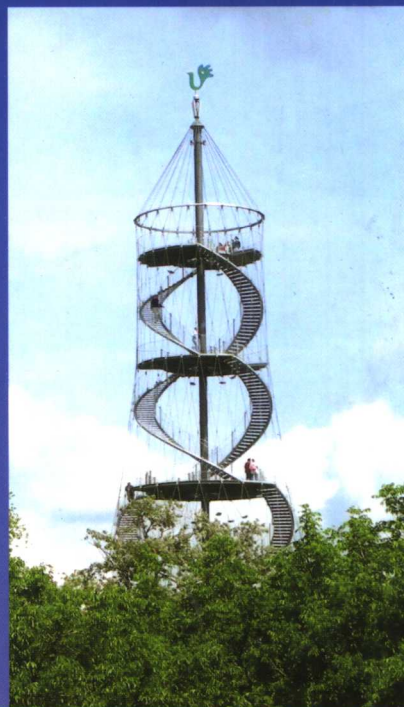


Fun with  
Structural Mechanics

趣味

结构力学

单 建 编著



高等教育出版社  
Higher Education Press

0342/66

2008

# 趣味结构力学

## Fun with Structural Mechanics

单 建 编著



高等教育出版社

Higher Education Press

## 内容提要

本书通过丰富的例题及工程实例,在阐明结构力学基本概念和原理的基础上,揭示了该课程的趣味性,旨在激发土木工程及其他相关专业的学生学习结构力学的兴趣,改进学习方法,提高学习效率,并且通过结构力学的学习,提高分析问题和解决问题的能力。本书覆盖了结构力学基本部分(几何组成分析、静定结构内力计算、结构位移计算、力法、位移法和力矩分配法、影响线)的内容,也涉及结构力学的专题部分(动力分析、稳定、极限荷载)的部分内容,既可作为基础结构力学课程的辅助教材,也可作为“定性结构力学”或“概念结构力学”的教学参考书。本书凝结了作者多年从事结构力学教学及研究的经验和心得,也吸取了其他结构力学教学工作者的部分成果。全书内容精炼,分析透彻,语言生动,是一本具有鲜明特色的结构力学教材。

## 图书在版编目(CIP)数据

趣味结构力学 / 单建编著. —北京: 高等教育出版社,  
2008. 1

ISBN 978 - 7 - 04 - 022698 - 0

I. 趣… II. 单… III. 结构力学 - 高等学校 - 教学参考  
资料 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 178303 号

策划编辑 黄毅 责任编辑 张玉海 封面设计 张楠 责任绘图 吴文信  
版式设计 马敬茹 责任校对 朱惠芳 责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街 4 号  
邮政编码 100011  
总 机 010 - 58581000

购书热线 010 - 58581118  
免费咨询 800 - 810 - 0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司  
印 刷 北京东君印刷有限公司

网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787 × 960 1/16  
印 张 10.25  
字 数 180 000  
插 页 3

版 次 2008 年 1 月第 1 版  
印 次 2008 年 1 月第 1 次印刷  
定 价 24.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 22698 - 00

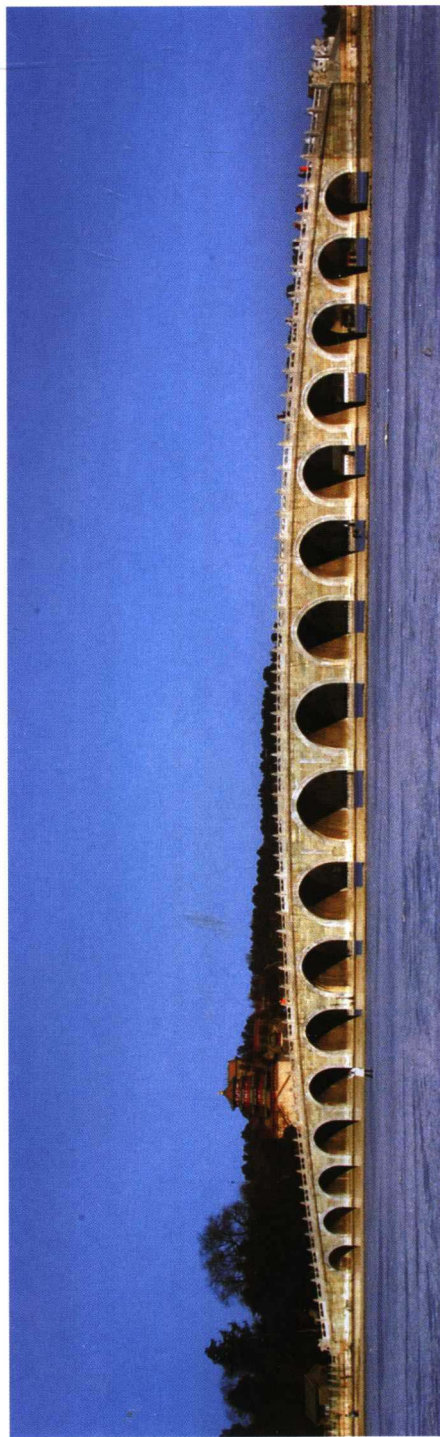


图 1 北京颐和园十七孔桥（那向谦摄）





图2 沪宁电气化铁路接触网张紧装置(单建摄)



图 3 斯图加特的人行天桥 (单 荣摄)





图4 “9·11”事件中的纽约世贸大厦（资料来源：新浪网）

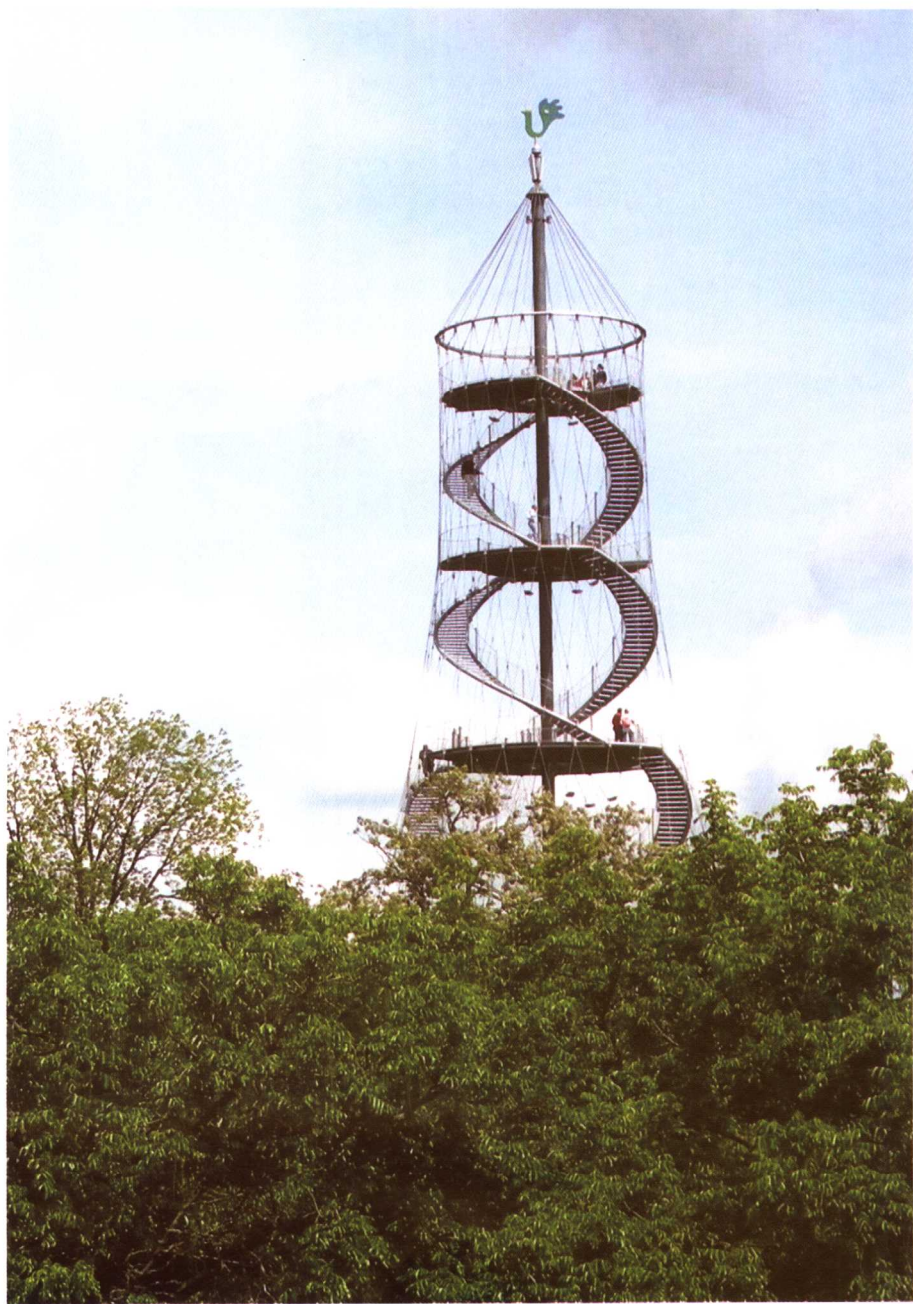


图 5 斯图加特 Killesberg 公园观景塔 (单 荣摄)



# 前 言

对于土木工程专业的学生来说,结构力学是一门十分重要同时又相当难学的课程。既重要又难学,于是学习结构力学就成了一部分学生不得不做的苦差,甚至“噩梦”,根本无乐趣可言。几年前,作者曾经在课堂上谈到结构力学的趣味性问题的,说“结构力学可能是你们在大学阶段最有趣味的课程之一”,结果非但没有引起如期的共鸣,反倒是有学生在下面窃窃私语,“掩口葫芦而笑”(蒲松龄:《聊斋志异·促织》),似乎老师的话乃是诳语。就在那一刻,作者产生了写一本《趣味结构力学》的冲动。

已故数学大师陈省身先生在他生前最后一次接受采访时,被记者问及他为什么要把数学作为自己终身的事业。老先生的回答十分简单、可爱而又发人深省:因为数学“好玩”。好玩者,有趣也。研究一门学问或学习一门课程,如果不觉得“好玩”,不觉得有趣,那确实是一件不幸而痛苦的事情。

那么,结构力学到底有没有趣味呢?有趣,而且相当有趣。这是作者从多年的结构力学教学实践中获得的体会之一。结构力学的趣味性来自于其研究对象的多样性、研究内容的系统性、研究方法的逻辑性、解题思路的灵活性和它贴近工程的实践性。学好这门课程,既能积累必要的知识,又能启发心智、锻炼思维,开拓视野、提高能力,从而为今后的学习乃至工作打下良好的基础。

能否收到上面所说的效果,一个重要的问题是“怎样教”和“怎样学”。一门有趣的课程,不见得人人都觉得有趣,学生如此,教师未必不如此。其中,教师是主导方面。如果教师不能把课程的趣味性发掘出来,在教学中有意识地加以阐述和利用,去激发、调动学生的学习兴趣,学生自己是很难发现其中的趣味的。教师干巴巴地教,学生苦巴巴地学,再有趣的课程也教不好、学不好。爱因斯坦说“兴趣是最好的老师”,这已是老生常谈了;比爱翁更早的孔子在几千年前就曾说过“知之者不如好之者,好之者不如乐之者”(《论语·雍也第六》)这样精辟的话。现在比较普遍的情况仍然是教师以使“学生知之”为目标,而很少想到引导学生“好之”、“乐之”,结果往往是学生连“知之”的要求也做不到。

基于这样的认识,作者近几年来在结构力学教学中及相关的科研乃至日常生活中,对于“结构力学”和“趣味”的结合给予了特别的留意,积累、搜集了一定数量的素材,写成了这本《趣味结构力学》。如果本书能使读者觉得结构力学确实有点“好玩”,能对增进结构力学课程的“教”与“学”两个方面的趣味性起到

一定的促进作用,从而对提高结构力学这门课程的教学质量有所贡献,作者的目也就达到了。

除了上述主要目的,本书还希望通过具体问题的分析,介绍一些与结构工程的发展有关的新概念和新思路,例如适当施加预应力使几何可变体系成为可用的结构之类,以达到开拓学生的视野、激发学习和研究的兴趣的目的。

限于时间和水平,本书所讨论的问题数量还不够充足,内容也不够全面,有的也许并不十分有趣;此外,既然是“趣味”结构力学,必然要求在表达方面与一般的教科书有所区别,作者在这方面也深感功力不足,文字的生动与“趣味”二字不大相称。因此,作者还希望本书能够起到抛砖引玉的作用,引起广大结构力学教学工作者对于“趣味结构力学”这一题目的兴趣和关注;希望在不久的将来,在类似选题下会有更好的著作问世。

本书请同济大学朱慈勉教授审阅。朱教授对书稿提出了许多宝贵的、中肯的意见,其认真负责、细致入微的精神令作者十分感动。在此谨向朱慈勉教授表示衷心的感谢。

单 建

2007年6月于东南大学

# 目 录

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第 1 章 几何组成分析 .....           | 1  |
| 1.1 “三十六计”之顺藤摸瓜 .....        | 1  |
| 1.2 “三十六计”之偷梁换柱 .....        | 4  |
| 1.3 “三十六计”之欲擒故纵 .....        | 6  |
| 1.4 “三十六计”之移花接木 .....        | 8  |
| 1.5 十七孔桥是几何不变的吗? .....       | 11 |
| 1.6 瞬变体系有哪些特点? .....         | 13 |
| 1.7 几何可变体系真的“不能用作结构”吗? ..... | 15 |
| 1.8 什么是“机构位移模态”? .....       | 19 |
| 1.9 “攀达穹顶”——几何可变体系大显神通 ..... | 21 |
| 1.10 太极高手——荷载缓和体系 .....      | 23 |
| 第 2 章 静定结构的内力计算 .....        | 26 |
| 2.1 考虑分布力偶荷载的微分关系 .....      | 26 |
| 2.2 再谈分布力偶荷载 .....           | 28 |
| 2.3 关于“反问题” .....            | 30 |
| 2.4 叠加法的活用 .....             | 33 |
| 2.5 直觉会欺骗你吗? .....           | 36 |
| 2.6 “另类”三铰式结构 .....          | 39 |
| 2.7 别样的“另类” .....            | 42 |
| 2.8 “庖丁解牛”的启示 .....          | 44 |
| 2.9 速画弯矩图的诀窍 .....           | 47 |
| 2.10 再说“偷梁换柱”和“移花接木” .....   | 51 |
| 2.11 恼人的组合结构 .....           | 53 |
| 2.12 拱与悬索结构的比较 .....         | 55 |
| 第 3 章 结构的位移计算 .....          | 58 |
| 3.1 结构中的“火柴杆游戏” .....        | 58 |



|       |                                             |     |
|-------|---------------------------------------------|-----|
| 3.2   | 直线能拉成折线吗? .....                             | 61  |
| 3.3   | 图乘法的迷惘:形心在哪里? .....                         | 62  |
| 3.4   | 巧用减法作图乘 .....                               | 65  |
| 3.5   | 广义位移可以分解吗? .....                            | 67  |
| 3.6   | 公式 $\oint \frac{M}{EI} ds = 0$ 不成立的情况 ..... | 70  |
| 3.7   | 互等定理有时也不成立 .....                            | 72  |
| 第 4 章 | 超静定结构分析 .....                               | 76  |
| 4.1   | “闭合环路”之谜 .....                              | 76  |
| 4.2   | 力法方程中自由项的灵活计算 .....                         | 77  |
| 4.3   | 力法基本结构可以是超静定的吗? .....                       | 81  |
| 4.4   | 公式 $\oint \frac{M}{EI} ds = 0$ 的妙用 .....    | 83  |
| 4.5   | 别出心裁的变形协调条件 .....                           | 86  |
| 4.6   | 折杆的刚度方程 .....                               | 87  |
| 4.7   | 关于“准”对称结构 .....                             | 89  |
| 4.8   | 一个真实的“半结构” .....                            | 92  |
| 4.9   | 无剪力分配法回头望 .....                             | 94  |
| 4.10  | “无穷大”是多大? .....                             | 96  |
| 4.11  | 怎样画好变形曲线? .....                             | 98  |
| 4.12  | 重要而有用的概念——转动刚度和传递弯矩 .....                   | 101 |
| 4.13  | “成长”中的结构 .....                              | 103 |
| 第 5 章 | 其他 .....                                    | 107 |
| 5.1   | 关于影响线的“微分关系” .....                          | 107 |
| 5.2   | 把“不可能”变为可能 .....                            | 111 |
| 5.3   | 动力系数“放大”了什么? .....                          | 113 |
| 5.4   | 论世贸大厦的倒掉 .....                              | 117 |
| 5.5   | 动力松弛法——用动力方法求解静力问题 .....                    | 119 |
| 5.6   | 稳定问题中的几何关系、物理关系和平衡关系 .....                  | 121 |
| 5.7   | “施压求稳”? .....                               | 126 |
| 5.8   | 极限荷载与抗弯刚度有什么关系? .....                       | 129 |
| 5.9   | 飘忽的塑性铰 .....                                | 133 |
| 5.10  | 电脑 VS 人脑 .....                              | 136 |

---

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| 5.11 形形色色的趣题(一) ..... | 138 |
| 5.12 形形色色的趣题(二) ..... | 144 |
| 结束语 .....             | 152 |
| 参考文献 .....            | 153 |

# 第1章

## 几何组成分析

### 1.1 “三十六计”之顺藤摸瓜

对《趣味结构力学》的作者来说,本章既好写又不好写。好写,因为几何组成分析即使不是结构力学中最有趣味的内容,至少也是最有趣味的内容之一,有大量有趣的题材可以发掘;不好写,因为有趣的东西太多,如果兼收并蓄,难免造成各章篇幅过度失衡,因此不得不有所取舍,甚至忍痛割爱。

几何组成分析,常用的方法是应用几何不变体系的基本组成规则。但这些规则决不是解决几何组成分析问题的万应灵药,不少几何组成分析问题的解决,除了基本规则之外还要求助于其他方法或技巧。本节标题中的“三十六计”,不过是形容此类方法和技巧之多,类似于人们常说的“千方百计”,并不表明作者真有将本章写到第1.36节的打算。

本节所要讨论的问题,仅应用基本规则就能分析清楚,但也需要正确的思路。接下去的几节将涉及一些稍为复杂的、仅应用基本规则无法解决的问题。

关于几何不变体系的基本组成规则,通常的提法有三条,即“二元体规则”、“两刚片规则”和“三刚片规则”。这三条规则在本质上是相通的,一些简单的问题,无论用哪条规则都可以解决;但复杂一点的问题,则用这一条规则还是另一条规则、先用哪一条规则后用哪一条规则,就需要动一番脑筋。

一般说来,可以按照以下的“优先”顺序考虑采用哪条规则:

首先,考虑“二元体规则”,例如能不能撤去一些二元体,使体系得到简化;

其次,考虑“两刚片规则”,例如检查体系除地基以外的部分与地基的连接是不是符合两刚片规则的要求,能不能脱离地基进行分析;

最后,考虑采用较为复杂的“三刚片规则”。

如果采用这些规则都不能奏效,那就要求助于其他方法或技巧了。

**例 1.1** 试分析图 1.1a 所示体系的几何组成。

这个问题大家可能都比较熟悉,它在几乎所有的结构力学教科书、习题集或

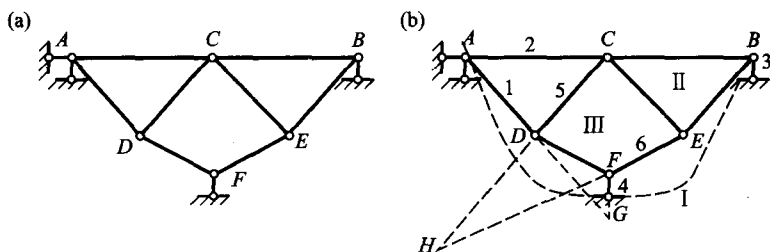


图 1.1

解题指导之类的参考书上都能见到,堪称此类问题的“经典”之一,也差不多是能够仅用基本规则进行分析的最难的问题之一。解决这一问题的关键是要将地基看成一个刚片,将 $\triangle CBE$ 和链杆 $DF$ 看成另外两个刚片。但这样取刚片是怎么“想”出来的?特别是,怎么会想到将链杆 $DF$ 也看成刚片呢?是误打误撞地碰上的,还是有什么思路可循?常见的教科书或参考书对此往往“语焉不详”。就作者所见,对这一问题的思路讲解得最为透彻的当属文献[7]。

**分析** 首先,二元体 $A$ 可以看做地基的一部分,这是本例中二元体规则唯一可以派上用处的地方,此外它就没有什么用武之地了。

其次,如果脱离地基进行分析,体系显然内部可变,但它与地基以4根链杆相连,其中任意3根不共点,因而不能利用两刚片规则,从体系的内部可变性判定它是几何可变的。两刚片规则也用不上,剩下的就只有三刚片规则可以考虑了。

很容易想到将地基(含二元体 $A$ )、铰接三角形 $ACD$ 和 $CBE$ 分别看成一个刚片。但这样取刚片,除了两个三角形之间的铰 $C$ 以外,地基与任何一个三角形之间的联系都不符合三刚片规则的要求(参见图1.1b:  $\triangle CBE$ 与地基仅有一根链杆3直接联系,链杆6的 $E$ 端连接着 $\triangle CBE$ , $F$ 端却连接着链杆4而不是地基;  $\triangle ACD$ 与地基之间除了铰 $A$ 之外,还通过两根首尾相接的链杆 $DF$ 和4互相连接),因而是行不通的,必须另辟蹊径。

应该看到,本例中三个刚片无论怎样取,地基必为其中之一。因此,比较符合逻辑的思路是从地基出发去寻找另外两个刚片。试将地基想象成“瓜地”,将要找的另外两个刚片看成“瓜”,则联系地基和这两个刚片的链杆就是“藤”,顺着“藤”应该不难找到“瓜”。注意,这里的“瓜”比较特殊:两根“藤”上结一个“瓜”,因此两个“瓜”对应4根“藤”。

由图1.1b可见,与地基(含二元体 $A$ )直接相连的链杆不多不少正好是4根。

顺着1、4两根“藤”摸,找到一个“瓜”——链杆 $DF$ ;



顺着 2、3 两根“藤”摸,找到另一个“瓜”—— $\triangle CBE$ 。

$\triangle CBE$  和链杆  $DF$  又以链杆 5、6 相连。按照两根链杆与一个单铰的对应关系,三刚片“两两相联”的铰可以从而确定,剩下的问题就是看它们是否共线了。

解(图 1.1b) 将地基(包括二元体  $A$ )看成刚片 I,  $\triangle CBE$  和链杆  $DF$  分别看成刚片 II 和刚片 III。刚片 I 和 II 之间的链杆 2 和 3 相当于铰  $B$ , I 和 III 之间的链杆 1 和 4 相当于铰  $G$ , II 和 III 之间的链杆 5 和 6 相当于铰  $H$ 。 $B$ 、 $G$ 、 $H$  三铰不共线。因此,这是一个几何不变,并且没有多余约束的体系。

应用两刚片规则或三刚片规则进行几何组成分析,关键是将组成体系的“零件”适当地划分为“刚片”(约束对象)和“链杆”(约束工具),从而使想用的规则能够用得上。分析时目的要明确,思路要清楚,避免盲目地拆分和组合。此外,当某种思路(例如在本例中将  $\triangle CBE$  和  $\triangle ACD$  分别看成一个刚片)经过尝试已经证明行不通时,要及时改弦更张,不能“一条道走到黑”。

图 1.2a、b 所示的两个体系表面上与图 1.1a 不同,实际上都是图 1.1a 的“翻版”,三者的“拓扑”规律是完全相同的。建议读者用基本规则对这两个体系进行几何组成分析,进一步体会“顺藤摸瓜”的含义。

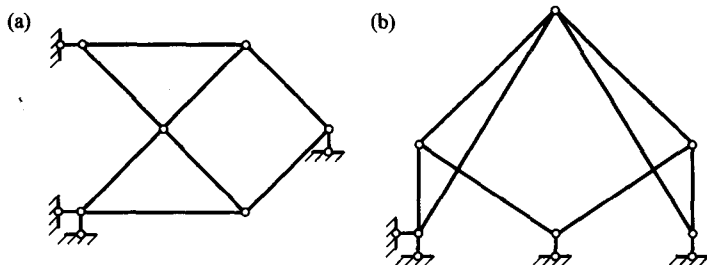


图 1.2

用“顺藤摸瓜”的思路还可以轻松地找出图 1.3 所示的“正六边形体系”问题用基本规则进行分析的全部解法。因为对称性,本题用基本规则分析,解法只能有两种:(1) 从一条边出发,去寻找另外两个刚片;(2) 从一条对角线出发,去寻找另外两个刚片。图 1.3a、b 所示的解法属于前一种,图 1.3c、d 所示的解法属于后一种。在这 4 个图中,刚片及链杆的编号方法与图 1.1 相同,请读者进行比较。

图 1.3a 和 c 所示的解法虽然出发点(“瓜地”)不同,但三个刚片和三组链杆的取法却是相同的,应该视为同一种解法。以上分析已经穷尽了本问题用基本规则分析的各种可能的解法,因此我们可以有把握地说:如果限用基本规则分析,本题只有三种解法。

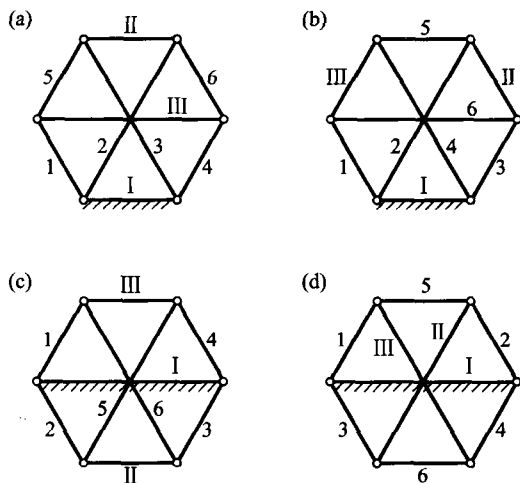


图 1.3

## 1.2

## “三十六计”之偷梁换柱

如果将图 1.1a 所示的体系稍加改变,得到图 1.4a,几何组成分析的难度就上了一个台阶,因为这时无论怎样“顺藤摸瓜”也无济于事了,必须动点别的脑筋才行。

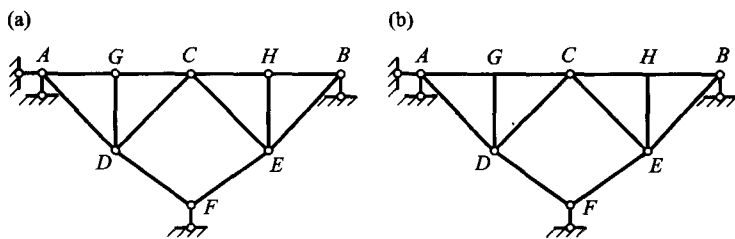


图 1.4

比较图 1.1a 和图 1.4a 中的两个体系,二者的区别仅仅在于:图 1.1a 中的铰接三角形  $ACD$  和  $CBE$  在图 1.4a 中分别被换成了简单桁架  $AGCD$  和  $CHBE$ 。它们的相同之处是:第一,两个铰接三角形都是内部几何不变、无多余约束的,相应的两个简单桁架也都是内部几何不变、无多余约束的;第二,两个铰接三角形中的任何一个及其对应的简单桁架与体系其余部分的连接方式相同。这里所说的“连接方式”包括连接点的数量、位置和性质,例如如图 1.1a 中的铰接三角形