

中等职业学校文化基础课程教学用书

数学学习指导与技能训练

(共用基础平台)

上册

李广全 主编

(修订版)



高等教育出版社

中等职业学校文化基础课程教学用书

数学学习指导与技能训练

(共用基础平台)

上册

(修订版)

李广全 主编

孙晓晔 副主编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学学习指导与技能训练(共用基础平台).上册 / 李广全主编. (修订版). —北京:高等教育出版社, 2007. 6

ISBN 978 - 7 - 04 - 020985 - 3

I. 数… II. 李… III. 数学课 - 专业学校 - 教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 070145 号

策划编辑 薛春玲 责任编辑 薛春玲 封面设计 李卫青 责任绘图 黄建英
版式设计 王莹 责任校对 朱惠芳 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010 - 58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 高等教育出版社印刷厂

开 本 787 × 1092 1/16
印 张 8.5
字 数 130 000

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 2006 年 6 月第 1 版
2007 年 6 月第 2 版
印 次 2007 年 6 月第 1 次印刷
定 价 10.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 20985 - 00

中等职业学校文化基础课程 语文、数学教材编写委员会

主 任 王军伟

委 员 (以姓氏笔画为序)

刁哲军	于黔勋	王 虹	左其琨	向才毅
齐管社	吴诗灿	张进军	张金英	李广全
林 燕	尚志平	孟志咸	茹秀荣	俞冬伟
姜昭慧	倪文锦	唐国庆	章雪冬	董 强
谢佳英	蔡慈明			

《数学(共用基础平台)上、下册(修订版)》教材编写组

主 编 李广全

编 者 (以姓氏笔画为序)

王小军(河南)	回庆春(陕西)	孙明红(山东)
杜瑞文(天津)	严丽萍(杭州)	吴春禹(北京)
陈远伦(安徽)	武凤贵(河北)	范 忻(湖北)
易 刚(四川)	高尚华(北京)	郭 为(陕西)
唐松林(湖南)	黄训贤(福建)	谢幼平(杭州)

内 容 简 介

全书《数学学习指导与技能训练(共用基础平台)上、下册(修订版)》是与“教育部职业教育与成人教育司推荐教材”《数学(共用基础平台)上、下册(修订版)(附学习卡/防伪标)》相配套的学生用书,再加上教师教学用书《数学教学参考书(共用基础平台)上、下册(修订版)(各附光盘)》,共三种(包括纸介质书六册,学习卡两张,光盘两张),构成一套完整的中等职业学校数学课程教学方案。

《数学(共用基础平台)上、下册(修订版)(附学习卡/防伪标)》的内容是所有中等职业学校学生必学的内容。一方面,这些内容是一个公民所必需具备的基本数学素养;另一方面,学好这些内容将为学生今后继续学习专业课所需专业数学知识及学习专业课打下良好的基础,是学生将来就业上岗所需具备的最基础的知识和技能。

采用学分制的学校同样可以使用《数学(共用基础平台)上、下册(修订版)(附学习卡/防伪标)》进行教学。

本数学学习指导与技能训练的内容与教材内容相对应,每章的结构都相同,其包括教学基本要求,重点与难点,课程导学(含应知应会、范例选讲、疑难辨析、达标训练),达标测评题等四部分内容。

修订版前言

2006 年教材出版之后,为了探讨高素质劳动者的数学素质需求和职业学校对数学教材的实际需求。我们多次实地考察使用教材的学校,召开不同规模、不同对象的教材研讨会。在对职业教育形势充分调研的基础上,吸收了一线教师的反馈意见,对教材的内容、风格作了进一步的调整,以突出职业特色,适应职业教育的发展,满足职业素质培养的需求。

本册学习指导与技能训练是与《数学(共用基础平台)上册(修订版)(附学习卡/防伪标)》配套的教学用书,本次改版的主要变动如下:

1. 调整了部分教学基本要求,教学目标更贴近教学实际,突出数学知识在大类职业岗位的一般应用。

2. 增加了“疑难辨析”栏目,辨析容易混淆的知识,有助于学生对知识的理解与掌握。

3. 对习题进行调整,删掉一些具有应试倾向的题目,增加、改造一些应用型的题目。

4. 随着主教材改版的变动,完善、修订了本书中的一些不当之处。

本册书的编写工作由李广全、孙晓晔完成北京信息科技大学朱铤道教授仔细审查了改版教材,并提出了许多富有建设性的改进意见。高等教育出版社中职出版中心首席策划邵勇、编辑薛春玲对本套教材的出版付出了大量的劳动,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者的学术水平有限,书中难免存在不足之处,敬请读者提出宝贵的意见和建议。

编 者

2007 年 3 月 22 日

第一版前言

《数学学习指导与技能训练(共用基础平台)》(上、下册)是与“教育部职业教育与成人教育司推荐教材”《数学(共用基础平台)》(上、下册)(附学习卡)相配套的学习指导与技能训练用书。目的是使学生通过对主教材内容的反思和深化,理清知识脉络,掌握基础知识和常用的数学方法,提高分析问题和应用数学知识的能力。

《数学学习指导与技能训练(共用基础平台)》(上、下册)按照主教材的顺序,以节为单位,按照章进行编写。各章的结构相同,主要包括:教学基本要求、重点与难点、课程导学、达标测评题。使用本书的学生,在学习完每节内容和每章内容后,可以及时地得到学习指导,把握课程的知识要点与教学要求。同时通过同步的达标练习和达标测评,夯实基础、强化能力。

本书的习题编选,力图改变纯数学的应试性训练模式,注重基础知识和基本方法,注重数学在生产中的实际应用,为学生在专业课程和生产实践中应用数学做好准备。

本套书由天津机电职业技术学院李广全副教授主编。参加教材编写的有:杜瑞文(天津教委教研室)、武凤贵(石家庄市信息管理学校)、陈远伦(安徽省广德横山职高)、王小军(河南郑州工业贸易学校)、易刚(内江铁路机械学校)、严丽萍(杭州中策职业学校)、郭为(陕西教育科学研究所)、回庆春(西安理工大学高等技术学院)、孙明红(山东省教学研究室)、谢幼平(杭州市职教研究中心)、黄训贤(福建建材工业学校)、吴春禹(北京市供销学校)。

由于编者的学术水平有限,书中难免存在不足之处,请读者提出宝贵的意见和建议。

编 者

2006年3月

目 录

第1章 集合与命题	1
一、教学基本要求	1
二、重点与难点	1
三、课程导学	2
1.1 集合	2
1.2 集合的运算	5
1.3 命题	10
四、达标测评题 1	13
第2章 函数	16
一、教学基本要求	16
二、重点与难点	17
三、课程导学	18
2.1 认识函数	18
2.2 函数的性质	27
2.3 二次函数及其图像	32
2.4 二次函数的性质	37
2.5 一元二次不等式的图像解法	41
2.6 分段函数	45
* 2.7 经济中的常用函数	51
四、达标测评题 2	55
第3章 指数函数与对数函数	59
一、教学基本要求	59
二、重点与难点	60
三、课程导学	60
3.1 指数概念的推广	60
3.2 指数函数	66
3.3 对数	72
3.4 对数函数	79



四、达标测评题 3	85
第 4 章 三角函数 I	89
一、教学基本要求	89
二、重点与难点	90
三、课程导学	90
4.1 解直角三角形	90
4.2 角的概念推广、弧度制	94
4.3 任意角的三角函数	100
4.4 同角三角函数的关系	105
4.5 简化公式	111
4.6 三角函数的图像与性质	115
4.7 已知三角函数值求角	121
四、达标测评题 4	124

第1章 集合与命题

一、教学基本要求

1. 知识要求

- (1) 理解集合的概念,掌握元素与集合间的关系及常用数集的记号 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$.
- (2) 掌握集合的两种表示法:列举法和描述法. 掌握利用区间表示集合的方法.
- (3) 理解子集、真子集及集合相等的概念.
- (4) 了解空集的意义,掌握符号“ $\emptyset$ ”.
- (5) 理解并集、交集、全集与补集的概念,掌握集合的并、交、补运算.
- (6) 了解命题真假的含义.
- (7) 理解“充分条件”、“必要条件”及“充要条件”的意义.

2. 能力要求

- (1) 能准确地使用符号“ $\in$ ”表示元素与集合的关系.
- (2) 会选用适当的方法准确地表示集合.
- (3) 能准确地使用符号“ $\subseteq$ ”,“ $\subsetneq$ ”,“ $=$ ”表示集合间的关系.
- (4) 会进行集合的并、交、补运算.
- (5) 能准确地使用符号“ $\Rightarrow$ ”,“ $\Leftarrow$ ”,“ $\Leftrightarrow$ ”.

二、重点与难点

1. 重点

- (1) 集合的表示方法;
- (2) 集合的运算;

(3) “充分条件”、“必要条件”、“充要条件”的理解.

2. 难点

(1) 集合的表示方法;

(2) 集合的运算;

(3) 实际问题中“充分条件”、“必要条件”、“充要条件”的判定.

三、课程导学

1.1 集合

(一) 应知应会

1. 基础知识

(1) 由某些确定的对象组成的一个整体就是一个集合(简称集). 组成集合的每一个对象叫做这个集合的元素. 元素 a 与集合 A 之间的关系只有两种: $a \in A$ 或者 $a \notin A$, 二者必居其一.

(2) 如果集合 B 中的每一个元素都是集合 A 的元素, 那么, 集合 B 叫做集合 A 的子集, 记作 $A \supseteq B$ 或 $B \subseteq A$. 如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 那么 $A = B$. 如果 $B \subseteq A$, 并且集合 A 中至少有一个元素不属于 B , 那么, 集合 B 叫做集合 A 的真子集, 记作 $A \not\supseteq B$ 或 $B \subsetneq A$. 两个集合 A, B 之间的关系可以是 $A \subseteq B$ 或 $B \subseteq A$ 或 $A = B$ 或上述情况都不满足.

(3) $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

(4) $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

(5) $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

2. 基本技能与能力要求

(1) 会选用适当的方法表示集合.

(2) 能正确区分元素与集合、集合与集合之间的关系, 正确使用各种符号.

(二) 范例选讲

例1 用列举法表示下列集合:

(1) $\{x | x = |x|, x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } x < 4\}$;

(2) $\{x | (2x-1)(x+1)(x^2+1) = 0\}$;

(3) $\{(x, y) | x+y=4, x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^*\}$.

 分析 (1) 由 $x = |x|$ 可知 $x \geq 0$, 又 $x < 4$ 且 $x \in \mathbf{Z}$, 所以 x 为 0、1、2、3.

(2) 由 $(2x-1)(x+1)(x^2+1)=0$ 解出 x , 即是该集中的元素.

(3) 由 $x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^*$ 可知 x, y 均为正整数, 求出满足 $x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^*$ 且 $x+y=4$ 的点.

解 (1) $\{x | x = |x|, x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } x < 4\} = \{0, 1, 2, 3\}$.

(2) 解方程 $(2x-1)(x+1)(x^2+1)=0$ 得 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -1$, 所以

$$\{x | (2x-1)(x+1)(x^2+1)=0\} = \left\{\frac{1}{2}, -1\right\}.$$

(3) 满足 $x+y=4, x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^*$ 的解有: (1,3), (3,1), (2,2), 所以

$$\{(x, y) | x+y=4, x \in \mathbf{N}^*, y \in \mathbf{N}^*\} = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\}.$$

 说明 这类问题, 主要是培养认真审题的能力, 题目中所给的条件都要用到, 把各种可能的情况都要考虑到. 要注意, 平面上的一个点 (x, y) 是集合中的一个元素, 所以 (3) 用列举法表示只有 3 个元素.

例 2 用适当的符号 ($\in, \notin, \subseteq, \supseteq, =$) 填空:

(1) a $\{a, b\}$; (2) $\{a, b\}$ $\{b, a\}$;

(3) 0 $\emptyset$; (4) $\emptyset$ $\{0\}$;

(5) $\mathbf{N}$ $\mathbf{Q}$; (6) $\mathbf{R}$ $\mathbf{Z}$.

 分析 (1) 数 0 和字母 a, b 均表示集合的元素, 加上括号 $\{ \}$ 后则表示集合. 另外, $\emptyset$ 表示空集, $\mathbf{N}$ 表示自然数集, $\mathbf{Z}$ 表示整数集, $\mathbf{Q}$ 表示有理数集, $\mathbf{R}$ 表示实数集.

(2) 元素与集合之间具有的关系是 $\in$ 或 $\notin$, 集合与集合之间具有的关系是 $\subseteq, \supseteq$ 或 $=$.

(3) 集合与其元素的排列顺序无关.

解 (1) $\in$; (2) $=$; (3) $\notin$; (4) $\subseteq$; (5) $\supseteq$; (6) $\supseteq$.

(三) 疑难辨析

例 3 已知集合 $A = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}\}$, 集合 $B = \{x | x = 4n + 1, n \in \mathbf{N}\}$, 判定 A 与 B 的关系.

 辨析 在讨论两个集合之间的关系时, 主要是分析每个集合都有哪些元素组成. 将集合 A, B 分别用列举法表示出来, 比较两个集合中的元素即可得到结论. 因此, 能用列举法表示的集合一般都要使用列举法表示, 这样能使组成集合的元素清晰明了, 容易判断.

它们之间的关系.

解 集合 A 、 B 用列举法可以分别表示为

$$A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}, \quad B = \{1, 5, 9, 13, \dots\}.$$

因此当 $x \in B$ 时, 必有 $x \in A$, 即 $B \subseteq A$. 又因为 $3 \in A$, 但 $3 \notin B$, 即 A 中至少有一个元素不属于 B , 所以, 集合 B 真包含于集合 A , 即 $B \subsetneq A$.

(四) 达标训练 1.1

A 组

1. 用适当的符号 ($\in$, $\notin$, $\subsetneq$, $\supsetneq$, $=$) 填空:

(1) 0 $\{0\}$; (2) 0 $\{b, a\}$;

(3) $\emptyset$ $\mathbf{R}$; (4) $\{1\}$ $\mathbf{N}$;

(5) $\mathbf{R}$ $\mathbf{Q}$; (6) $\mathbf{N}$ $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

2. 用列举法和描述法表示下列集合:

(1) 绝对值不大于 3 的整数;

(2) 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的解集;

(3) 满足 $x + y < 4$, 且 $x \in \mathbf{N}^*$, $y \in \mathbf{N}^*$ 的点 (x, y) .

3. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, 试写出 A 的所有子集, 并指出 A 的真子集.

4. 用区间表示下面的集合:

(1) $\{x \mid -1 < x \leq 2\}$;

(2) $\{x \mid 3 \leq x \leq 5\}$;

(3) $\{x \mid x \leq 4\}$;

(4) $\{x \mid x > -5\}$.

B 组

1. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 不大于 10 的正偶数;

(2) 不等式 $0 \leq x + 3 \leq 5$ 的整数解;

(3) 二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$ 的解集.

2. 判断集合 A 与集合 B 之间的关系:

(1) $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x \mid |x| < 2, x \in \mathbf{Z}\}$;

(2) $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid x = 4n, n \in \mathbf{N}\}$;

(3) $A = \{x \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x \mid x - 1 = 0\}$;

(4) $A = \{(x, y) \mid xy > 0\}$, $B = \{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$.

1.2 集合的运算

(一) 应知应会

1. 基础知识

(1) 由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素所组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

(2) 由既属于集合 A , 又属于集合 B 的所有元素组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

(3) 研究某些集合时, 这些集合常常是一个给定集合的子集, 这个给定的集合叫做全集, 一般用 U 来表示.

(4) 如果集合 A 是全集 U 的一个子集, 那么, 由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 在 U 中的补集, 记作 $\complement_U A$, 即 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$. 如果从上下文看全集 U 是明确的, 那么全集 U 可以省略不写, 将 $\complement_U A$ 简记为 $\complement A$.

2. 基本技能与能力要求

掌握集合的并、交、补运算.

(二) 范例选讲

例 1 设集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 = 1\}$, 求 $A \cup B, A \cap B$.

分析 集合 A, B 分别表示方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 和 $x^2 = 1$ 的解集. 因此解这两个方程并用列举法表示解集, 即可求出 $A \cup B, A \cap B$.

解 方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的解为

$$x_1 = 2, x_2 = 3;$$

方程 $x^2 = 1$ 的解为

$$x_1 = -1, x_2 = 1.$$

所以

$$A = \{2, 3\}, B = \{-1, 1\},$$

故

$$A \cup B = \{-1, 1, 2, 3\}, A \cap B = \emptyset.$$

例 2 已知集合 $A = \{(x, y) | x - 2y = 1\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x + 3y = 6\}$, 求 $A \cap B$.

分析 集合 A, B 分别表示方程 $x - 2y = 1$ 和 $x + 3y = 6$ 的解集. 求 $A \cap B$ 即求由上述两个方程组成的方程组的解集.

解 方程组 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$, 因此 $A \cap B = \{(3, 1)\}$.

说明 注意 $\{(3,1)\}$ 与 $\{3,1\}$ 是不同的. 集合 $\{(3,1)\}$ 中的元素是有序实数对, 集合 $\{3,1\}$ 中的元素是两个数. 所求集合 $A \cap B$ 的元素是有序实数对, 对应平面中的点. 由于二元一次方程组只有一组解, 故集合 $A \cap B$ 中只含 $(3,1)$ 一个元素.

例 3 设全集 $U = \{x | |x| < 4\}$, 集合 $A = \{x | -2 < x \leq 1\}$, 集合 $B = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 求 $A \cup B, A \cap B, \complement_U(A \cap B)$.

分析 集合 U, A, B 分别是满足不等式 $|x| < 4, -2 < x \leq 1$ 和 $0 < x \leq 2$ 的一切 x 的集合, 考虑到直观性, 可利用数轴来求 $A \cup B, A \cap B, \complement_U(A \cap B)$.

解

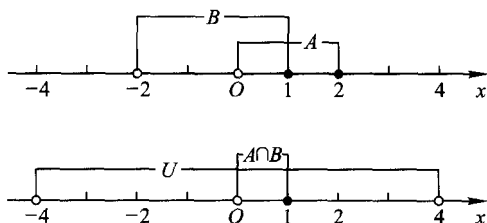


图 1-1

由图 1-1 可知

$$A \cup B = \{x | -2 < x \leq 1\} \cup \{x | 0 < x \leq 2\} = \{x | -2 < x \leq 2\};$$

$$A \cap B = \{x | -2 < x \leq 1\} \cap \{x | 0 < x \leq 2\} = \{x | 0 < x \leq 1\};$$

$$\begin{aligned} \complement_U(A \cap B) &= \{x | -4 < x < 4 \text{ 且 } x \notin A \cap B\} \\ &= \{x | -4 < x \leq 0\} \cup \{x | 1 < x < 4\}. \end{aligned}$$

说明 通过观察数轴进行补运算时, 要注意补运算中区间端点的归属. 如果在集合中包含区间端点, 那么其补集中就不能再包含它; 如果集合中不包含区间端点, 那么补集中就一定要包含它.

(三) 疑难辨析

例 4 设集合 $A = \{x | x^2 - 5x + p = 0\}$, 集合 $B = \{x | 2x^2 - qx + 1 = 0\}$, 且 $A \cap B = \{1\}$, 求 $A \cup B$.

辨析 集合 A, B 的元素分别为方程 $x^2 - 5x + p = 0$ 与方程 $2x^2 - qx + 1 = 0$ 的解.

由 $A \cap B = \{1\}$ 可知, $1 \in A$ 且 $1 \in B$, 即 $x=1$ 是上述方程的解. 将 $x=1$ 代入方程, 求出 p, q 的值, 并用列举法写出集合 A, B , 最后再求 $A \cup B$. 合理利用条件 $A \cap B = \{1\}$ 是解决本题的关键.

解 因为 $A \cap B = \{1\}$, 所以 $x=1$ 是方程 $x^2 - 5x + p = 0$ 和 $2x^2 - qx + 1 = 0$ 的解.

于是 $1 - 5 + p = 0, 2 - q + 1 = 0$, 解得 $p = 4, q = 3$. 因此

$$A = \{x | x^2 - 5x + 4 = 0\} = \{1, 4\},$$

$$B = \{x | 2x^2 - 3x + 1 = 0\} = \left\{\frac{1}{2}, 1\right\}.$$

故
$$A \cup B = \left\{\frac{1}{2}, 1, 4\right\}.$$

例 5 设集合 $A = \{2, -1, x^2 - x + 1\}, B = \{2y, -4, x + 4\}, C = \{-1, 7\}$, 且 $A \cap B = C$, 求 x, y 的值.

辨析 本题主要是利用条件中 $A \cap B = C$, 且 $C = \{-1, 7\}$, 说明 -1 与 7 是 A, B 中的公共元素, 即 $-1 \in A, 7 \in A$, 由此推理得出 $x^2 - x + 1 = 7$. 需要注意, 求出 $x = -2, x = 3$ 后进行讨论验证, 然后确定 $2y = -1$, 最后求出 y 值.

解 由 $A \cap B = C = \{-1, 7\}$, 知 $x^2 - x + 1 = 7$, 解得 $x = -2$ 或 $x = 3$.

当 $x = -2$ 时, $A = \{2, -1, 7\}, B = \{2y, -4, 2\}$, 这时就有 $2 \in A \cap B$, 由于 $2 \notin C$, 所以 $x = -2$ 不合题意.

当 $x = 3$ 时, $A = \{2, -1, 7\}, B = \{2y, -4, 7\}$. 这时有 $2y = -1$, 即 $y = -\frac{1}{2}$.

综上所述, $x = 3, y = -\frac{1}{2}$.

(四) 达标训练 1.2

A 组

1. 设 $A = \{(x, y) | 2x - y = 1\}, B = \{(x, y) | 2x + y = 0\}$, 求 $A \cap B$.

2. 设 $A = \{x | -1 < x < 1\}, B = \{x | x > 0\}$, 求 $A \cup B, A \cap B$.