高等学校应用型本科系列教材

大学物理

DAXUEWULI

下册

总主编　汤钧民

主　编　康垂令　吴少平

武汉理工大学出版社

Wuhan University of Technology Press

高等学校应用型本科系列教材

大学物理

下册

总主编　汤钧民

主　编　康垂令　吴少平

编　者　(以姓氏笔划为序)

汤钧民　吴少平　南　征

康垂令　谢柏林

武汉理工大学出版社

内容简介

本书是湖北省四所独立学院合编的《大学物理》系列教材的下册。主要内容包括大学物理课程的电磁学篇、波动光学篇、量子力学基础篇。电磁学篇包括静电场、稳恒磁场、电磁感应电磁场三方面的内容。麦克斯韦电磁理论与电磁振荡电磁波编写在第三方面的内容之中。波动光学包括干涉、衍射、偏振。偏振中编写了旋光现象的初步知识。量子力学基础篇,即量子物理包含了从早期量子论到量子力学简介。每章后面都编写了相应的思考题、习题。附录给出了思考题的参考答案或提示以及习题的参考答案。

本书体系新颖、内容难度适中,可作为独立学院和其他各层次师生教与学的教材或自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下册/康垂令,吴少平主编. —武汉:武汉理工大学出版社,2008.1
ISBN 978-7-5629-2652-8

Ⅰ.大…
Ⅱ.①康… ②吴…
Ⅲ.物理学-高等学校-教材
Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 012035 号

出　版:武汉理工大学出版社(武汉市洪山区珞狮路 122 号　邮编:430070)
发　行:武汉理工大学出版社发行部
印　刷:武汉理工大印刷厂
开　本:787×960　1/16
印　张:18.5
字　数:363 千字
版　次:2008 年 1 月第 1 版　2008 年 1 月第 1 次印刷
印　数:1～4000 册
定　价:30.00 元

前　言

随着近年来普通高等学校独立学院的迅速发展，编写一套适合独立学院应用的《大学物理》教材已成为当前独立学院物理教学的迫切要求。为此，华中科技大学文华学院、武汉理工大学华夏学院、华中师范大学汉口分校以及长江大学工程技术学院联合编写了本书，为独立学院"大学物理"课程的教材建设做出了有益的探索和尝试。

本套教材的指导思想是：以教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委会颁发的"非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求"为指导，紧密结合独立学院学生的实际，编写出一套教师好教、学生好学，适合于独立学院使用，并能兼顾各个不同专业需求的《大学物理》教材。着重于基本物理知识体系、基本物理概念，以及基本物理问题的解决方法；突出"应用"的特色和"方便学生自学"的特色。为此，我们采取了如下措施：

1. 课程的基本内容严格按照"非物理类理工科大学物理课程教学基本要求"选取和编排，以保证基本的物理知识体系的完整性，同时也能照顾到不同专业的需求。

2. 在保证基本物理概念、基本物理定律和定理的阐述上的科学性、严谨性和简明性的基础上，着重于对物理概念、定律和定理的理解和对解决问题的思路和方法的阐述。

3. 为了帮助学生全面地理解和掌握物理概念，本书在例题的选取上一是加大了例题量；二是基本涵盖了各个知识点的典型问题。

4. 为了体现独立学院培养人才的"应用性"特点，本书在每个章节里都编写以相关物理知识为背景的应用问题。

5. 为了培养学生"自主学习"的能力，本书专门编写了适合于学生自学的《大学物理学习与解题指导》。

全书采用SI单位制，书后附录包括：矢量代数，主要积分公式，物理量名称、符号和单位（包括各种单位换算关系），常用物理常量，以及思考题和习题参考答案等。

本套书由大学物理上册、下册以及学习与解题指导共三部分组成。其中上、

下册可分别作为两个学期的教学使用。其教学学时可按照112学时安排,也可按照128学时安排,还可以作为学时数较少的专科层次的教学用书。

本套书由华中科技大学文华学院汤钧民教授担任总主编。参加编写的老师有:汤钧民(第1章、第2章、附录),薛霞(第3章、第5章),金君(第4章),万士保(第6章、第7章、第8章),南征(第9章),吴少平(第10章、第11章),谢柏林(第12章、第13章、第14章),康垂令(第15章、第16章、第17章),汤钧民、南征(第18章)。《大学物理学习与解题指导》各章的“基本内容”与“解题指导”均由《大学物理》上、下册中对应各章的编者所完成。

由于时间仓促,以及编者的学识和教学经验所限,书中的错误在所难免,敬请读者批评指正。

编　者

2007.10

目　　录

10　真空中的静电场 …… (1)

10.1　电荷　电荷守恒定律 …… (1)

10.2　库仑定律 …… (2)

10.3　电场　电场强度 …… (4)

10.4　电通量　高斯定理 …… (10)

10.5　静电场的环路定理　电势 …… (21)

10.6　电场强度和电势的微分关系 …… (27)

11　静电场中的导体和电介质 …… (33)

11.1　静电场中的导体 …… (33)

11.2　静电场中的电介质 …… (39)

11.3　电容　电容器 …… (45)

11.4　静电场的能量 …… (50)

12　稳恒磁场 …… (56)

12.1　稳恒电流 …… (57)

12.2　基本磁现象 …… (63)

12.3　磁场　磁感应强度 …… (65)

12.4　毕奥-萨伐尔定律 …… (67)

12.5　磁场的高斯定理 …… (73)

12.6　安培环路定理 …… (76)

12.7　磁场对运动电荷的作用 …… (82)

12.8　磁场对载流导线的作用 …… (87)

12.9　磁场对载流线圈的作用 …… (90)

13　磁场中的磁介质 …… (98)

13.1　三类磁介质 …… (98)

13.2　弱磁性物质的磁化 …… (100)

13.3　磁介质中的安培环路定理　磁场强度 …… (103)

13.4　铁磁质 …… (106)

14　电磁感应　电磁场 …… (112)

14.1　电磁感应定律 …… (113)

14.2 动生电动势和感生电动势…………(118)
14.3 自感和互感…………(127)
14.4 磁场的能量…………(133)
14.5 麦克斯韦电磁理论…………(136)
14.6 电磁振荡与电磁波…………(140)

15 光的干涉…………(155)

15.1 相干光的获得 光程差…………(156)
15.2 分波阵面法干涉…………(162)
15.3 分振幅法干涉…………(169)

16 光的衍射…………(184)

16.1 光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理…………(184)
16.2 单缝衍射…………(187)
16.3 光栅衍射…………(193)
16.4 圆孔衍射 光学仪器的分辨率…………(200)
16.5 X射线衍射…………(204)

17 光的偏振…………(209)

17.1 自然光和偏振光…………(209)
17.2 起偏和检偏 马吕斯定律…………(211)
17.3 反射光与折射光的偏振 布儒斯特定律…………(214)
17.4 双折射现象…………(216)
17.5 旋光现象…………(219)

18 量子物理…………(222)

18.1 黑体辐射 普朗克能量子假设…………(223)
18.2 光电效应 光的波粒二象性…………(227)
18.3 康普顿效应…………(233)
18.4 玻尔氢原子理论…………(238)
18.5 德布罗意物质波 实物粒子的二象性…………(247)
18.6 海森伯不确定关系式…………(251)
18.7 量子力学简介…………(255)
18.8 激光…………(269)

参考答案…………(277)

参考文献…………(290)

10 真空中的静电场

任何电荷或带电体都会在其周围空间激发电场。相对于观察者为静止的电荷所激发的电场称为**静电场**。在此,观察者观测到的电场不随时间而变化。

本章主要介绍静电场的基本定律——**库仑定律**;引入描述静电场的两个基本物理量——**电场强度和电势**;推导反映静电场特征的两个基本定理——**高斯定理和安培环路定理**;最后讨论电场强度和电势的微分关系。

10.1 电荷 电荷守恒定律

10.1.1 电荷

人们对电的认识起源于摩擦起电。很早的时候,人们发现用毛皮摩擦过的琥珀或用丝绸摩擦过的玻璃棒能够吸引毛发或纸屑等轻物体。处于这种特殊状态的物体被称为带了电或有了**电荷**。带电的物体叫**带电体**。实验结果表明,自然界中只有两种不同的电荷,其中,用丝绸摩擦过的玻璃棒上带的电荷叫**正电荷**,而用毛皮摩擦过的硬橡胶棒上带的电荷叫**负电荷**。实验还表明,同号电荷互相排斥,异号电荷互相吸引。

要注意的是,不带电的物体并不意味着其中没有电荷,而是其上任意宏观上无限小的区域都带有等量异号的电荷。由于正、负电荷对外界的作用互相抵消,以致对外界不显电性,这种状态称作**电中性**。

近代物理学的发展使人们对电有了更进一步的认识。根据卢瑟福(Rutherford)的 α 粒子散射实验,原子是由带正电的原子核和绕原子核运转的带负电的电子所组成,原子核和电子所带电量相等,因此原子呈电中性。

物体带电的过程是得到电子或者失去电子的过程。带电体所带电的数量称为**电量**。电荷的单位称为**库仑**,记为 C。研究表明,带电体所带的电荷是电子电

荷的整数倍[①],即 $q=\pm ne(n=1,2,3,\cdots)$,其中电子电荷的绝对值 $e=1.602\times 10^{-19}$C 称为**基元电荷**。电荷的这种只能是基元电荷整数倍的性质,即不连续性,称为电量的**量子化**。不仅电荷是量子化的,在以后的学习中将会看到,微观粒子的能量、角动量等也都是量子化的。

10.1.2 电荷守恒定律

实验证明,电荷可以通过摩擦、静电感应和接触等方式,从一个物体转移到另一个物体,或者从物体的一部分转移到另一部分。在这种转移过程中,电荷既不能被创造,也不能被消灭。对孤立系统而言,无论系统内发生什么样的物理变化与化学变化,系统内电荷的代数和保持不变,这一规律称为**电荷守恒定律**。电荷守恒定律与动量守恒定律、角动量守恒定律以及能量转换与守恒定律一样,是自然界中基本的守恒定律之一,它在宏观和微观领域内均成立。

10.2 库仑定律

10.2.1 点电荷

如前面所述,电荷与电荷之间有相互作用。一般来说,两个电荷或带电体之间的相互作用除了与它们所带的电量有关外,还与带电体的大小和形状、电荷的分布情况以及带电体周围的环境等因素有关。为了使问题简化,可以引入**点电荷模型**。所谓点电荷,是指带电体本身的线度比问题所涉及的线度小得多时,带电体可看做是带有电荷的几何点,即点电荷。在这种情况下可不必考虑带电体的形状和大小对问题的影响。如果带电体在所研究的问题中不能当做点电荷,这时可将带电体看做是由许多个点电荷连续构成的集合体。

10.2.2 库仑定律

法国物理学家库仑(Coulomb)通过扭秤实验总结出了真空中两个点电荷之间相互作用的规律,即**库仑定律**。其文字表述为:在真空中,两个静止的点电荷之间的相互作用力(又称**库仑力**),其大小与它们电荷的乘积成正比;与它们之间距离的平方成反比;作用力的方向沿着它们的连线,同号电荷相斥,异号电荷相吸。

---

①近代物理学预言,一种叫夸克的粒子的电荷为基元电荷的分数倍,即$\pm\frac{2}{3}e$或$\pm\frac{1}{3}e$,但在实验中尚未观测到自由夸克。

如图 10－1 所示，两个点电荷分别为 q_1 和 q_2，它们之间的距离为 r。设由 q_1 指向 q_2 的矢量为 $\boldsymbol{r}$，单位矢量为 $\boldsymbol{r}_0=\frac{\boldsymbol{r}}{r}$，则点电荷 q_1 对点电荷 q_2 的作用力 $\boldsymbol{F}$ 为：

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\boldsymbol{r}_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^3}\boldsymbol{r} \tag{10-1}$$

其中 $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\mathrm{C}^2\cdot\mathrm{N}^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-2}$，称为**真空电容率**。

由式(10－1)可知，当 q_1 和 q_2 同号时，$\boldsymbol{F}$ 的方向沿 $\boldsymbol{r}_0$ 方向，即 q_2 受到斥力作用；当 q_1 和 q_2 异号时，$\boldsymbol{F}$ 的方向沿 $-\boldsymbol{r}_0$ 方向，即 q_2 受到引力作用。要指出的是，点电荷之间的库仑力遵守牛顿第三定律，这样 q_1 也会受到 q_2 对它的库仑力，这一对库仑力互为作用力与反作用力。

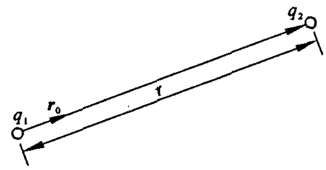

图 10－1 库仑定律

对两个以上的点电荷构成的系统，其中任一点电荷所受其他点电荷的库仑力还遵守力的叠加原理。设点电荷系为 q_0、q_1、…、q_n，$\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、…、$\boldsymbol{F}_n$ 为点电荷 q_1、q_2、…、q_n 单独存在时对点电荷 q_0 的库仑力，则 q_0 所受库仑力的合力 $\boldsymbol{F}$ 为：

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots+\boldsymbol{F}_n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_1q_2}{r_i^3}\boldsymbol{r}_{0i} \tag{10-2}$$

需要说明的是，当两个带电体不能看做点电荷时，则应先将带电体划分成许多很小的部分，使得每一部分在所讨论的问题中都能看做点电荷（每一微小部分称为**电荷元**），这时可用库仑定律计算出两个电荷元之间的库仑力，然后再根据叠加原理得到这两个有限大带电体之间的库仑力。

例题 10－1 试比较氢原子中电子与质子之间的库仑力和万有引力。电子与质子的距离为 $5.30\times10^{-11}\mathrm{m}$。

解 在氢原子中，原子核半径的数量级为 $10^{-15}\mathrm{m}$，远小于电子与质子间的距离，即电子和质子均为点电荷。它们的电荷取为 $1.60\times10^{-19}\mathrm{C}$。

由式(10－1)，库仑力的大小为：

$$F_{库仑力}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}=9.00\times10^9\times\frac{(1.60\times10^{-19})^2}{(5.30\times10^{-11})^2}\mathrm{N}=8.23\times10^{-8}\mathrm{N}$$

又电子质量 $m_e=9.11\times10^{-31}\mathrm{kg}$，质子质量 $m_p=1.67\times10^{-27}\mathrm{kg}$，则电子和质子间的万有引力大小为：

$$F_{引力}=G\frac{m_em_p}{r^2}=6.67\times10^{-11}\times\frac{9.11\times10^{-31}\times1.67\times10^{-27}}{(5.30\times10^{-11})^2}\mathrm{N}=3.64\times10^{-47}\mathrm{N}$$

可见，氢原子中电子与质子间的库仑力是它们之间万有引力的 2.26×10^{39} 倍，因此万有引力可以忽略不计。另外，库仑力和万有引力都是平方反比力，它

们还具有其他共同点，这在以后的学习中将会看到。

10.3 电场 电场强度

10.3.1 电场

由库仑定律可知，真空中相距为 r 的两个点电荷之间有相互作用力，那么它们之间的相互作用力是如何发生的呢？对这一问题的回答，有两种观点：一种观点是所谓“超距作用”的观点，即这种相互作用是一个电荷直接给予另一电荷的，在这一过程中不需要时间，也不需要其他中间物质进行传递；另一种观点是所谓“场”的观点，即点电荷或带电体周围存在着一种特殊的物质——**场**，电荷与电荷之间的作用力是通过中间物质——场来传递的。近代物理学证明后一种观点是正确的。

场既然是一种物质，那么它与由分子和原子组成的实物一样，应该具有物质的基本属性，即也具有能量、动量和质量。实物和场是物质的两种结构形式。然而场具有与实物不一样的特殊性质，即分散性。场的分布范围非常广泛，而不像实物那样集中在一个有限范围内。因此对场的描述在空间要逐点进行。场不仅具有一定的空间分布，而且一般情况下还与时间有关。本章所研究的是静电场，即相对于观察者为静止的电荷所产生的电场，在这种情况下，静电场的性质与时间无关。

了解到场是以另一种结构形式存在的物质，那么如何来探知静电场呢？如前所述，场既然能传递相互作用力，那么引入电场中的电荷或带电体都将受到力的作用。在这里将从电场中的电荷受力这一角度来引入描述静电场的一个物理量——**电场强度**。

10.3.2 电场强度

电场对处于其中的电荷会施以作用力，这是电场的重要性质之一。为了定量地描述电场的这一性质，可以将**试验电荷**放入电场中受力来进行研究。所谓试验电荷，是指满足以下条件的电荷：①试验电荷所带的电量必须充分小，使得把它放入待测电场后，不致对产生原电场的电荷分布有显著影响，从而不显著影响原电场；②试验电荷的线度必须充分小，以致可以看做点电荷，只有这样才能确定电场中各点的性质。

实验表明，将试验电荷 q_0 放在电场中任一确定点时，它所受到的电场力有一定的大小和方向，这表明电场不仅有强弱，而且还有方向。将 q_0 放在电场中不同地点时，它所受到的电场力大小和方向逐点不同，即电场中各点的力性质不

同。当改变 q_0 的量值，对于电场中任一确定点，它所受电场力的大小改变，而方向不变。由此可见，q_0 在某点所受到的电场力不仅与此点电场的性质有关，而且与试验电荷所带电量有关。然而比值$\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$却与 q_0 无关，对于电场中一确定点，此比值是一个不变的矢量。这样，就找到了一个与 q_0 无关，只与该点处电场力性质有关的一个物理量，并称这一物理量为**电场强度**，简称**场强**。用符号 $\boldsymbol{E}$ 表示，即：

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0} \tag{10-3}$$

上式为电场强度的定义式。若令 $q_0=+1\text{C}$，则 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{F}$ 在数值上相等，这说明电场中任一点的电场强度在大小和方向上等于单位正电荷在该点所受电场力的大小和方向。

场强的国际单位是 $\text{N}\cdot\text{C}^{-1}$，在电工计算中也可以写作 $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$，这两种表示是等价的。场强的量纲是$[\text{I}]^{-1}[\text{L}][\text{M}][\text{T}]^{-3}$。

10.3.3 场强叠加原理

若将试验电荷 q_0 放在由点电荷系 $q_1,q_2,q_3,\cdots,q_i,\cdots,q_n$ 所激发的电场中，q_0 受到此电场的作用力 $\boldsymbol{F}$ 等于点电荷系中各点电荷对 q_0 施加的库仑力的矢量和，即：

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3+\cdots+\boldsymbol{F}_i+\cdots+\boldsymbol{F}_n$$

将上式两边同时除以 q_0，有：

$$\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}=\frac{\boldsymbol{F}_1}{q_0}+\frac{\boldsymbol{F}_2}{q_0}+\frac{\boldsymbol{F}_3}{q_0}+\cdots+\frac{\boldsymbol{F}_i}{q_0}+\cdots+\frac{\boldsymbol{F}_n}{q_0}$$

按照场强的定义，上式左边为点电荷系所激发的场强，右边各项分别为各个点电荷单独存在时所激发的场强，即

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\boldsymbol{E}_3+\cdots+\boldsymbol{E}_i+\cdots+\boldsymbol{E}_n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{E}_i \tag{10-4}$$

式(10-4)表明，点电荷系所激发的电场中，任一点的场强等于各个点电荷单独存在时在该点产生的场强的矢量和，这就是**场强叠加原理**。由于任何带电体系都可以看做是许多点电荷的集合，所以场强叠加原理普遍成立。

10.3.4 电场强度的计算

1. 点电荷的场强

设点电荷 q 放在真空中某一点，则 q 在其周围激发电场。虽然 q 激发的电场与试验电荷无关，但在计算场强时可在离 q 为 r 的 P 点处引入试验电荷 q_0，

则由库仑定律可得 q_0 所受的电场力为：

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq_0}{r^2}\boldsymbol{r}_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq_0}{r^3}\boldsymbol{r}$$

上式中 $\boldsymbol{r}_0$ 为从 q 到 P 点引的单位矢量，$\boldsymbol{r}=r\boldsymbol{r}_0$。由定义，$P$ 点的场强为：

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\boldsymbol{r}_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^3}\boldsymbol{r}\tag{10-5}$$

当 q 为正电荷时，$\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{r}_0$ 方向一致；当 q 为负电荷时，$\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{r}_0$ 方向相反。在 r 相同的地方，场强的大小相等，方向沿 $\boldsymbol{r}_0$ 方向或逆 $\boldsymbol{r}_0$ 方向，由此看出，点电荷激发的电场具有球对称性。

2. 点电荷系的场强

设真空中的电场是由点电荷系 $q_1,q_2,q_3,\cdots,q_i,\cdots,q_n$ 中各电荷所共同激发的。设各点电荷到场点 P 的距离和对点 P 引的单位矢量分别为 $r_1,r_2,r_3,\cdots,r_i,\cdots,r_n$ 和 $\boldsymbol{r}_{01},\boldsymbol{r}_{02},\boldsymbol{r}_{03},\cdots,\boldsymbol{r}_{0i},\cdots,\boldsymbol{r}_{0n}$。则由场强叠加原理有：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}&=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\boldsymbol{E}_3+\cdots+\boldsymbol{E}_i+\cdots+\boldsymbol{E}_n\\&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r_1^2}\boldsymbol{r}_{01}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2}{r_2^2}\boldsymbol{r}_{02}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_3}{r_3^2}\boldsymbol{r}_{03}\\&\quad+\cdots+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_i}{r_i^2}\boldsymbol{r}_{0i}+\cdots+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_n}{r_n^2}\boldsymbol{r}_{0n}\\&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\boldsymbol{r}_{0i}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^3}\boldsymbol{r}_i\end{aligned}\tag{10-6}$$

3. 连续分布电荷的场强

对于电荷连续分布的带电体，可以将带电体看做是许多极小电荷元的集合，每一电荷元 $\mathrm{d}q$ 即为点电荷，它所激发的场强记为 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$，如图 10-2，则：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\boldsymbol{r}_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\boldsymbol{r}$$

上式中的 r 和 $\boldsymbol{r}$ 分别是电荷元 $\mathrm{d}q$ 到场点 P 的距离和对点 P 引的矢径。

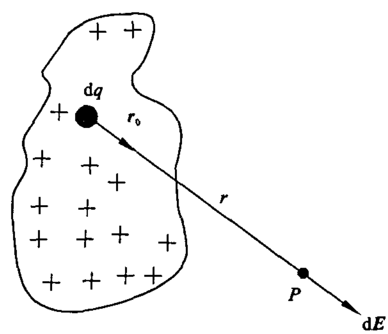

图 10-2　连续分布带电体的场强

由场强叠加原理可得连续分布带电体在 P 点产生的场强：

$$\boldsymbol{E}=\int\mathrm{d}\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\boldsymbol{r}_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^3}\boldsymbol{r}\tag{10-7}$$

要说明的是：式(10-7)是矢量积分，$\boldsymbol{r}_0$ 是单位矢量而不是常矢量，所以不能将 $\boldsymbol{r}_0$ 随便提出积分符号，在具体计算时要建立坐标系；连续分布的带电体可以

有三种形式:线分布、面分布和体分布,此时有:

$$dq=\begin{cases}\lambda dl & (\lambda\text{ 为电荷线密度},dl\text{ 为线电荷元的长度})\\ \sigma dS & (\sigma\text{ 为电荷面密度},dS\text{ 为面电荷元的面积})\\ \rho dV & (\rho\text{ 为电荷体密度},dV\text{ 为体电荷元的体积})\end{cases}$$

例题 10-2 计算电偶极子轴线上和中垂线上的电场强度。如图 10-3(a)所示,两个电量相等、符号相反的点电荷所组成的带电系统,当所考虑的场点到它们的距离远大于它们之间的距离 l 时,此带电系统称为**电偶极子**。设从 $-q$ 到 $+q$ 引入一个矢量 $\boldsymbol{l}$,方向由 $-q$ 指向 $+q$,大小是 $-q$ 到 $+q$ 的距离,定义乘积 $q\boldsymbol{l}$ 为该电偶极子的**电偶极矩**,简称**电矩** $\boldsymbol{p}_e$,$\boldsymbol{l}$ 称为电偶极子的轴线。

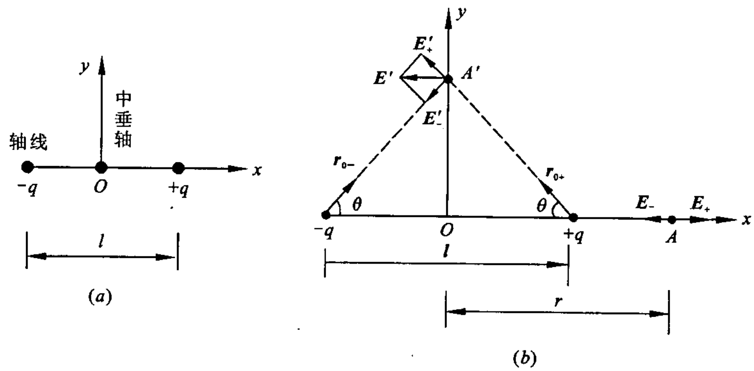

图 10-3 电偶极子的电场

解 (1)电偶极子轴线延长线上一点场强的计算

如图 10-3(b)所示,以电偶极子轴线的中点为坐标原点,轴线所在直线为 x 轴,轴线中垂线为 y 轴,建立直角坐标系。设轴线延长线上一点 A 到 O 点的距离为 r,则 $+q$、$-q$ 在 A 点产生的场强分别为:

$$\boldsymbol{E}_+=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}\boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{E}_-=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\boldsymbol{i}$$

其中 $\boldsymbol{i}$ 为 x 方向上的单位矢量。

A 点的总场强为:

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_++\boldsymbol{E}_-=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right]\boldsymbol{i}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2rl}{r^4\left[1-\left(\frac{l}{2r}\right)^2\right]^2}\boldsymbol{i}$$

由电偶极子的定义可知：$r \gg l$，所以：

$$\boldsymbol{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2l}{r^3}\boldsymbol{i}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q\boldsymbol{l}}{r^3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\boldsymbol{p}_e}{r^3}$$

(2)电偶极子中垂线上一点场强的计算

如图 10－3(b)所示，在中垂线上取一点 A'，设 A'到 O 点的距离为 r，则$+q$、$-q$ 在 A'点产生的场强分别为：

$$\boldsymbol{E}'_+=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}\boldsymbol{r}_{0+}$$

$$\boldsymbol{E}'_-=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-q}{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}\boldsymbol{r}_{0-}$$

其中：$\boldsymbol{r}_{0+}$、$\boldsymbol{r}_{0-}$ 为从$+q$ 和$-q$ 引向 A'点的单位矢量。又设$-q$ 与 A'点的连线与 x 轴正方向的夹角为 θ，则：

$$\boldsymbol{r}_{0+}=-\cos\theta\,\boldsymbol{i}+\sin\theta\,\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{r}_{0-}=\cos\theta\,\boldsymbol{i}+\sin\theta\,\boldsymbol{j}$$

上式中 $\boldsymbol{j}$ 为 y 轴正方向的单位矢量，且 $\cos\theta=\dfrac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}}$。

A'点的总场强为：

$$\boldsymbol{E}'=\boldsymbol{E}'_++\boldsymbol{E}'_-=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}(\boldsymbol{r}_{0+}-\boldsymbol{r}_{0-})$$

$$=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)^{3/2}}\boldsymbol{i}$$

而 $r \gg l$，所以：

$$\boldsymbol{E}'=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{r^3}\boldsymbol{i}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\boldsymbol{l}}{r^3}=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boldsymbol{p}_e}{r^3}$$

即 $\boldsymbol{E}'$与 $\boldsymbol{p}_e$ 的方向相反。

例题 10－3　在真空中有一长为 L 的均匀带电直线，带电量为$+q$。线外一点 P 到此直线的垂直距离为 a。直线两端到 P 点的连线与直线之间的夹角分别为 θ_1、θ_2(如图 10－4(a)所示)。求 P 点的场强。

解　以从 P 点到直线引垂线的垂足 O 为原点建立如图 10－4(b)所示的直角坐标系。直线的电荷线密度 $\lambda=\frac{q}{L}$。取电荷元 dq，其坐标为 x，长度为 dx，则 $dq=\lambda dx$，且设 dq 与 P 点的连线与 x 轴正方向的夹角为 θ，显然 $\theta_1\leqslant\theta\leqslant\theta_2$($\theta_1$、$\theta_2$

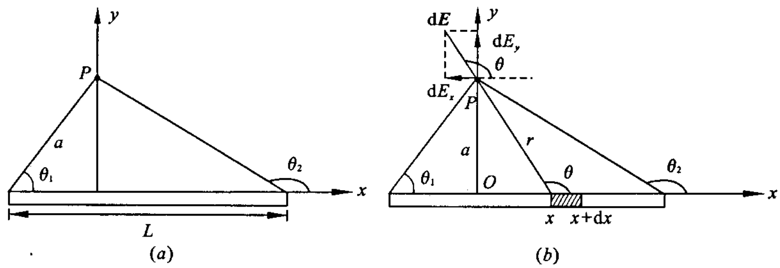

图 10-4 均匀带电直线激发的电场

分别为直线两端与 P 点的连线与 x 轴正方向的夹角)。设 $\mathrm{d}q$ 到 P 点的距离为 r，则 $\mathrm{d}q$ 在 P 点处产生的场强 $\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 的大小为：

$$\mathrm{d}E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\mathrm{d}x}{r^2}$$

$\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 沿 x 轴和 y 轴的分量为：

$$\mathrm{d}E_x = \mathrm{d}E\cos\theta \qquad \mathrm{d}E_y = \mathrm{d}E\sin\theta$$

由图 10-4(b)可知：

$$x = a\tan\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -a\cot\theta \qquad r^2 = a^2 + x^2 = a^2\operatorname{cosec}^2\theta$$

于是

$$\mathrm{d}E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\mathrm{d}\theta \qquad \mathrm{d}E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\mathrm{d}\theta$$

将上两式两边分别积分得：

$$E_x = \int\mathrm{d}E_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \int\mathrm{d}E_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\mathrm{d}\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

最后得到 P 点处场强为：

$$\boldsymbol{E} = E_x\boldsymbol{i} + E_y\boldsymbol{j} \quad (\boldsymbol{i}、\boldsymbol{j}\text{ 分别为 } x、y \text{ 轴的单位矢量})$$

讨论：若均匀带电直线为无限长，则 $\theta_1\to 0$，$\theta_2\to\pi$，于是有：

$$E_x = 0 \qquad E_y = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

即对于无限长均匀带正电荷的直线，在离直线距离相等的地方，场强大小相等，方向与直线垂直，且背离直线。

例题 10-4 在真空中有一均匀带电的细圆环，半径为 R，带电量为 $+q$。求圆环轴线上任一点 P 的场强。

解 如图 10-5 所示，取细圆环圆心为坐标原点，圆环轴线为 x 轴建立坐标系。在细圆环上任取一线元 $\mathrm{d}l$，它带的电量为：

$$dq = \lambda dl = \frac{q}{2\pi R}dl$$

设 P 点与电荷元 dq 的距离为 r，则 dq 在 P 点产生的场强 $d\boldsymbol{E}$ 大小为：

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qdl}{2\pi Rr^2}$$

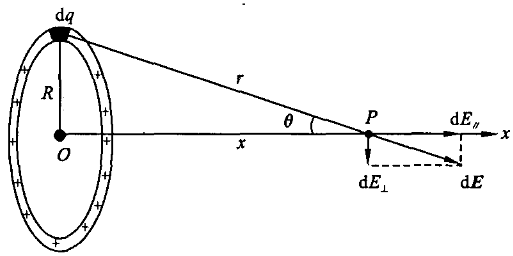

图 10-5　均匀带电圆环轴线上的电场

对图 10-5 上所取的 dq，其产生的场强 $d\boldsymbol{E}$ 方向如图 10-5 所示。$d\boldsymbol{E}$ 平行和垂直于 x 轴的分量分别为：

$$dE_{/\!/} = dE\cos\theta \qquad dE_{\perp} = dE\sin\theta$$

其中 θ 为 P 点与 dq 的连线与圆环轴线的夹角。

由对称性可知，圆环上各电荷元的场强在垂直于 x 轴的分量全部互相抵消，于是：

$$E = E_{/\!/} = \int dE_{/\!/} = \int dE\cos\theta = \cos\theta\oint_l \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qdl}{2\pi Rr^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{2\pi R}\cdot\frac{\cos\theta}{r^2}\oint_l dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\cos\theta}{r^2}$$

由图 10-5 可知，$\cos\theta = \frac{x}{r}$，$r^2 = R^2 + x^2$，则：

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

讨论：

(1)在细圆环圆心处，有 $x=0$，则 $E=0$；

(2)在远离细圆环处，有 $x \gg R$，则：

$$E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2}$$

即对于远离圆环的点，带电细圆环等效于一个点电荷。

10.4　电通量　高斯定理

上一节我们讨论了描述电场的一个重要物理量——电场强度。为了形象、直观地描述电场，人们引入了**电场线**。本节在介绍电场线的基础上，引入**电场强度通量**(简称**电通量**)的概念，并导出揭示静电场本质特征的一个重要定理——高斯(Gauss)定理。