示数据?如何提取信息?如何推断总体情况?这就是本章要研究的问题。

### 4月份全国居民消费价格涨幅回落



### 课标聚焦

- 从现实生活或其他学科中提出具有一定价值的统计问题。
- 结合具体的实际问题情景,理解随机抽样的必要性和重要性。
- 在参与解决统计问题的过程中,学会用简单随机抽样方法从总体之中抽取样本;通过对实例的分析,了解分层抽样和系统抽样方法。
- 能通过实验,查阅资料,设计调查问卷等方法收集数据。
- 通过实例体会分布的意义和作用,在表示样本数据的过程中,学会列频率分布表,画频率分布直方图,频率折线图,茎叶图,体会它们的特点。
- 通过实例理解样本数据标准差的意义和作用,学会计算数据的标准差。
- 能根据实际问题的需求合理的选择样本,从样本数据中提取基本的数字特征,并做出合理的解释。
- 在解决统计问题的过程中,进一步体会用样本估计总体的思想,会用样本的频率分布估计总体分布,会用样本的基本数字特征估计总体的基本数字特征;初步体会样本频率分布和数字特征的随机性。
- 会用随机抽样的基本方法和样本估计总体的思想,解决一些简单的实际问题;能通过对数据的分析为合理的决策提供一些依据,认识统计的作用,体会统计思维与确定性思维的差异,初步形成对数据处理进行统计的意识。
- 能通过收集现实问题中两个相关变量的数据作出散点图,并利用散点图直观认识变量间的相关关系。
- 经历用不同估算方法描述两个变量线性相关的过程,知道最小二乘法的思想,能根据给出的线性回归方程系数公式建立线性回归方程。

## 焦点突破

### § 1 从普查到抽样

住人口总量、分布状况、从事的工种、劳动环境、健康状况等情况，需用什么样的调查方法？请你设计一个调查方案。

### 自主预习

1. 普查的特点有\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
2. 与普查相比，抽样调查最突出的特点为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。

### 逐点扫描

#### 焦点一 普查

**普查**是指一个国家或一个地区专门组织的一次性大规模的全面调查。

普查主要有两个特点：(1)所取得的资料更加全面、系统；(2)主要调查在特定时段的社会经济现象总体的数量。

#### 例 1

班主任想全面了解班级学生的学习和思想状况，请你帮助班主任设计一个调查方案。

**【分析】** 因一个班的人数不多，可以采取普查的方法，这样所得的信息系统、全面、准确。

**【解答】** 采取普查的方法，可以先设计一个问卷，包括同学们对学习的各种看法，同学们的爱好、心理和思想状况等，然后发放给每一位同学，待同学们认真填写完后全部收回，然后进行统计分析，这样就可以全面了解每个学生的学习和思想状况。

**【点评】** 普查的缺点：普查的工作量太大，往往为人力、财力、时间所不允许，且在实施过程中易出现人为的误差。

#### 变身题

1. 为了准确调查北京市某一时期的外来打工的常

#### 焦点二 抽样调查

当调查的对象量很大，或调查过程中对对象具有破坏性，此时采用普查的方法是行不通的。通常情况下，从调查对象中按照一定的方法抽取一部分，进行调查或观测，获取数据，并以此对调查对象的某项指标做出推断，这就是抽样调查。

抽样调查与普查相比有很多的优点，最突出的有两点：(1)迅速、及时；(2)节约人力、物力和财力。

#### 例 2

环境检测中心为了了解一个城市的空气质量情况，从各地采集数据，你认为他们会采用普查还是抽样的方法？

**【分析】** 普查是为了一定的目的而对考查对象进行全面调查。抽样是从总体中按一定方法抽取部分样本，并收集样本的相关数据，进而对总体做出较为准确的判断。

**【解答】** 抽样调查。

**【点评】** 现实生活中我们会碰到很多的问题，必须收集相关的数据，从节约费用等方面来考虑，抽样调查是必要的，也是很重要的调查方法。

#### 变身题

2. 某部队要想知道一批炮弹的杀伤半径，用实验的方法实际考查杀伤半径，你认为采用抽样还是普查的方法？



3. 农科站要了解几十万公顷农田中某种病虫害的灾情,是否适宜做普查?为什么?

### 焦点三 总体与样本

抽样调查中,调查对象的全体称为总体,被抽取的部分称为样本,样本的个数为样本的容量,总体所包含的个体个数为总体的容量.

#### 例3

设一个总体有5个元素,分别记为 $a, b, c, d, e$ .采用不重复抽样的方法,抽取一个容量为2的样本,试问样本可能有多少种?写出全部可能的样本.

**【解答】** 样本可能有10种,分别是:(1) $a, b$ ; (2) $a, c$ ; (3) $a, d$ ; (4) $a, e$ ; (5) $b, c$ ; (6) $b, d$ ; (7) $b, e$ ; (8) $c, d$ ; (9) $c, e$ ; (10) $d, e$ .

**【点评】** 样本是从总体中抽取,并为估计总体的情况而收集样本的相关数据,据此对总体做出判断.所以首先要明确抽取样本的目的,其次所抽取的样本要有代表性,能准确反映总体的情况.

#### 变身题

4. 从某年级500名学生中抽取60名学生进行体重分析,在这个问题中,500名学生的体重的全体是( ).

- A. 总体
- B. 个体
- C. 从总体中抽取的一个样本
- D. 样本容量

5. 为了了解全校240名高一学生的身高情况,从中抽取10名学生进行测量,下列说法正确的是( ).

- A. 总体是240
- B. 个体是每一个学生
- C. 样本是40名学生
- D. 样本容量是40

### 焦点训练

#### 基 础 功 夯

1. 为了了解所加工的一批零件的长度,抽测了其中

200个零件的长度.在这个问题中,200个零件的长度是( ).

- A. 总体
- B. 样本容量
- C. 总体的一个样本
- D. 以上均不正确

2. 在食品质量检查中,为了检验某批次袋装牛奶(100万包)的细菌超标情况,应采用的检验方法为( ).

- A. 普查
- B. 抽样调查
- C. 没有办法
- D. 普查或抽样都可以

3. 在古代,我国的科学技术发展水平是否居于世界领先地位呢?为了说明这一问题应该( ).

- A. 列举我国的文化遗产
- B. 列举我国古代的著名科学家
- C. 列举外国人对我国科技成就的赞扬

D. 列举全世界古代所有重大科技成果,统计其中有百分之多少是中国人创造的

4. 某工厂要检验一批产品的质量,决定从这批产品中任意抽取10件进行检验,以判断产品的质量如何.在这个问题中,总体是\_\_\_\_\_,样本是\_\_\_\_\_.

5. 抽样调查一定要保证\_\_\_\_\_原则,尽可能地避免人为因素的干扰,并且要保证每个个体\_\_\_\_\_被抽取到.

6. 下列调查中哪些是用普查方式,哪些是用抽样调查的方式来收集数据的?

(1)为了了解班级的每个学生穿几号鞋,向全体同学做调查;

(2)为了了解学校高一年级每个学生穿几号鞋,向高一(2)班的全体同学做调查;

(3)为了了解某班同学每天的睡眠时间,在每个小组中各选取2名学生做调查;

(4)为了了解学校同学每天的睡眠时间,选取班级中学号为双数的所有学生做调查.



## 能力提升

7. 下列调查中适宜采用普查的是( )。
- A. 在中学生中,喜欢阅读大学生、中学生写的小说的占百分之多少
  - B. “五一”期间,乘坐火车的人比平时多很多,铁路部门要了解所有旅客是否都能购买到车票
  - C. 即将进入市场的大量猪肉是否符合防疫标准
  - D. 全国观众对中央电视台“春节联欢晚会”的满意程度

8. 指出下列哪些调查的样本缺少代表性,哪些方法不够理想。

- (1)用一本书第一页的字数估计全书的字数;
- (2)从一万多名工人中,经过反复协商与选举,确定100名代表,然后举手表决,了解工人们对厂长的信任情况;
- (3)到老年公寓进行调查,了解全市老年人的健康状况;
- (4)发出一万张印有“春节联欢晚会”节目单的选票,要求被调查者在其中一个相声节目旁画“√”,以了解最受欢迎的相声演员是谁。

## 综合训练

9. 为了准确调查我国某一时期的人口总量、国民收入、人口分布、民族人口、城乡人口、受教育程度、迁移流动、就业状况、人口住房等多方面的情况,需用什么样的统计方法?请你设计一个调查方案。

## § 2 抽样方法

### § 2.1 简单随机抽样

#### 自主预习

1. 简单随机抽样包括\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
2. 抽签法的关键点是\_\_\_\_\_。

#### 逐点扫描

##### 概念一 简单随机抽样的概念

一般地,从总体中抽取一定量的样本,在抽取过程中要保证每个个体被抽到的可能性相同,这样的抽样方法叫简单随机抽样。

由于实际问题处理过程中要做到绝对地随机抽取样本非常困难,因此在抽样过程中应尽可能避免人为因素的影响,简单随机抽样可解决这一问题。

##### 例 1

对“简单随机抽样”的概念理解错误的是( )。

- A. 它是一种不放回抽样
- B. 它是一种有放回抽样
- C. 它是从总体中逐个进行抽取
- D. 它要求被抽取样本的总体的个体数有限

**【解答】** 当总体中的个体数较少时,常采用简单随机抽样,这样便于对其中各个个体被抽取的可能性进行分析,它是从总体中逐个地进行抽取,便于在抽样实践中进行操作。选择 A。

**【点评】** 简单随机抽样与日常生活中的抽样或“摸奖”的概念有点相似,但本书所提的随机抽样是一种理想状态的抽样方式,生活所给我们的“经验”可能会影响我们对这些概念的理解,在解题中不要被这些问题所困扰。

##### 变身题

1. 人们打扑克牌时,将洗好的扑克牌随机确定一张



为起始牌,这时按次序搬牌时,对任何一家来说,均是从 52 张(除去大小王)牌中抽取 13 张牌,问这样的抽样方法是否为简单随机抽样?

## 要点二 抽签法

抽签法的概念:

把总体中的  $N$  个个体的代号写在形状、大小相同的签上(签可以是纸条、卡片或小球等),然后将这些签均匀搅拌,每次随机从中抽取一个,然后将签均匀搅拌,再进行下一次抽取,如此下去,直至抽到预先设定的样本数。

抽签法的步骤如下:

(1)给调查对象群体(共有  $N$  个)中的每个对象编号(号码可以从 1 到  $N$ );

(2)准备“抽签”工具(签可以是纸条、卡片或小球等),实施“抽签”,先把号码写在形状、大小相同的签上,然后把签放在同一个箱子里,进行均匀搅拌,每次从中抽出一个签,连续抽  $n$  次,就得到一个容量为  $n$  的样本;

(3)对样本中的每一个个体进行测量或调查,得到数据,通过分析数据得出结论。

### 例 2

某班有 50 名学生,要从中随机地抽出 6 人参加一项活动,请用抽签法进行抽选,并写出过程。

**【解答】** (1)将 50 名学生编号为 01,02,03,...,50;

(2)按编号制签;

(3)将签放入同一个箱里,搅匀;

(4)每次从中抽取一个签,连续抽取 6 次;

(5)取出与签号相应的学生,组成样本。

**【点评】** 抽签法最大的优点是简便易行,一般适用于个体数量较少的对象,抽签的每一个环节都是很重要的,从制签到搅拌均匀,抽取,包括抽取的过程,每一项活动都是随机抽样中必不可少的环节,但最关键的问题在于抽取的样本是否具有代表性,因为这是取样的关键。

## ● 变身题

2. 某工厂有 40 名员工,欲从中随机抽取 10 名员工参加职工代表座谈会,试用抽签法确定这 10 名员工。

## 要点三 随机数表法

当样本容量非常大时,制作转盘和进行摸球就比较困难,我们可以利用随机数表来产生随机数进行抽样。

步骤如下:

(1)编号

将总体中的  $N$  个个体编号时可以从 0 开始,例如  $N=100$  时编号可以是 00,01,02,...,99,这样总体中的所有个体均可用两位数字号码表示,便于运用随机数表。

(2)定位置

为了保证随机性,应在面对随机数表前就确定起始位置。确定位置后,读数的方向可以向右,也可以向左、向上、向下等。取数过程中,要把不符合要求的数(超过最大编码)和与前面重复的数去掉。

(3)选数

确保是不放回抽取,因为随机数表法属简单随机抽样,抽取不放回是它的特点之一。定位置是任意的,选数的顺序是任意的,没有任何约束,所以选取的样本的编号可以是多种多样的,并不惟一。

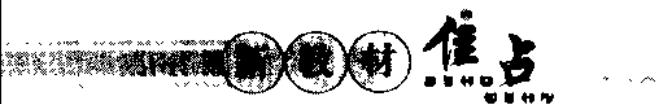
### 例 3

现有 30 个机器零件,需从中抽取 10 个零件进行检查,问如何采用随机数表法得到一个容量为 10 的样本。

**【解答】** 第一步:将 30 个机器零件编号为:00,01,02,...,29;

第二步:运用课本给出的随机数表,任意选取一个数,如选数 20;

第三步:从选定的数 20 开始向右读,得到一个两位数 21,由于  $21 < 29$ ,则号码 21 在总体内,将它取出;继续向右读,如果得到的两位数不大于 29 且不与前面的



数重复,就把它取出,否则就跳过不取,取到一行末尾时转到下一行从左到右继续读数,如此下去,直到得出在 00 到 29 之间的 10 个两位数:21,25,12,06,01,16,19,10,07,29.

**【点评】** 随机数表法抽样时编号位数必须一致,如总体容量为 198,编号时应按 001,002,一直到 198. 在用随机数表法抽样的过程中起始数和读数的方向都是任意的.

### ● 变身题

3. 欲从全班 45 名学生中随机抽取 10 名学生参加一项社区服务活动,试用随机数表法确定这 10 名学生.

5. 为了考查一段时间内某路口的车流量,测得每小时的平均车流量是 576 辆,所测时间内的总车流量是 11520 辆,那么这个问题中,样本的容量是\_\_\_\_\_.

6. 下列抽取样本的方式是否是简单随机抽样? 说明理由.

(1) 从无限多个个体中抽取 50 个个体作样本;

(2) 盒子里共有 100 个零件,从中选出 5 个零件进行质量检验. 在抽样操作时,从中任意拿出 1 个零件进行质量检验后再把它放回盒子里.

## ● 焦点训练

### ● 基础知识:

1. 抽签法中确保样本代表性的关键是( ).

- A. 制签
- B. 搅拌均匀
- C. 逐一抽取
- D. 抽取不放回

2. 下列说法中正确的个数是( ).

- ① 总体的个体数不多时宜用简单随机抽样法;
- ② 在总体均分后的每一部分进行抽样时,采用的是简单随机抽样;
- ③ 百货商场的摸奖活动是抽签法;
- ④ 整个抽样过程中,每个个体被抽取的几率相等(有剔除时例外).

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

3. 合肥地区有 20 个特大型销售点,要从中抽取 7 个调查其收入和售后服务等情况,宜采用( ).

- A. 抽签法
- B. 随机数表法
- C. 两者一样
- D. 不能确定

4. 从 50 个产品中抽取 10 个进行检查,则总体个数为\_\_\_\_\_, 样本容量为\_\_\_\_\_.

### ● 方法技巧:

7. 一个总体中共有 200 个个体,用简单随机抽样的方法从中抽取一个容量为 20 的样本,则某一特定个体被抽到的可能性是( ).

- A. 0.2    B. 0.3    C. 0.1    D. 0.5

8. 某校高一年级有 43 名足球运动员,要从中抽出 5 人检查学习负担情况. 试用两种简单随机抽样方法分别取样.

### ● 考点突破:

9. 某校有学生 1200 人,为了调查午休对学习成绩的影响情况,计划抽取一个样本容量为 60 的样本,问此样本若采用简单随机抽样将如何进行?



## § 2.2 分层抽样与系统抽样

### 自主预习

1. 如果总体是由差异明显的几部分组成时,宜采用的抽样方法是\_\_\_\_\_.
2. 我们学过的抽样方法有:\_\_\_\_\_,\_\_\_\_\_.(列举两种)

### 逐点扫描

#### 焦点一 分层抽样的概念

当已知总体由差异明显的几部分组成时,为了使样本更充分地反映总体的情况,常将总体分成几个部分,然后按照各部分所占的比例进行抽样,这种抽样叫做分层抽样,其中所分成的各部分叫做层.

分层抽样的步骤如下:

- (1)根据已经掌握的信息,将总体分成互不相交的层;
- (2)根据总体中的个数  $N$  和样本容量  $n$ ,计算抽样比  $k = \frac{n}{N}$ ;
- (3)确定第  $i$  层应该抽取的个体数目  $n_i = N_i \times k(N_i$  为第  $i$  层所包含的个体数),使得各  $n_i$  之和为  $n$ ;
- (4)在各层中,按步骤(3)中确定的数目在各层中随机地抽取个体,合在一起得到容量为  $n$  的样本.

#### 例 1

某学校有在编人员 160 人,其中行政人员 16 人,教师 112 人,后勤人员 32 人,教育部门为了解学校机构改革意见,要从中抽取一个容量为 20 的样本,试用分层抽样方法抽取,并写出抽样过程.

**【解答】** 因为  $\frac{20}{160} = \frac{1}{8}$ ,所以各层人员可按 1:8 的比例抽取,  $16 \times \frac{1}{8} = 2$ ,  $112 \times \frac{1}{8} = 14$ ,  $32 \times \frac{1}{8} = 4$ ,所以,行政人员、教师、后勤人员应分别抽取 2 人、14 人、4 人.

#### 例 2

某市的 4 个区中共有 2000 名学生,且 4 个区的学生人数之比为 3:2.8:2.2:2,现要用分层抽样的方法从所有学生中抽取一个容量为 200 的样本,那么在这 4 个区中应分别抽取多少名学生?

**【解答】** 因为 4 个区的学生人数之比为 3:2.8:2.2:2,所以 4 个区抽取的人数分别为

$$200 \times \frac{3}{3+2.8+2.2+2} = 60,$$

$$200 \times \frac{2.8}{3+2.8+2.2+2} = 56,$$

$$200 \times \frac{2.2}{3+2.8+2.2+2} = 44,$$

$$200 \times \frac{2}{3+2.8+2.2+2} = 40.$$

**【点评】** 首先要明确样本容量与总体容量的比,再将这个比值乘以各层样本的容量就是该层抽取的样本数.

#### 变身题

1. 为了解老百姓对所谓“台湾公投”的态度,某记者拟分别从某大型单位 50~60 岁,30~40 岁,18~25 岁三个年龄段中的 800 人,1200 人,1000 人中,采取分层抽样的方法进行调研,在 50~60 岁这一年龄段中抽查了 40 人,那么这次调研一共抽查了\_\_\_\_\_人.

2. 已知某天一工厂甲、乙、丙三个车间生产的产品件数分别是 1500、1300、1200,为了掌握各车间的产品质量情况,要从中抽取出一个容量为 40 的样本,按照分层抽样的方法取样时,每个车间应分别抽取多少件产品?

#### 焦点二 分层抽样中的样本容量与总体容量

分层抽样中样本容量与总体容量之间有一定的关系,我们可以根据相关的已知量求其他的量.如已知某层抽取的样本,以及该层的容量,可以得到总体容量.

#### 例 3

某中学高一年级有  $x$  名学生,高二年级有 900 名学

生,高二年级有 $x$ 名学生,采用分层抽样抽取一个容量为370人的样本,高一年级抽取120人,高三年级抽取100人,则全校高中部共有多少名学生?

**【分析】**可以根据各量之间的相互关系用方程的思想求出 $x$ 、 $y$ .

**【解答】**由题意可得方程:

$$\frac{x}{120} = \frac{900}{370 - 120 - 100} = \frac{y}{100}$$

解得 $x=720$ , $y=600$ ,则 $x+900+y=2220$ (人),即全校高中部共有学生2220人.

**【点评】**在分层抽样中样本是按一定的比例抽取的,由此可通过样本容量估计总体的容量.

### ● 变身题

3. 某地共有10万户居民,从中随机调查了1000户,拥有彩电的调查结果如下表:

彩电	城市	农村
有	432	400
无	48	120

若该地区城市与农村住户之比为4:6,估计该地区无彩电的农村总户约为( ).

- A. 0.923万户    B. 1.358万户  
C. 1.385万户    D. 1.2万户

### 焦点三 系统抽样的间距

系统抽样时所抽取的样本相邻两个之间间隔的个体数为间距,若总体容量为 $N$ ,样本容量为 $n$ ,当 $\frac{N}{n}$ 为整数时即为系统抽样间距,当 $\frac{N}{n}$ 不是整数时,可以先从总体中随机地剔除几个个体,使得总体中剩余的个体数能被样本容量整除.在剔除这几个个体时,可以采用简单随机抽样的方法.

#### ✿ 例4

从 $N$ 个编号中抽 $n$ 个号码入样,考虑用系统抽样方法抽样,则抽样间隔为( ).

- A.  $\frac{N}{n}$     B.  $n$     C.  $\left[\frac{N}{n}\right]$     D.  $\left[\frac{N}{n}\right]+1$

**【分析】** 总体容量 $N$ 与样本容量 $n$ 的比 $\frac{N}{n}$ 为整数

时,比值即为样本的间距,如果比值为小数时要取整.

**【解答】** C

**【点评】** 总体与样本的比不一定是整数,如果不是,需要随机剔除一些个体,使总体与样本的比为整数.

### ● 变身题

4. 从2005个编号中抽取20个号码入样,采用系统抽样的方法,则抽样的间隔为( ).

- A. 99    B. 99.5    C. 100    D. 100.5

5. 从2045人中抽取一个样本容量为100的样本,若采用系统抽样的方法,则必须从这2045人中剔除\_\_\_\_人.

### 焦点三 系统抽样的过程

实际生活中当总体中的个体数较多时,采用简单随机抽样显得较为费事.这时,可将总体分成均衡的几个部分,然后按照预先定出的规则,从每一部分抽取一个个体,得到所需要的样本,这种抽样方法叫做系统抽样.

要从容量为 $N$ 的总体中用系统抽样的方法抽取容量为 $n$ 的样本,步骤如下:

(1)先将总体的 $N$ 个个体编号,为简便起见,有时可直接利用个体自身所带有的号码,如学号、准考证号、门牌号等;

(2)确定分段间隔 $k$ ,对编号进行分段,当 $\frac{N}{n}$ 是整数时,取 $k=\frac{N}{n}$ ;

(3)在第1段中用简单随机抽样确定第一个个体编号 $i$ ( $i \leq k$ );

(4)按照一定的规则抽取样本,通常是将 $i$ 加上间隔数 $k$ 得到第2个个体编号( $i+k$ ),再加 $k$ 得到第3个个体编号( $i+2k$ ),依次进行下去,直到获取整个样本.

#### ✿ 例5

为了了解参加某种知识竞赛的1000名学生的成绩,需从中抽取容量为50的样本,宜采用简单随机抽样还是系统抽样的方法?简述抽样过程.

**【分析】**选用抽样方法时注意所抽取的样本能准确的代表总体,当总体数量多,个体差异不明显时,宜采用系统抽样.

**【解答】** 适宜选用系统抽样,抽样过程如下:



(1) 随机地将这 1000 名学生编号为 1, 2, 3, …, 1000;

(2) 将总体按编号顺序均匀分成 50 部分, 每部分包括 20 个个体;

(3) 在第一部分的个体编号 1, 2, 3, …, 20 中, 利用简单随机抽样抽取一个号码, 比如是 18;

(4) 以 18 为起始号码, 每隔 20 抽取一个号码, 这样得到一个容量为 50 的样本: 18, 38, 58, …, 978, 998.

**【点评】** 系统抽样与简单随机抽样相比, 具有下列区别:

(1) 系统抽样比简单随机抽样更容易实施, 可节约成本.

(2) 系统抽样所得到样本的代表性和个体的编号有关; 而简单随机抽样所得样本的代表性与个体的编号无关, 如果编号的特征随编号的变化呈现一定的周期性, 可能会使系统抽样的代表性很差.

(3) 系统抽样比简单随机抽样的应用范围更广.

### ● 变身题

6. 在 1000 个有机会中奖的号码(编号为 000~999)中, 在公证部门监督下按照随机抽样的方法确定后两位数为 88 的号码为中奖号码, 这是运用哪种抽样方法来确定中奖号码的? 依次写出所有的中奖号码.

### ● 例 6

某校有教职工 240 人, 其中教师 160 人, 行政人员 48 人, 后勤人员 32 人. 为了了解教职工的收入情况, 需要从中抽取一个容量为 30 的样本, 以下抽样方法中依照简单随机抽样、系统抽样、分层抽样的顺序的是( ) .

方法一: 将 240 人从 1~240 编号, 然后制出 240 个有编号的形状、大小相同的号签, 并将号签放入同一个箱子里进行均匀搅拌, 然后从中抽取 30 个号签, 编号和号签相同的 30 个人被选出;

方法二: 将 240 个人分成 30 组, 每组 8 人, 并将每组 8 人按照 1~8 编号, 在第一组采用抽签法抽出 K 号 ( $1 \leq K \leq 8$ ), 则其余各组 K 号也被抽到, 30 个人被选出;

方法三: 按照  $30 : 240 = 1 : 8$  的比例, 从教师中抽出 20 人, 从行政人员中抽出 6 人, 从后勤人员中抽出 4 人. 从各类人员中抽取所需人员时均采用随机数表法, 可抽到 30 人.

- A. 方法一、方法二、方法三
- B. 方法二、方法一、方法三
- C. 方法二、方法三、方法一
- D. 方法三、方法一、方法二

**【解答】** 根据方法一中的制签可以判定其为简单随机抽样, 方法二中的分组然后抽取各组的同一号可以判定其为系统抽样, 方法三中的比例可以判定其为分层抽样, 所以选择 A.

**【点评】** 简单随机抽样、系统抽样和分层抽样的共同点: 抽样过程中每个个体被抽取的可能性相等.

各自的特点: 简单随机抽样从总体中逐个抽取, 总体中的个体数较少时采用;

系统抽样将总体平均分成几部分, 按事先确定的规则在各部分中抽取, 总体中的个数较多时采用;

分层抽样将总体分成几层, 分层进行抽样, 各层抽样时采用简单抽样或系统抽样, 总体由差异明显的几部分组成时采用.

### ● 变身题

7. 某单位有老年人 28 人, 中年人 54 人, 青年人 81 人, 为了调查他们的身体健康状况, 需从他们中抽取一

个容量为 36 的样本,宜采用的方法是( )。

- A. 简单随机抽样
- B. 系统抽样
- C. 分层抽样
- D. 先从老年人中剔去一人,再分层抽样

8. 一个年级有 12 个班,每个班的同学从 1 至 50 排学号,为了交流学习经验,要求每班学号为 14 的同学留下进行交流,这里运用的是( )。

- A. 分层抽样
- B. 抽签法
- C. 随机数表法
- D. 系统抽样

6. 某中学高一年级有 400 人,高二年级有 320 人,高三年级有 280 人,每人被抽取的几率为 0.2,向该中学抽取一个容量为  $n$  的样本,求  $n$  的值。

## ◆ 焦点训练

### ■ ■ ■ ■ ■

1. 分层抽样,即将相似的个体归入一类(层),然后每层各抽若干个体构成样本,所以分层抽样为保证每个个体等可能入样,必须进行( )。

- A. 每层等可能抽样
- B. 每层不等可能抽样
- C. 所有层用同一抽样比,等可能抽样
- D. 所有层用同样多样本容量,等可能抽样

2. 某校高二年级有 260 名学生,学校打算从中抽取 20 名进行心理测验,完成这项工作,宜采用的抽样方法是( )。

- A. 系统抽样
- B. 分层抽样
- C. 抽签法
- D. 不能确定

3. 为了解 1200 名学生对学校某项教改试验的意见,打算从中抽取一个容量为 30 的样本,考虑采用系统抽样,则分段的间隔(抽样距) $k$  为( )。

- A. 40
- B. 30
- C. 20
- D. 12

4. 为调查某班学生的平均身高,从该班 50 名学生中抽取 5 名,抽样方法可以采用\_\_\_\_\_,如果男女身高有显著不同(男生 30 人,女生 20 人),抽样方法应采用\_\_\_\_\_。

5. 将参加数学竞赛的 1000 名学生编号如下:0001,0002,0003, ..., 1000,打算从中抽取一个容量为 50 的样本,按系统抽样的方法分成 50 个部分,如果第一部分编号为 0001,0002,0003, ..., 0020,第一部分随机抽取一个号码为 0015,则抽取的第 40 个号码为\_\_\_\_\_。

### ■ ■ ■ ■ ■

7. 某村有旱地与水田若干,现需要估计平均亩产量,按 5% 分层抽样的方法抽取 15 亩旱地 45 亩水田进行调查,则这个村的旱地与水田的亩数分别是( )。

- A. 150,450
- B. 300,900
- C. 600,600
- D. 75,225

8. 某校 500 名学生中,O 型血有 200 人,A 型血有 125 人,B 型血有 125 人,AB 型血有 50 人,为了研究血型与色弱的关系,需从中抽取一个容量为 20 的样本,按照分层抽样方法抽取样本,各种血型的人分别抽多少?

### ■ ■ ■ ■ ■

9. 某个总体中 100 个个体的编号分别为 0,1,2,3, ..., 99,依次将其分为 10 个小组,组号为 0,1, ..., 9. 要用系统抽样的方法抽取一个容量为 10 的样本,规定如果第 0 组(号码 0~9)随机抽取的号码为  $\tau$ ,那么依次错位地抽取后面各组的号码,即第  $k$  组中抽取的号码的个位数为  $(\tau+k)$  或  $(\tau+k-10)$ (如果  $\tau+k \geq 10$ ). 若  $\tau=6$ ,求所抽取的 10 个号码。