



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学 提要与例题解析

郭应征 编著
Guo Yingzheng



清华大学出版社



Springer



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学 提要与例题解析

郭应征 编著
Guo Yingzheng



清华大学出版社

 Springer

内 容 简 介

材料力学是高等院校中一门与机械、土木、航空、交通、材料和工程力学等许多工科专业密切相关的重要的学科基础课,也是报考这些工科专业硕士研究生的考试课程,同时,也是全国和省级大学生力学竞赛的必考科目。

本书按照材料力学课程的教学内容,共分为12章,每章均分为“内容提要”、“例题精解”、“自测题与答案”和“单元模拟试卷”四个部分,书后有“单元模拟试卷精解”。

本书收集了丰富的学习资料,可作为高等工科院校的大学生学习材料力学课程的教学辅导书,也可作为报考相关工科专业硕士研究生以及参加大学生力学竞赛的复习指导书,也可供大学力学教师和一般工程技术人员参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

材料力学提要与例题解析/郭应征编著.——北京:清华大学出版社,2008.3

(高等院校力学学习辅导丛书)

ISBN 978-7-302-16775-4

I. 材… II. 郭… III. 材料力学—高等学校—教学参考资料 IV. TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第002663号

责任编辑:杨倩 洪英

责任校对:赵丽敏

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦A座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175

邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015

客户服务:010-62776969

印刷者:清华大学印刷厂

装订者:三河市金元印装有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:175×245 印 张:30.75

字 数:617千字

版 次:2008年3月第1版

印 次:2008年3月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:43.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:010-62770177 转 3103 产品编号:020974-01

前 言

材料力学是高等院校中一门与机械、土木、航空、交通、材料和工程力学等许多工科专业密切相关的重要的学科基础课,也是报考这些工科专业硕士研究生的考试课程,同时也是全国和省级大学生力学竞赛的必考科目。

要学好材料力学课程,首先要搞清基本概念,掌握基本理论和基本方法,然后必须亲自动手实践,分析和演算一定数量的习题,包括一些较难的题目。通过做题逐步加深对基本概念的理解,掌握基本理论和基本方法的实际应用,从而提高分析问题和解决问题的能力。这就需要一本能指导大学生通过扎实高效地自我学习,达到较满意的学习和备考要求的材料力学辅导教材。

本书按照材料力学课程的教学内容,共分为 12 章,每章均分为“内容提要”、“例题精解”、“自测题与答案”和“单元模拟试卷”四个部分,书后有“单元模拟试卷精解”。

“内容提要”简述了各章的教学基本要求以及重点和难点,是各章内容的小结,“例题精解”对精选的典型例题进行了分析和解答,列出了详细的解题步骤,通过实例阐述了分析的过程和方法,并对易出现的错误概念和解法进行简要的讨论和分析,力求引导读者深入理解概念和方法。为满足读者考研和参加力学竞赛的需要,例题中精选了一定数量的难题,希望通过对难题的分析帮助读者攻克学习中的难点,起到举一反三的作用。本书共精选了 169 道例题。“自测题与答案”从各高校历年研究生入学试卷中挑选出具有代表性的基本习题共 266 道,按章分类编排,供读者自练以及自我检查,每题均附有答案。“单元模拟试卷”精选了 222 道中等难度以上的习题,组成 22 套试卷,以章为单元进行编排,供读者备考或竞赛前练习之用。“单元模拟试卷精解”中给出了 22 套单元模拟试卷的全部解答,希望读者闭卷做完模拟试卷后,再对照解答查找错误并分析原因。

本书收集了丰富的学习资料,可作为高等工科院校的大学生学习材料力学课程的教学辅导书,也可作为报考相关工科专业硕士研究生以及参加大学生力学竞赛的复习指导书,也可供大学力学教师和一般工程技术人员参考。

编 者

2007 年秋于东南大学

目 录

第 1 章	拉伸与压缩	1
1.1	内容提要	1
1.1.1	基本要求	1
1.1.2	重点与难点	1
1.2	例题精解	4
1.3	自测题与答案	18
1.4	单元模拟试卷	23
	试卷一	23
	试卷二	26
第 2 章	剪切与扭转	29
2.1	内容提要	29
2.1.1	基本要求	29
2.1.2	重点与难点	30
2.2	例题精解	35
2.3	自测题与答案	49
2.4	单元模拟试卷	51
	试卷三	51
第 3 章	平面图形的几何性质	54
3.1	内容提要	54

3.1.1	基本要求	54
3.1.2	重点与难点	54
3.2	例题精解	59
3.3	自测题与答案	67
3.4	单元模拟试卷	70
	试卷四	70
第4章	弯曲内力	73
4.1	内容提要	73
4.1.1	基本要求	73
4.1.2	重点与难点	73
4.2	例题精解	76
4.3	自测题与答案	91
4.4	单元模拟试卷	94
	试卷五	94
	试卷六	96
第5章	弯曲应力	99
5.1	内容提要	99
5.1.1	基本要求	99
5.1.2	重点与难点	100
5.2	例题精解	103
5.3	自测题与答案	124
5.4	单元模拟试卷	130
	试卷七	130
	试卷八	132
	试卷九	134
第6章	弯曲变形	138
6.1	内容提要	138
6.1.1	基本要求	138
6.1.2	重点与难点	138
6.2	例题精解	141
6.3	自测题与答案	162
6.4	单元模拟试卷	168

试卷十	168
试卷十一	170
第 7 章 应力状态与强度理论	172
7.1 内容提要	172
7.1.1 基本要求	172
7.1.2 重点与难点	173
7.2 例题精解	178
7.3 自测题与答案	196
7.4 单元模拟试卷	201
试卷十二	201
第 8 章 组合变形	204
8.1 内容提要	204
8.1.1 基本要求	204
8.1.2 重点与难点	204
8.2 例题精解	207
8.3 自测题与答案	230
8.4 单元模拟试卷	237
试卷十三	237
第 9 章 压杆稳定	240
9.1 内容提要	240
9.1.1 基本要求	240
9.1.2 重点与难点	240
9.2 例题精解	243
9.3 自测题与答案	264
9.4 单元模拟试卷	271
试卷十四	271
试卷十五	273
第 10 章 能量方法	276
10.1 内容提要	276
10.1.1 基本要求	276

10.1.2 重点与难点	276
10.2 例题精解	279
10.3 自测题与答案	299
10.4 单元模拟试卷	304
试卷十六	304
试卷十七	306
试卷十八	309
第 11 章 静不定结构	312
11.1 内容提要	312
11.1.1 基本要求	312
11.1.2 重点与难点	312
11.2 例题精解	314
11.3 自测题与答案	338
11.4 单元模拟试卷	343
试卷十九	343
试卷二十	345
第 12 章 动载荷	348
12.1 内容提要	348
12.1.1 基本要求	348
12.1.2 重点与难点	349
12.2 例题精解	352
12.3 自测题与答案	372
12.4 单元模拟试卷	379
试卷二十一	379
试卷二十二	382
单元模拟试卷精解	385
试卷一	385
试卷二	391
试卷三	396
试卷四	401
试卷五	403
试卷六	405

试卷七.....	409
试卷八.....	412
试卷九.....	417
试卷十.....	422
试卷十一.....	427
试卷十二.....	430
试卷十三.....	434
试卷十四.....	438
试卷十五.....	443
试卷十六.....	448
试卷十七.....	451
试卷十八.....	454
试卷十九.....	458
试卷二十.....	463
试卷二十一.....	470
试卷二十二.....	474
 参考文献	 481

第 1 章

拉伸与压缩

1.1 内 容 提 要

1.1.1 基本要求

- (1) 建立轴力的概念,熟练掌握轴力的计算和画轴力图的方法。
- (2) 正确建立应力的概念,掌握拉压直杆横截面和斜截面上正应力的计算。
- (3) 了解低碳钢和铸铁在拉伸和压缩时的力学行为。了解应力集中的概念。
- (4) 熟练掌握拉压杆 3 种强度问题的计算方法,建立安全因数的概念及了解确定许用应力的方法。
- (5) 熟练掌握用胡克定律计算拉压杆变形的的方法,明确弹性模量、泊松比、拉压刚度的概念。
- (6) 熟练掌握拉压静不定问题(包括温度应力和装配应力)的解法,掌握“以切代弧”求桁架节点位移的方法。
- (7) 建立应变能和应变能密度的概念,掌握拉压杆应变能和应变能密度的计算方法。

1.1.2 重点与难点

1. 轴向拉压杆的内力

轴向拉压杆横截面上的内力称为轴力,用符号 F_N 表示。求轴力采用截面法,以

使物体产生的变形来规定内力的正负号,轴力以拉为正、压为负。

2. 拉压杆横截面上的应力

轴向拉压杆横截面上的应力垂直于截面,为正应力,在整个横截面上均匀分布,其计算公式为

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

轴向拉压杆横截面上的正应力公式的适用范围:

- (1) 适用于弹性和塑性变形。
- (2) 适用于锥角小于 20° 、横截面连续变化的直杆。

3. 轴向拉压杆的强度计算

轴向拉压直杆的强度条件为

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{F_N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma]$$

其中许用应力的计算式为

$$[\sigma] = \frac{\sigma_u}{n}$$

式中 σ_u 为材料的极限应力,对于塑性材料为材料的屈服极限 σ_s ,对于脆性材料为材料的强度极限 σ_b 。 n 为安全因数。

强度计算的 3 类问题:

校核强度

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{F_N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma]$$

设计截面

$$A \geq \frac{F_N}{[\sigma]}$$

确定许用载荷

$$F_N \leq [\sigma]A$$

4. 轴向拉压杆的变形计算

轴力 $F_N(x)$ 和横截面积 $A(x)$ 沿轴线变化时,微段 dx 的轴向变形为

$$d(\Delta l) = \frac{F_N(x)dx}{EA(x)}$$

直杆轴向总变形为

$$\Delta l = \int_0^l \frac{F_N(x)dx}{EA(x)}$$

上式适用于应力不超过材料比例极限的弹性范围内。当 F_N, A, E 均为常数时,可得

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

上式称为胡克定律。

对于阶梯形拉压杆件,其总变形应分段计算,再代数相加,即

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{F_{Ni} l_i}{EA_i}$$

拉压杆的轴向线应变为

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E}$$

拉压杆的横向线应变为

$$\epsilon' = -\mu \epsilon$$

式中 μ 为泊松比,其表达式为

$$\mu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right|$$

5. 拉压杆的应变能

杆件在外力作用时杆内储存的能量称为应变能。若变形是弹性的,则为弹性应变能。在静载作用下,杆内弹性应变能的数值等于外力所做的功。轴向拉压杆的弹性应变能为

$$V_\epsilon = \frac{1}{2} F_N \Delta l = \frac{F_N^2 l}{2EA} = \frac{EA \Delta l^2}{2l}$$

杆件单位体积内储存的应变能称为应变能密度。若变形是弹性的,则为弹性应变能密度。轴向拉压杆的弹性应变能密度为

$$v_\epsilon = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{E \epsilon^2}{2}$$

6. 拉压静不定问题

未知力的数目多于独立的静力平衡方程数,仅用静平衡方程不能求出全部未知数的问题,称为静不定问题。未知力的数目与独立静平衡方程数的差值,为静不定次数。必须根据变形几何关系和物理关系,列出补充方程。

解静不定问题的一般步骤如下:

- (1) 由静平衡条件列出平衡方程,确定静不定次数;
- (2) 根据结构变形的几何相容条件,列出变形的几何方程;
- (3) 由胡克定律,列出杆件变形与轴力之间的物理方程,代入几何方程,得补充方程;
- (4) 将补充方程和静平衡方程联立,求解全部未知数。

采用静力关系、几何关系、物理关系求解静不定问题的“三关系法”,是求解固体力学各种问题的基本方法,是材料力学方法的精髓。

1.2 例题精解

例 1.1 实心圆杆 1 在其外表面紧套空心圆管 2, 如图 1.1 所示。设杆的拉压刚度分别为 $E_1 A_1$ 和 $E_2 A_2$ 。假设圆杆和圆管之间无相对滑动, 若此组合杆承受轴向拉力 F , 试求其长度的改变量。

解: 设杆 1 和管 2 的轴力分别为 F_1 和 F_2 , 由平衡条件得

$$F_1 + F_2 = F \quad (a)$$

2 个未知数 1 个方程, 为一次静不定。由杆 1 和管 2 的伸长量相同可得几何方程

$$\Delta l_1 = \Delta l_2$$

将物理关系代入上式, 得力的补充方程

$$\frac{F_1 l}{E_1 A_1} = \frac{F_2 l}{E_2 A_2} \quad (b)$$

联立式(a)和式(b), 解得组合杆的伸长量为

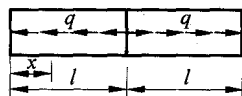
$$\Delta l = \frac{F_1 l}{E_1 A_1} = \frac{Fl}{E_1 A_1 + E_2 A_2}$$

例 1.2 拉杆受载如图 1.2(a)所示。已知均布载荷的集度为 q , 试作拉杆的轴力图。

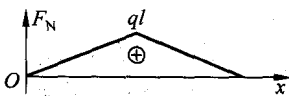
解: 以拉杆左端为原点, 建立水平向右的坐标轴 x , 由截面法可得拉杆的轴力方程为

$$F_N(x) = qx \quad (0 \leq x \leq l)$$

由对称性, 可画出拉杆的轴力图如图 1.2(b)所示。

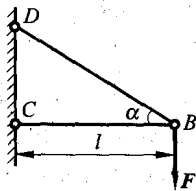


(a)

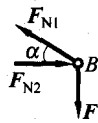


(b)

图 1.2



(a)



(b)

图 1.3

例 1.3 在图 1.3(a)所示结构中, 杆 BC 和杆 BD 的材料相同, 且受拉和受压时的许用应力相等, 已知载荷 F , 杆 BC 长 l , 许用应力为 $[\sigma]$ 。试求使该结构的用料最省时的 α 角。

解: 研究点 B(图 1.3(b)), 设两杆轴力为 F_{N1} 和 F_{N2} 。

由节点的平衡方程可得

$$F_{N1} = \frac{F}{\sin \alpha}, \quad F_{N2} = F \cot \alpha$$

若使两杆的应力均达到许用应力值, 则有

$$A_1 = \frac{F_{N1}}{[\sigma]} = \frac{F}{\sin \alpha [\sigma]}, \quad A_2 = \frac{F_{N2}}{[\sigma]} = \frac{F \cot \alpha}{[\sigma]}$$

该结构体积为

$$V = A_1 \frac{l}{\cos \alpha} + A_2 l = \frac{Fl}{\sin \alpha \cos \alpha [\sigma]} + \frac{Fl \cot \alpha}{[\sigma]}$$

若 V 为最小, 则有

$$\frac{dV}{d\alpha} = 0$$

即

$$\frac{\sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = 0$$

可得

$$\tan \alpha = \sqrt{2}, \quad \alpha = 54.74^\circ$$

当 $\alpha = 54.74^\circ$ 时, 结构的用料最省。

例 1.4 圆锥形杆长 l , 如图 1.4 所示, 已知两端的面积分别为 A_0 和 A_1 , 铅垂作用力 F , 假设锥角 α 远小于 20° , 试求:

- (1) 杆的伸长量;
- (2) 杆内贮存的应变能。

解: (1) 求杆的伸长量

建立图示坐标系, 由比例关系可得该杆横截面积为

$$A(x) = \frac{A_1 x^2}{l_1^2} \quad (a)$$

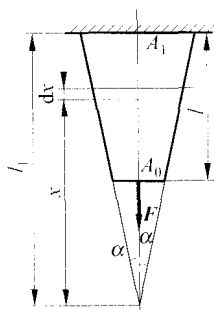


图 1.4

锥形杆总伸长为

$$\Delta l = \int_{l_1-l}^{l_1} \frac{F dx}{EA(x)} = \int_{l_1-l}^{l_1} \frac{Fl_1^2}{EA_1 x^2} dx = \frac{Fl l_1}{(l_1-l)EA_1} \quad (b)$$

当 $x = l_1 - l$ 时, $A = A_0$, 由式(a)可得

$$A_0 = A_1 \frac{(l_1 - l)^2}{l_1^2}, \quad \text{即} \quad \frac{l_1}{l_1 - l} = \sqrt{\frac{A_1}{A_0}}$$

代入式(b)得

$$\Delta l = \frac{FL}{E \sqrt{A_1 A_0}}$$

(2) 求杆内贮存的应变能

认为横截面上的应力仍是均匀分布的, 则 x 处横截面上正应力为

$$\sigma(x) = \frac{F}{A(x)} = \frac{Fl_1^2}{A_1 x^2}$$

应变能密度为

$$v_e(x) = \frac{[\sigma(x)]^2}{2E} = \frac{F^2 l_1^4}{2EA_1^3 x^4}$$

杆内总应变能为

$$V_e = \int_V v_e(x) dV = \int_{l_1-l}^{l_1} v_e(x) A(x) dx = \int_{l_1-l}^{l_1} \frac{F^2 l_1^2}{2EA_1 x^2} dx = \frac{F^2 l}{2E \sqrt{A_0 A_1}}$$

以上结果也可以由“外力功等于应变能”的功能原理得到

$$V_e = W = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{F^2 l}{2E \sqrt{A_0 A_1}}$$

例 1.5 两端固定的等直杆 AB, 如图 1.5 所示。

已知沿轴向均匀分布的载荷集度为 q , 杆长为 l , 拉压刚度为 EA , 试求:

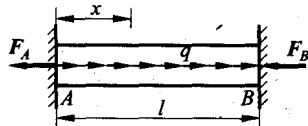


图 1.5

- (1) 任一横截面的轴向位移;
- (2) 横截面最大的轴向位移及其位置。

解: (1) 求杆 AB 任一横截面的轴向位移

研究杆 AB, 由平衡条件得

$$F_A + F_B - ql = 0$$

由截面法求得轴力方程为

$$F_N(x) = F_A - qx$$

由“杆的总伸长量为零”的变形几何条件

$$\Delta l = \int_0^l \frac{F_N(x) dx}{EA} = \int_0^l \frac{(F_A - qx) dx}{EA} = \frac{F_A l}{EA} - \frac{ql^2}{2EA} = 0$$

可得

$$F_A = \frac{ql}{2}$$

杆 AB 任一横截面的轴向位移为

$$\delta(x) = \int_0^x \frac{F_A - qx}{EA} dx = \frac{F_A x}{EA} - \frac{qx^2}{2EA} = \frac{qx(l-x)}{2EA}$$

- (2) 求横截面最大轴向位移及其位置

由 $\frac{d\delta(x)}{dx} = 0$ 得

$$ql - 2qx = 0$$

解得

$$x = \frac{l}{2}$$

即 $x = \frac{l}{2}$ 处横截面的轴向位移最大, 其最大轴向位移为

$$\delta_{\max} = \delta\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{q \frac{l}{2} \left(l - \frac{l}{2}\right)}{2EA} = \frac{ql^2}{8EA}$$

例 1.6 支架如图 1.6(a)所示, 杆 BCD 可视作刚体。已知: 作用力为 F , 杆 1 和杆 2 的材料和截面积均相同, 即有 $E_1 = E_2, A_1 = A_2$, 两杆的拉压许用应力分别为 $[\sigma_t]$ 和 $[\sigma_c]$, 试求两杆的截面积。

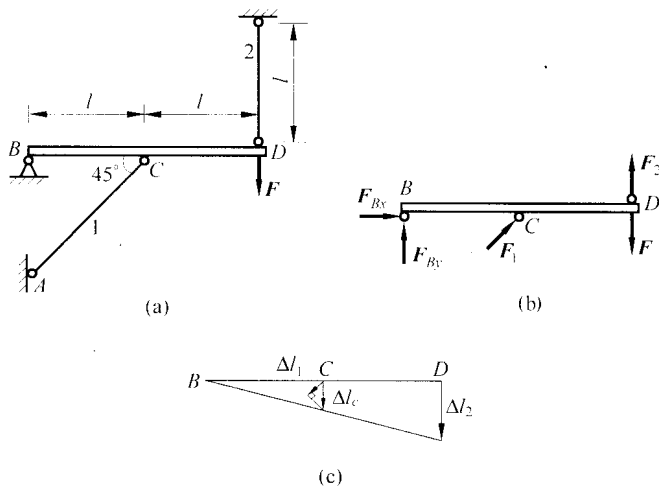


图 1.6

解: (1) 静力关系

研究杆 BCD(受力图如图 1.6(b)所示):

$$\sum M_B = 0, F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot l + F_2 \cdot 2l - F \cdot 2l = 0$$

可得

$$\sqrt{2}F_1 + 4F_2 = 4F \quad (a)$$

2 个未知数 1 个方程, 为一次超静定。

(2) 几何关系

画杆 BCD 的变形图, 如图 1.6(c)所示。得几何方程为

$$\Delta l_2 = 2\Delta l_c = 2\sqrt{2}\Delta l_1 \quad (b)$$