浙江省高考名师倾力打造——跳一跳考名校系列丛书

数学 高考复习精要

高考复习指导用书

3+X

求是教育集团 主编

第二军医大学出版社

TONGBU ZHUANTI JINGJIANG

跳一跳考名校

数学

求是教育集团 主编

第二军医大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学高考复习精要 / 求是教育集团编. —上海：
第二军医大学出版社，2007.6
ISBN 978-7-81060-748-3

I. 数… II. 求… III. 数学课-高中-升学参考资料
IV. G634. 603

中国版本图书馆（CIP）数据核字（2007）第 064787 号

数学高考复习精要

（跳一跳考名校系列——数学）

出版发行：第二军医大学出版社
(上海市翔殷路 800 号 邮政编码：200433)
作 者：求是教育集团
责任编辑：刘 丽
经 销：浙江省各地新华书店
印 刷：杭州市余杭大陆友谊印务有限公司
开 本：850 mm×1168 mm 1/16
印 张：15
字 数：530 千字
版 次：2007 年第 1 版
印 次：2007 年 6 月第 1 次印刷
书 号：ISBN 978-7-81060-748-3/G・062
定 价：50.00 元

图书若有印装问题，可联系印刷厂更换（Tel：0571-88761794）

目　录

第一章　集合与简易逻辑 …… 1
第 1 课　集合的概念 …… 2
第 2 课　集合的运算 …… 3
第 3 课　逻辑联结词和四种命题 …… 5
第 4 课　充分条件和必要条件 …… 7
小　结 …… 9
单元练习 …… 10
知识专题检测 …… 12
第二章　不等式 …… 13
第 5 课　不等式的基本性质 …… 14
第 6 课　不等式的证明(一) …… 15
第 7 课　不等式的证明(二) …… 17
第 8 课　整式、分式不等式的解法 …… 18
第 9 课　含有绝对值的不等式 …… 20
第 10 课　含有参数的不等式 …… 21
第 11 课　不等式的应用 …… 23
小　结 …… 24
单元练习 …… 26
知识专题检测 …… 27
第三章　函数 …… 29
第 12 课　映射与函数 …… 29
第 13 课　反函数 …… 31
第 14 课　函数的解析式和定义域 …… 33
第 15 课　函数的值域 …… 35
第 16 课　函数的奇偶性与单调性 …… 37
第 17 课　函数的图象 …… 39
第 18 课　二次函数 …… 41
第 19 课　指数与指数函数 …… 43
第 20 课　对数与对数函数 …… 44
第 21 课　函数的应用(一) …… 46
第 22 课　函数的应用(二) …… 48

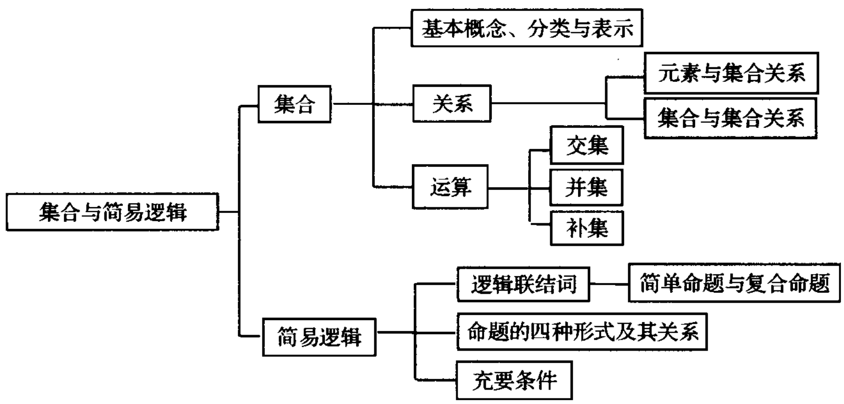
小　结 …… 49
单元练习 …… 55
附:第 23 课　函数的极限(一) …… 57
附:第 24 课　函数的连续性及极限的应用(二) …… 59
知识专题检测 …… 61
第 23 课　导数的概念及运算 …… 63
第 24 课　导数的应用(一) …… 64
第 25 课　导数的应用(二) …… 65
附:第 26 课　导数的应用(三) …… 67
小　结 …… 69
单元练习 …… 71
第四章　数　列 …… 73
第 26 课　等差数列 …… 73
第 27 课　等比数列 …… 74
第 28 课　等差数列与等比数列 …… 76
第 29 课　数列的通项公式与数列求和 …… 77
第 30 课　数列应用题 …… 78
小　结 …… 80
单元练习 …… 83
附:第 31 课　数学归纳法 …… 84
附:第 32 课　数列极限 …… 86
知识专题检测 …… 87
第五章　三角函数 …… 89
第 31 课　三角函数的概念 …… 89
第 32 课　同角三角函数的关系及诱导公式 …… 90
第 33 课　两角和与两角差的三角函数(一) …… 91
第 34 课　两角和与两角差的三角函数(二) …… 92
第 35 课　三角函数的图象与性质(一) …… 93
第 36 课　三角函数的图象与性质(二) …… 94
第 37 课　三角函数的最值 …… 96
第 38 课　解斜三角形 …… 97
小　结 …… 98
单元练习 …… 103
知识专题检测 …… 104
第六章　平面向量 …… 106
第 39 课　向量的基本运算 …… 107
第 40 课　向量的坐标运算 …… 108

第 41 课　平面向量的数量积 …… 109
第 42 课　线段的定比分点、平移 …… 111
第 43 课　平面向量的应用 …… 112
小　结 …… 114
单元练习 …… 117
知识专题检测 …… 118
附:复数 …… 120
附　第 44 课　复数的概念 …… 120
附　第 45 课　复数的代数形式及其运算 …… 122
第七章　排列、组合、概率和统计 …… 124
第 44 课　两个计数原理 …… 125
第 45 课　排列 …… 126
第 46 课　组合 …… 127
第 47 课　排列与组合 …… 129
第 48 课　二项式定理 …… 130
第 49 课　二项式定理的应用 …… 131
第 50 课　概率(一) …… 132
第 51 课　概率(二) …… 134
第 52 课　总体期望值和方差的估计 …… 135
第 53 课　抽样方法,总体分布的估计 …… 137
单元练习 …… 138
附　第 54 课　离散型随机变量的分布列 …… 140
附　第 55 课　离散型随机变量的期望值和方差 …… 142
附　第 56 课　统　计 …… 143
小　结 …… 145
知识专题检测 …… 150
第八章　解析几何 …… 152
第 54 课　直线的方程 …… 153
第 55 课　两直线的位置关系 …… 154
第 56 课　简单的线性规划 …… 155
第 57 课　圆的方程 …… 157
第 58 课　直线与圆的方程 …… 158
附:对称问题 …… 159
小　结 …… 161
单元练习 …… 164
知识专题检测 …… 166
第 59 课　椭圆 …… 168

第 60 课　双曲线 …… 169
第 61 课　抛物线 …… 170
第 62 课　直线和圆锥曲线 …… 172
第 63 课　轨迹问题 …… 173
第 64 课　圆锥曲线的应用(一) …… 174
第 65 课　圆锥曲线的应用(二) …… 176
小　结 …… 177
单元练习 …… 182
知识专题检测 …… 183
第九章　直线、平面、简单几何体 …… 185
第 66 课　平面的基本性质 …… 186
第 67 课　空间两条直线的位置关系 …… 187
第 68 课　直线与平面的位置关系(一) …… 188
第 69 课　直线与平面的位置关系(二) …… 190
第 70 课　两个平面的位置关系(一) …… 191
第 71 课　两个平面的位置关系(二) …… 192
第 72 课　棱柱和棱锥 …… 194
第 73 课　多面体与球 …… 195
第 74 课　综合应用(一) …… 197
第 75 课　综合应用(二) …… 198
第 76 课　空间向量及其运算 …… 200
第 77 课　空间向量与空间角 …… 201
第 78 课　空间向量与直线与平面的关系 …… 202
小　结 …… 203
单元练习 …… 210
知识专题检测 …… 211
附录　滚动周测 …… 213
高三数学第一次滚动周测 …… 213
高三数学第二次滚动周测 …… 215
高三数学第三次滚动周测 …… 217
高三数学第四次滚动周测 …… 219
高三数学第五次滚动周测 …… 221
高三数学第六次滚动周测 …… 223
高三数学第七次滚动周测 …… 225
高三数学第八次滚动周测 …… 227
高三数学第九次滚动周测 …… 230

第一章　集合与简易逻辑

知识网络



学法点拨

集合与简易逻辑是近代数学中最基本、应用非常广泛的基础知识，是研究数学问题、进行数学思维的基本工具. 集合的语言、思想、观点渗透于中学数学内容的各个分支，有关简易逻辑常识与原理无不贯穿在数学的分析推理、计算与探索之中. 复习巩固有关知识，对于提升数学语言素养，增强解决数学问题能力、提高思维能力等都会产生一定的影响，同时也为今后进一步学习高等数学打好基础.

解决集合问题时一要注意吃透概念，准确表示，善于推理判断，并留心元素互异性的特征的利用、所给集合能否为空集的讨论、所求特定系数的取舍；二要注意集合与函数、方程、不等式、三角、解几、立几等知识的密切联系与综合应用；三要注意灵活运用等价转化、分类讨论、数形结合、补集法等思想方法解题.

在面临与命题相关的具体问题中，应结合语境仔细阅读、推敲，反复咀嚼有关逻辑联结词. 为了加深对于逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义的理解，可联系集合运算中的“交”、“并”、“补”对应地理解. 尤其应注意，对逻辑联结词“或”的理解是难点；

在研究四种命题及其相互关系时，应注意逆命题、否命题、逆否命题都是相对于原命题而言的. 另应注意区分“否命题”与“命题的否定”的不同含义：前者是同时否定条件和结论，而后者只否定结论；

反证法是一种重要的证题方法，其理论基础是互为逆否命题的等价性，证明步骤应分为三步：反设、归谬、结论. 具体证题时，应注意书写的规范性、步骤的完整性以及导出矛盾时推理的严密性；判断条件的充要关系时，究竟是充分非必要条件，还是必要非充分条件？还是既充分又必要条件？还是非充分又非必要条件？应当判断到位. 在寻求充要条件或证明充要性命题时，确运用相关概念，防止误把“充分”当“必要”，或把“必要”当“充分”.

第 1 课　集合的概念

高考考点

1. 集合的有关概念

2. 元素与集合、集合与集合之间的关系

(1) 元素与集合:"$\in$"或"$\notin$".

(2) 集合与集合之间的关系:包含关系、相等关系.

3. 集合的运算

(1) 交集:由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与 B 的交集,记为 $A\cap B$,即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$.

(2) 并集:由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的并集,记为 $A\cup B$,即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$.

(3) 补集:一般地,设 S 是一个集合,A 是 S 的一个子集(即 $A\subseteq S$),由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫做子集 A 在全集 S 中的补集(或余集),记为 $\complement_S A$,即 $\complement_S A=\{x\mid x\in S$ 且 $x\notin A\}$.

双基回顾

1. 已知集合 $M=\{x\mid x^2<4\}$,$N=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$,则集合 $M\cap N$ 等于　(　　)

A. $\{x\mid x<-2\}$

B. $\{x\mid x>3\}$

C. $\{x\mid -1<x<2\}$

D. $\{x\mid 2<x<3\}$

2. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x<5-\sqrt{2}\}$,$B=\{1,2,3,4\}$,则$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$ 等于

A. $\{1,2,3,4\}$　　B. $\{2,3,4\}$

C. $\{3,4\}$　　D. $\{4\}$

3. 设集合 $P=\{1,2,3,4,5,6\}$,$Q=\{x\in\mathbf{R}\mid 2\leqslant x\leqslant 6\}$,那么下列结论正确的是　(　　)

A. $P\cap Q=P$　　B. $P\cap Q\supsetneqq Q$

C. $P\cup Q=Q$　　D. $P\cap Q\subsetneqq P$

4. 设 U 是全集,非空集合 P、Q 满足 $P\subsetneqq Q\subsetneqq U$,若求含 P、Q 的一个集合运算表达式,使运算结果为空集 $\varnothing$,则这个运算表达式可以是________.

5. 已知集合 $A=\{0,1\}$,$B=\{x\mid x\in A,x\in N^*\}$,$C=\{x\mid x\subseteq A\}$,则 A、B、C 之间的关系是________.

6. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$ 只有一个元素,则 a 的值为________.

典例分析

例 1　(1) 设全集 $U=\{x\mid 10<x<10,x\in\mathbf{N}^*\}$,若 $A\cap B=\{3\}$,$A\cap C_U B=\{1,5,7\}$,$C_U A\cap C_U B=\{9\}$,则 $A=$________,$B=$________.

(2) 设 M、N 是两个非空集合,定义 M 与 N 的差集为 $M-N=\{x\mid x\in M$ 且 $x\notin N\}$,则 $M-(M-N)$ 等于　(　　)

A. N　　B. $M\cap N$

C. $M\cup N$　　D. M

(3) 已知 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+2x+p=0\}$ 且 $A\cap\{x\in\mathbf{R}\mid x>0\}=\varnothing$,求实数 p 的取值范围.

例 2　设 $m\in\mathbf{R}$,$A=\{(x,y)\mid y=-\sqrt{3}x+m\}$,$B=\{(x,y)\mid x=\cos\theta,y=\sin\theta,0<\theta<2\pi\}$,且 $A\cap B=\{(\cos\theta_1,\sin\theta_1),(\cos\theta_2,\sin\theta_2)\}(\theta_1\neq\theta_2)$,求 m 的取值范围.

例 3　记函数 $f(x)=\sqrt{2-\dfrac{x+3}{x+1}}$ 的定义域为 A,$g(x)=\lg[(x-a-1)(2a-x)](a<1)$ 的定义域为 B.

(1) 求 A;

(2) 若 $B\subseteq A$,求实数 a 的取值范围.

变式　已知 $A=\{x\mid x^3+3x^2+2x>0\}$,$B=\{x\mid x^2+ax+b\leqslant 0\}$ 且 $A\cap B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$,$A\cup B=\{x\mid x>-2\}$,求 a、b 的值.

知能集成

1. 对于集合问题,要首先确定属于哪类集合(数集、点集或某类图形),然后确定处理此类问题的方法.

2. 关于集合的运算,一般应把各参与运算的集合化到最简,再进行运算.

3. 含参数的集合问题，多根据集合元素的互异性来处理.

4. 集合问题多与函数、方程、不等式有关，要注意各类知识的融会贯通.解决问题时常用数形结合、分类讨论等数学思想.

训练反馈

1. 集合 $A=\{(x,y)\mid x+y=0\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=2\}$，则 $A\cap B$ 是　　(　　)

A. $(1,-1)$　　B. $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$

C. $\{(1,-1)\}$　　D. $\{1,-1\}$

2. 设集合 $A=\{5,\log_2(a+3)\}$，集合 $B=\{a,b\}$.若 $A\cap B=\{2\}$，则 $A\cup B=$ __________.

3. 设 $A=\{x\mid 1<x<2\}$，$B=\{x\mid x>a\}$，若 $A\subsetneq B$，则 a 的取值范围是__________.

4. 设 A、B、I 均为非空集合，且满足 $A\subseteq B\subseteq I$，则下列各式中错误的是　　(　　)

A. $(\complement_I A)\cup B=I$　　B. $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$

C. $A\cap(\complement_I B)=\varnothing$　　D. $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\complement_I B$

5. 函数 $f(x)=\begin{cases}x & x\in P\\ -x & x\in M\end{cases}$，其中 P、M 为实数集 $\mathbf{R}$ 的两个非空子集，又规定 $f(P)=\{y\mid y=f(x),x\in P\}$，$f(M)=\{y\mid y=f(x),x\in M\}$.给出下列四个判断，其中正确判断有　　(　　)

① 若 $P\cap M=\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)=\varnothing$

② 若 $P\cap M\neq\varnothing$，则 $f(P)\cap f(M)\neq\varnothing$

③ 若 $P\cup M=\mathbf{R}$，则 $f(P)\cup f(M)=\mathbf{R}$

④ 若 $P\cup M\neq\mathbf{R}$，则 $f(P)\cup f(M)\neq\mathbf{R}$

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

6. 设集合 $P=\{m\mid -1<m\leqslant 0\}$，$Q=\{m\in\mathbf{R}\mid mx^2+4mx-4<0$ 对任意实数 x 恒成立$\}$，则下列关系中成立的是　　(　　)

A. $P\subsetneq Q$　　B. $Q\not\subseteq P$

C. $P=Q$　　D. $P\cap Q=Q$

7. 记函数 $f(x)=\log_2(2x-3)$ 的定义域为集合 M，函数 $g(x)=\sqrt{(x-3)(x-1)}$ 的定义域为集合 N.求：

(1) 集合 M、N；

(2) 集合 $M\cap N$、$M\cup N$.

8. 已知 $P=\{(x,y)\mid(x+2)^2+(y-3)^2\leqslant 4\}$，$Q=\{(x,y)\mid(x+1)^2+(y-m)^2<\frac{1}{4}\}$，且 $P\cap Q=Q$，求 m 的取值范围.

9. 若 $B=\{x\mid x^2-3x+2<0\}$，是否存在实数 a，使 $A=\{x\mid x^2-(a+a^2)x+a^3<0\}$ 且 $A\cap B=A$?请说明你的理由.

第 2 课　集合的运算

高考考点

1. 掌握集合的“交”、“并”、“补”运算的法则，强化运用集合语言、集合思想解决数学问题的意识.

2. 集合运算：交、并、补.

交：$A\cap B\Leftrightarrow\{x\mid x\in A$，且 $x\in B\}$ 并：$A\cup B\Leftrightarrow\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$

补：$\complement_U A\Leftrightarrow\{x\mid x\in U$，且 $x\notin A\}$

3. 主要性质和运算律

(1) 包含关系：$A\subseteq A$，$\Phi\subseteq A$，$A\subseteq U$，$\complement_U A\subseteq U$，$A\subseteq B$，$B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$；$A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$；$A\cup B\supseteq A$，$A\cup B\supseteq B$.

(2) 等价关系：$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B\Leftrightarrow\complement_U A\cup B=U$

(3) 集合的运算律：

交换律：$A\cap B=B\cap A$；$A\cup B=B\cup A$.

结合律：$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$；$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

0－1 律：$\Phi\cap A=\Phi$，$\Phi\cup A=A$，$U\cap A=A$，$U\cup A=U$

等幂律：$A\cap A=A$，$A\cup A=A$

求补律：$A\cap C_U A=\phi$　$A\cup C_U A=U$　$C_U U=\phi$　$C_U\phi=U$　$C_U(C_U A)=A$

反演律：$C_U(A\cap B)=(C_U A)\cup(C_U B)$　$C_U(A\cup B)=(C_U A)\cap(C_U B)$

4. 有限集的元素个数

定义 有限集 A 的元素的个数叫做集合 A 的基数，记为 $card(A)$ 规定 $card(\phi)=0$。

基本公式 (1) $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$

(2) $\mathrm{card}(A\cup B\cup C)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)+\mathrm{card}(C)-\mathrm{card}(A\cap B)-\mathrm{card}(B\cap C)-\mathrm{card}(C\cap A)+\mathrm{card}(A\cap B\cap C)$

(3) $\mathrm{card}(C_U A)=\mathrm{card}(\bigcup)-\mathrm{card}(A)$

(4) 设有限集合 A，$\mathrm{card}(A)=n$，则

(ⅰ) A 的子集个数为 2^n；

(ⅱ) A 的真子集个数为 2^n-1；

(ⅲ) A 的非空子集个数为 2^n-1；

(ⅳ) A 的非空真子集个数为 2^n-2.

(5) 设有限集合 A、B、C，$\mathrm{card}(A)=n$，$\mathrm{card}(B)=m$，$m<n$，则

(ⅰ) 若 $B\subseteq C\subseteq A$，则 C 的个数为 2^{n-m}；

(ⅱ) 若 $B\subseteq C\subset A$，则 C 的个数为 $2^{n-m}-1$；

(ⅲ) 若 $B\subset C\subseteq A$，则 C 的个数为 $2^{n-m}-1$；

(ⅳ) 若 $B\subset C\subset A$，则 C 的个数为 $2^{n-m}-2$.

双基回顾

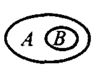
1. 已知集合 $A\subsetneqq\{2,3,7\}$，且 A 中至多有一个奇数，则这样的集合 （ ）

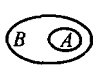
A. 2 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 6 个

2. 已知集合 $A=\{0,2,3\}$，$B=\{x\mid x=a\cdot b,a,b\in A\}$ 则 B 的子集的个数是 （ ）

A. 16　　B. 14　　C. 12　　D. 10

3. 设集合 $A=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{n}{2},n\in\mathbf{Z}\right\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,x=n+\frac{1}{2},n\in\mathbf{Z}\right\}$，则下列图形中能表示 A 与 B 的关系的是 （ ）

A. 

B. 

C. 

D. 

4. 设有集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x\leqslant 2\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2-2x+a<0\}$，且 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是 （ ）

A. $a>0$　　B. $a\geqslant 0$

C. $a\leqslant 1$　　D. $0\leqslant a\leqslant 1$

5. 集合 $M=\{(x,y)\mid y=\sqrt{1-x^2},x,y\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)\mid x=1,y\in\mathbf{R}\}$，则 $M\cap N=$ （ ）

A. $\{(1,0)\}$　　B. $\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 1\}$

C. $\{1,0\}$　　D. ϕ

6. 设全集 $I=R$，$A=\{x\mid f(x)<0\}$，$B=\{x\mid g(x)>0\}$，则集合 $M=\{x\mid f(x)\geqslant 0$ 且 $g(x)\leqslant 0\}$ 等于 （ ）

A. $(C_I A)\cup(C_I B)$　　B. $C_I(A\cap B)$

C. $(C_I A)\cap(C_I B)$　　D. $A\cap(C_I B)$

7. 已知集合 A、B、C 满足 $A\cup B=A\cup C$，那么下列各式中一定成立的是 （ ）

A. $A\cap B=A\cap C$

B. $B=C$

C. $A\cap(C_R B)=A\cap(C_R C)$

D. $(C_R A)\cap B=(C_R A)\cap C$

8. 全集 $I=R$，集合 $A=\{x\mid y=\sqrt{2x-1}\}$，$B=\{y\mid y=\lg(x^2-2x+2)\}$，则 $A\cup C_∩ B=$________.

9. 已知集合 $P=\{(x,y)\mid y=2x^2+4x+7,-2\leqslant x\leqslant 5\}$，$Q=\{(x,y)\mid x=a,y\in\mathbf{R}\}$，则 $P\cap Q$ 中所含元素的个数为________.

10. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x-3=0\}$，$B=\{x\mid mx-1=0\}$ 若 $B\subsetneqq A$，则 m 的值为________.

典例分析

例 1 (1) 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x-2y=0\}$，$B=\left\{(x,y)\,\middle|\,\frac{y-1}{x-2}=0\right\}$，则 $A\cap B=$________；$A\cup B=$________.

(2) 设数集 $M=\left\{x\,\middle|\,m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\right\}$，且 M、N 都是集合 $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集，如果把 $b-a$ 叫做集合 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 的"长度"，那么集合 $M\cap N$ 的长度的最小值是________.

(3) 若集合 $A=\{x\mid x^2+ax+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，集合 $B=\{1,2\}$，且 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围________.

例 2 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+mx-y+2=0,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y+1=0,0\leqslant x\leqslant 2\}$，若 $A\cap B\neq\phi$，求实数 m 的取值范围.

训练反馈

1. 设全集为 U，在下列条件中，是 $B\subseteq A$ 的充要条件的有 （ ）

①$A\cup B=A$，②$C_U A\cap B=\phi$，

③$C_U A\subseteq C_U B$，④$A\cup C_U B=U$，

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

2. 设 $P=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{y\mid y=2^x,x\in\mathbf{R}\}$，则 （ ）

A. $Q=P$　　B. $Q\subset P$

C. $P\cap Q=\{2,4\}$　　D. $P\cap Q=\{(2,4)\}$

3. 设集合 $M=\{x\mid x-m\leqslant 0\}$，$N=\{y\mid y=(x-1)^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，若 $M\cap N=\varnothing$，则实数 m 的取值范围是 ( )

A. $m\geqslant -1$　　B. $m>-1$

C. $m\leqslant -1$　　D. $m<-1$

4. 已知集合 $M=\{x\mid x-a=0\}$，$N=\{x\mid ax-1=0\}$，若 $M\cap N=N$，则实数 a 的值是 ( )

A. 1　　B. -1

C. 1 或 -1　　D. 0 或 1 或 -1

5. 已知 $a>b>0$，全集 $I=R$，集合 $M=\left\{x\mid b<x<\dfrac{a+b}{2}\right\}$，$N=\{x\mid \sqrt{ab}<x<a\}$，$P=\{x\mid b<x\leqslant\sqrt{ab}\}$，则 P 与 M、N 的关系为 ( )

A. $P=M\cap(C_{\cap}N)$　　B. $P=(C_{\cap}M)\cap N$

C. $P=M\cap N$　　D. $P=M\cup N$

6. 集合 $A=\{(x,y)\mid y=a\mid x\mid\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+a\}$，若 $A\cap B$ 为单元素集，实数 a 的取值范围为________.

7. 已知 $M=\{x\mid 2x^2-5x-3=0\}$，$N=\{x\mid mx=1\}$，若 $N\subseteq M$，则适合条件的实数 m 的集合 P 为________；P 的子集有________个；P 的非空真子集有________个.

8. 已知：$f(x)=x^2+ax+b$，$A=\{x\mid f(x)=2x\}=\{2\}$，则实数 a、b 的值分别为________.

9. 调查 100 名携带药品出国的旅游者，其中 75 人带有感冒药，80 人带有胃药，那么既带感冒药又带胃药的人数的最大值为________，最小值为________.

10. 已知 $M=\{x\mid\mid x\mid\leqslant 1\}$，$N=\{x\mid x-p>0\}$，要使得 $M\cap N=\varnothing$，则 p 的取值范围是________.

11. 已知 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=4,x\geqslant 0\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+m\}$，$A\cap B\neq\phi$，则 m 的取值范围是________.

12. 设 R^+ 表示正实数集，集合 $A=\{x\mid x^2+(p+2)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，且 $A\cap R^+=\phi$，实数 p 的取值范围是________.

13. 已知 $I=R$，$A=\{x\mid x^2\geqslant 4\}$，$B\left\{x\,\middle|\,\dfrac{6-x}{1+x}\geqslant 0\right\}$，$C=\{x\mid\mid x-1\mid<3\}$，求：

(1) $A\cap B$，$A\cup C$；(2) $A\cap C_I(B\cap C)$.

14. 已知 $A=\{x\mid x^2+px+q=0,p、q\in\mathbf{R}$，且 $q<0\}$，$B=\{0,2,3,5,9\}$，$C=\{-3,0,2,3,5,7\}$，又 $A\cap B=\varnothing$，$A\cap C=A$，试求 p、q 的值.

第 3 课　逻辑联结词和四种命题

高考考点

1. 逻辑联结词

(1) 命题：可以判断真假的语句叫做命题.

(2) 逻辑联结词："或""且""非"这些词叫做逻辑联结词.

(3) 简单命题与复合命题：不含逻辑联结词的命题叫简单命题；

由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.

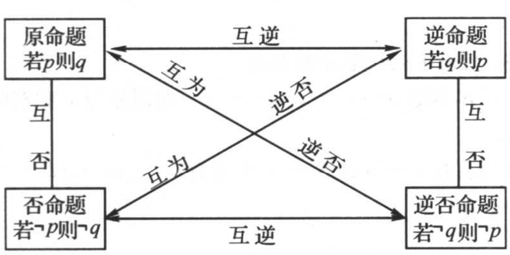
(4) 真值表：表示命题真假的表叫真值表.

2. 四种命题

(1) 四种命题

原命题：如果 p，那么 q(或若 p 则 q)；逆命题：若 q 则 p；否命题：若 $\neg p$ 则 $\neg q$；逆否命题：若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

(2) 四种命题之间的相互关系



这里，原命题与逆否命题，逆命题与否命题是等价命题.

双基回顾

1. 由"p：$8+7=16$，q：$\pi>3$"构成的复合命题，下列判断正确的是 ( )

A. p 或 q 为真，p 且 q 为假，非 p 为真

B. p 或 q 为假，p 且 q 为假，非 p 为真

C. p 或 q 为真，p 且 q 为假，非 p 为假

D. p 或 q 为假，p 且 q 为真，非 p 为真

2. 命题 p：若 a、$b\in\mathbf{R}$，则 $|a|+|b|>1$ 是 $|a+b|>1$ 的充分而不必要条件；

命题 q：函数 $y=\sqrt{|x-1|-2}$ 的定义域是 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$，则 ( )

A. "p 或 q"为假　　B. "p 且 q"为真

C. p 真 q 假　　D. p 假 q 真

3. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，有下列三个命题：

① 若存在常数 M，使得对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(x)\leqslant M$，则 M 是函数 $f(x)$ 的最大值；

② 若存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得对任意 $x\in\mathbf{R}$，且 $x\neq x_0$，有 $f(x)<f(x_0)$，则 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值；

③ 若存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(x)\leqslant f(x_0)$，则 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值.

这些命题中，真命题的个数是 ( )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 命题“若 $m>0$,则关于 x 的方程 $x^2+x-m=0$ 有实数根”与它的逆命题、否命题、逆否命题中,真命题的个数为__________.

5. 已知命题 p:函数 $y=\log_a(ax+2a)(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的图象必过定点 $(-1,1)$;

命题 q:如果函数 $y=f(x-3)$ 的图象关于原点对称,那么函数 $y=f(x)$ 的图象关于点 $(3,0)$ 对称.则

A.“p 且 q”为真　　B.“p 或 q”为假

C. p 真 q 假　　D. p 假 q 真

典例分析

例 1　给出命题“已知 $a、b、c、d$ 是实数,若 $a=b,c=d$,则 $a+c=b+d$”,对其原命题、逆命题、否命题、逆否命题而言,真命题有　　(　　)

A. 0 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

变式　若 $a、b、c\in\mathbf{R}$,写出命题“若 $ac<0$,则 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根”的逆命题、否命题、逆否命题,并判断这三个命题的真假.

例 2　指出下列复合命题的形式及其构成.

(1) 若 α 是一个三角形的最小内角,则 α 不大于 $60°$;

(2) 一个内角为 $90°$,另一个内角为 $45°$ 的三角形是等腰直角三角形;

(3) 有一个内角为 $60°$ 的三角形是正三角形或直角三角形.

例 3　写出命题“当 $abc=0$ 时,$a=0$ 或 $b=0$ 或 $c=0$”的逆命题、否命题、逆否命题,并判断它们的真假.

变式　写出下列各命题的否定及其否命题,并判断它们的真假.

(1) 若 $x、y$ 都是奇数,则 $x+y$ 是偶数;

(2) 若 $xy=0$,则 $x=0$ 或 $y=0$;

(3) 若一个数是质数,则这个数是奇数.

训练反馈

1. 如果原命题的结论是“p 且 q”形式,那么否命题的结论形式为　　(　　)

A. $\neg p$ 且 $\neg q$　　B. $\neg p$ 且 $\neg q$

C. $\neg p$ 或 $\neg q$　　D. $\neg q$ 或 $\neg p$

2. 下列四个命题中真命题是　　(　　)

①“若 $xy=1$,则 $x、y$ 互为倒数”的逆命题　②“面积相等的三角形全等”的否命题　③“若 $m\leqslant1$,则方程 $x^2-2x+m=0$ 有实根”的逆否命题　④“若 $A\cap B=B$,则 $A\subseteq B$”的逆否命题　　(　　)

A. ①②　　B. ②③

C. ①②③　　D. ③④

3. 分别用“p 或 q”“p 且 q”“非 p”填空.

(1) 命题“15 能被 3 和 5 整除”是__________形式;

(2) 命题“16 的平方根是 4 或 -4”是__________形式;

(3) 命题“李强是高一学生,也是共青团员”是__________形式.

4. 命题“若 $ab=0$,则 $a、b$ 中至少有一个为零”的逆否命题是____________________.

5. 在一次模拟打飞机的游戏中,小李接连射击了两次,设命题 p_1“第一次射击击中飞机”,命题 p_2“第二次射击击中飞机”,试用 $p_1、p_2$ 及联结词“或”“且”“非”表示下列命题:

(1) 两次都击中飞机;

(2) 两次都没击中飞机;

(3) 恰有一次击中飞机;

(4) 至少有一次击中飞机.

6. 设 $A、B$ 为两个集合.下列四个命题:

①$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 对任意 $x\in A$,有 $x\notin B$;②$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=\varnothing$;③$A\not\subseteq B\Leftrightarrow A\not\supseteq B$;④$A\not\subseteq B\Leftrightarrow$ 存在 $x\in A$,使得 $x\notin B$.

其中真命题的序号是__________.(把符合要求的命题序号都填上)

7. 命题:已知 $a、b$ 为实数,若 $x^2+ax+b\leqslant0$ 有非空解集,则 $a^2-4b\geqslant0$,写出该命题的逆命题、否命题、逆否命题,并判断这些命题的真假.

8. 写出下列命题非的形式:

(1) p:函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有唯一交点;

(2) q:若 $x=3$ 或 $x=4$,则方程 $x^2-7x+12=0$.

知能集成

1. 有的“p 或 q”与“p 且 q”形式的复合命题语句中，字面上未出现“或”与“且”字，此时应从语句的陈述中搞清含义，从而分清是“p 或 q”还是“p 且 q”形式. 一般地，若两个命题属于同时都要满足的为“且”，属于并列的为“或”.

2. 原命题与它的逆否命题同为真假，原命题的逆命题与否命题同为真假，所以对一些命题的真假判断(或推证)，我们可通过对与它同真假的(具有逆否关系的)命题来判断(或推证).

3. 要明确原命题、否命题、逆命题、逆否命题之间的关系.

第 4 课　充分条件和必要条件

高考考点

1. 充分条件：如果 $p\Rightarrow q$，则 p 叫 q 的充分条件，原命题(或逆否命题) 成立，命题中的条件是充分的，也可称 q 是 p 的必要条件.

2. 必要条件：如果 $q\Rightarrow p$，则 p 叫 q 的必要条件，逆命题(或否命题) 成立，命题中的条件为必要的，也可称 q 是 p 的充分条件.

3. 充要条件：如果既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，记作 $p\Leftrightarrow q$，则 p 叫做 q 的充分必要条件，简称充要条件，原命题和逆命题(或逆否命题和否命题) 都成立，命题中的条件是充要的.

4. 反证法：当直接证明有困难时，常用反证法.

双基回顾

1. $ac^2>bc^2$ 是 $a>b$ 成立的 (　　)

A. 充分而不必要条件　B. 充要条件

C. 必要而不充分条件　D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 为非零的平面向量. 甲：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，乙：$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则 (　　)

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

3. 在 $\triangle ABC$ 中，“$A>30°$”是“$\sin A>\frac{1}{2}$”的

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

4. 若条件 $p: a>4$，$q: 5<a<6$，则 p 是 q 的 ________.

5. 若 a、b、c 是常数，则“$a>0$ 且 $b^2-4ac<0$”是“对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $ax^2+bx+c>0$”的 (　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

典例分析

例 1　指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件(在“充分不必要”、“必要不充分”、“充要”、“既不充分也不必要”中选一种作答)

(1) 在中 $\triangle ABC$ 中，$p: A>B$，$q: \sin A>\sin B$

(2) 对于实数 x,y，$p: x+y\neq 8$，$q: x\neq 2$ 或 $y\neq 6$

(3) 在 $\triangle ABC$ 中，$p: \sin A>\sin B$，$q: \tan A>\tan B$

(4) 已知 $x,y\in\mathbf{R}$，$p: (x-1)^2+(y-2)^2=0$，$q: (x-1)(y-2)=0$

例 2　(1) 设 $x,y\in\mathbf{R}$，则 $x^2+y^2<2$ 是 $|x|+|y|\leqslant\sqrt{2}$ 的(　　)、是 $|x|+|y|<2$ 的 (　　)

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

(2) 使不等式 $2x^2-5x-3\geqslant 0$ 成立的一个充分而不必要条件是 (　　)

A. $x<0$　B. $x\geqslant 0$

C. $x\in\{-1,3,5\}$　D. $x\leqslant-\frac{1}{2}$ 或 $x\geqslant 3$

例 3　若命题甲是命题乙的充分非必要条件，命题丙是命题乙的必要非充分条件，命题丁是命题丙的充要条件，则命题丁是命题甲的 (　　)

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

例 4　设 $x,y\in\mathbf{R}$，求证：$|x+y|=|x|+|y|$ 成立的充要条件是 $xy\geqslant 0$.

变式　求 $ax^2+2x+1=0(a\neq 0)$ 至少有一负根的充要条件.

例 5　已知数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+4}+\cdots+$

$\frac{1}{2n+3}$,为了使不等式 $a_n > \log_t^2(t-1) - \frac{11}{20}\log_{(t-1)}^2 t$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立的充要条件.

例 6 (1)是否存在实数 m,使得 $2x+m<0$ 是 $x^2-2x-3>0$ 的充分条件?

(2)是否存在实数 m,使得 $2x+m<0$ 是 $x^2-2x-3>0$ 的必要条件?

变式 已知命题 p:方程 $x^2+mx+1=0$ 有两个不相等的实负根,命题 q:方程 $4x^2+4(m-2)x+1=0$ 无实根;若 p 或 q 为真,p 且 q 为假,求实数 m 的取值范围.

例 5 (1)已知函数 $f(x)$ 对其定义域内的任意两个数 a,b,当 $a<b$ 时,都有 $f(a)<f(b)$,证明:$f(x)=0$ 至多有一个实根.

(2)已知 a、b、c 是互不相等的非零实数.

求证:三个方程 $ax^2+2bx+c=0$,$bx^2+2cx+a=0$,$cx^2+2ax+b=0$ 至少有一个方程有两个相异实根.

知能集成

1. 要注意一些常用的"结论否定形式",如"至少有一个""至多有一个""都是"的否定形式是"一个也没有""至少有两个""不都是".

2. 证明充要性要从充分性、必要性两个方面来证明.

3. 强调反证法的第一步,要与否命题分清.

训练反馈

1. 已知 p 是 r 的充分不必要条件,s 是 r 的必要条件,q 是 s 的必要条件,那么 p 是 q 成立的 ( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. "$\cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$"是"$\alpha = k\pi + \frac{5\pi}{12}, k \in \mathbf{Z}$"的 ( )

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

3. 在 $\triangle ABC$ 中,"$A>B$"是"$\cos A < \cos B$"的( )

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 命题 A:两曲线 $F(x,y)=0$ 和 $G(x,y)=0$ 相交于点 $P(x_0,y_0)$,命题 B:曲线 $F(x,y)+\lambda G(x,y)=0$(λ 为常数)过点 $P(x_0,y_0)$,则 A 是 B 的________条件.

5. 函数 $f(x)=x^2-2ax-3$ 在区间 $[1,2]$ 上存在反函数的充分必要条件是 ( )

A. $a \in (-\infty,1]$　　B. $a \in [2,+\infty)$

C. $a \in [1,2]$　　D. $a \in (-\infty,1] \cup [2,+\infty)$

6. 设集合 $U=\{(x,y) \mid x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$,$A=\{(x,y) \mid 2x-y+m>0\}$,

$B=\{(x,y) \mid x+y-n \leqslant 0\}$,那么点 $P(2,3) \in A \cap (\complement_U B)$ 的充要条件是 ( )

A. $m>-1, n<5$　　B. $m<-1, n<5$

C. $m>-1, n>5$　　D. $m<-1, n>5$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=p^n+q$($p \neq 0$ 且 $p \neq 1$),求数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件.

8. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2-4x+4=0$, ①

$x^2-4mx+4m^2-4m-5=0$. ②

求使方程①②都有实根的充要条件.

9. 若 x、y、z 均为实数,且 $a=x^2-2y+\frac{\pi}{2}$,$b=y^2-2z+\frac{\pi}{3}$,$c=z^2-2x+\frac{\pi}{6}$,则 a、b、c 中是否至少有一个大于零?请说明理由.

小　结

一、集合元素具有确定性、无序性和互异性.在求有关集合问题时,尤其要注意元素的互异性,如

1. 设 P、Q 为两个非空实数集合,定义集合 $P+Q=\{a+b \mid a\in P, b\in Q\}$,若 $P=\{0,2,5\}$,$Q=\{1,2,6\}$,则 $P+Q$ 中元素的有__________个.

2. 设 $U=\{(x,y)\mid x\in \mathbf{R}, y\in \mathbf{R}\}$,$A=\{(x,y)\mid 2x-y+m>0\}$,$B=\{(x,y)\mid x+y-n\leqslant 0\}$,那么点 $P(2,3)\in A\cap(C_U B)$ 的充要条件是________________.

3. 非空集合 $S\subseteq\{1,2,3,4,5\}$,且满足"若 $a\in S$,则 $6-a\in S$",这样的 S 共有__________个.

二、遇到 $A\cap B=\varnothing$ 时,你是否注意到"极端"情况:$A=\varnothing$ 或 $B=\varnothing$;同样当 $A\subseteq B$ 时,你是否忘记 $A=\varnothing$ 的情形?要注意到 $\varnothing$ 是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集.如

集合 $A=\{x\mid ax-1=0\}$,$B\{x\mid x^2-3x+2=0\}$,且 $A\cup B=B$,则实数 $a=$__________.

三、对于含有 n 个元素的有限集合 M,其子集、真子集、非空子集、非空真子集的个数依次为 2^n,2^n-1,2^n-1,2^n-2.如

满足 $\{1,2\}\subsetneqq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$ 集合 M 有________个.

四、集合的运算性质:

1. $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$;
2. $A\cap B=B\Leftrightarrow B\subseteq A$;
3. $A\subseteq B\Leftrightarrow C_U A\supseteq C_U B$;
4. $A\cap C_U B=\varnothing\Leftrightarrow C_U A\subseteq B$;
5. $C_U A\cup B=U\Leftrightarrow A\subseteq B$;
6. $C_U(A\cap B)=C_U A\cup C_U B$;
7. $C_U(A\cup B)=C_U A\cap C_U B$.

如:设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,若 $A\cap B=\{2\}$,$(C_U A)\cap B=\{4\}$,$(C_U A)\cap(C_U B)=\{1,5\}$ 则 $A=$__________,$B=$__________.

五、研究集合问题,一定要理解集合的意义——抓住集合的代表元素.如:$\{x\mid y=\lg x\}$—函数的定义域;$\{y\mid y=\lg x\}$—函数的值域;$\{(x,y)\mid y=\lg x\}$—函数图象上的点集,如

1. 设集合 $M=\{x\mid y=\sqrt{x-2}\}$,集合 $N=\{y\mid y=x^2, x\in M\}$,则 $M\cap N$__________.

2. 设集合 $M=\{\vec{a}\mid\vec{a}=(1,2)+\lambda(3,4),\lambda\in\mathbf{R}\}$,$N=\{\vec{a}\mid\vec{a}=(2,3)+\lambda(4,5),\lambda\in\mathbf{R}\}$,则 $M\cap N$__________.

六、数轴和韦恩图是进行交、并、补运算的有力工具,在具体计算时不要忘了集合本身和空集这两种特殊情况,补集思想常运用于解决否定型或正面较复杂的有关问题.如:

已知函数 $f(x)=4x^2-2(p-2)x-2p^2-p+1$ 在区间 $[-1,1]$ 上至少存在一个实数 c,使 $f(c)>0$,求实数 p 的取值范围.

七、复合命题真假的判断."或命题"的真假特点是"一真即真,要假全假";"且命题"的真假特点是"一假即假,要真全真";"非命题"的真假特点是"真假相反".如:

在下列说法中:1."p 且 q"为真是"p 或 q"为真的充分不必要条件;

2."p 且 q"为假是"p 或 q"为真的充分不必要条件;

3."p 或 q"为真是"非 q"为假的必要不充分条件;

4."非 p"为真是"p 且 q"为假的必要不充分条件.

其中正确的是__________

八、四种命题及其相互关系.若原命题是"若 p 则 q",则逆命题为"若 q 则 p";否命题为"若 $\neg p$ 则 $\neg q$";逆否命题为"若 $\neg q$ 则 $\neg p$".

提醒:1. 互为逆否关系的命题是等价命题,即原命题与逆否命题同真、同假;逆命题与否命题同真同假.但原命题与逆命题、否命题都不等价;

2. 在写出一个含有"或"、"且"命题的否命题时,要注意"非或即且,非且即或";

3. 要注意区别"否命题"与"命题的否定":否命题要对命题的条件和结论都否定,而命题的否定仅对命题的结论否定;

4. 对于条件或结论是不等关系或否定式的命题,一般利用等价关系"$A\Rightarrow B\Leftrightarrow\overline{B}\Rightarrow\overline{A}$"判断其真假,这也是反证法的理论依据.

5. 哪些命题宜用反证法?

如:(1)"在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle C=90^\circ$,则 $\angle A$、$\angle B$ 都是锐角"的否命题为________________

(2)已知函数 $f(x)=a^x+\dfrac{x-2}{x+1}$,$a>1$,证明方程 $f(x)=0$ 没有负数根.

九、充要条件.关键是分清条件和结论(划主谓宾),由条件可推出结论,条件是结论成立的充分条件;由结论可推出条件,则条件是结论成立的必要条件.从集合角度解释,若 $A\subseteq B$,则 A 是 B 的充分条件;若 $B\subseteq A$,则 A 是 B 的必要条件;若 $A=B$,则 A 是 B 的充要条件.如:

1. 给出下列命题:

① 实数 $a=0$ 是直线 $ax-2y=1$ 与 $2ax-2y=3$ 平行的充要条件;

② 若 $a,b\in\mathbf{R}$,$ab=0$ 是 $|a|+|b|=|a+b|$ 成立的充要条件;

③ 已知 $x,y\in\mathbf{R}$,"若 $xy=0$,则 $x=0$ 或 $y=0$"的逆否命题是"若 $x\neq 0$ 或 $y\neq 0$ 则 $xy\neq 0$";

④"若 a 和 b 都是偶数,则 $a+b$ 是偶数"的否命题是假命题.

其中正确命题的序号是__________

(2) 设命题 p：$|4x-3|\leqslant 1$；命题 q：$x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant 0$. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分的条件，则实数 a 的取值范围是________.

十、一元一次不等式的解法：通过去分母、去括号、移项、合并同类项等步骤化为 $ax>b$ 的形式，若 $a>0$，则 $x>\frac{b}{a}$；若 $a<0$，则 $x<\frac{b}{a}$；若 $a=0$，则 $b<0$ 当时，$x\in\mathbf{R}$；当 $b\geqslant 0$ 时，$x\in\varnothing$. 如

已知关于 x 的不等式 $(a+b)x+(2a-3b)<0$ 的解集为 $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$，则关于 x 的不等式 $(a-3b)x+(b-2a)>0$ 的解集为________.

十一、一元二次不等式的解集(联系图象). 尤其当 $\Delta=0$ 和 $\Delta<0$ 时的解集你会正确表示吗？设 $a>0$，x_1，x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两实根，且 $x_1<x_2$，则其解集如下表：

	$ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c\geqslant 0$	$ax^2+bx+c<0$	$ax^2+bx+c\leqslant 0$
$\Delta>0$	$\{x\mid x>x_1$ 或 $x>x_2\}$	$\{x\mid x\leqslant x_1$ 或 $x\geqslant x_2\}$	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	$\{x\mid x_1\leqslant x\leqslant x_2\}$
$\Delta=0$	$\{x\mid x\neq -\frac{b}{2a}\}$	R	ϕ	$\{x\mid x=-\frac{b}{2a}\}$
$\Delta<0$	R	R	ϕ	ϕ

如解关于 x 的不等式：$ax^2-(a+1)x+1<0$.

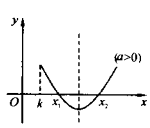
十二、对于方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实数解的问题. 首先要讨论最高次项系数 a 是否为 0，其次若 $a\neq 0$，则一定有 $\Delta=b^2-4ac\geqslant 0$. 对于多项式方程、不等式、函数的最高次项中含有参数时，你是否注意到同样的情形？

如：1. $(a-2)x^2+2(a-2)x-1<0$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则 a 的取值范围是________.

2. 关于 x 的方程 $f(x)=k$ 有解的条件是什么？特别地，若在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 内有两个不等的实根满足等式 $\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=k+1$，则实数 k 的范围是________.

十三、一元二次方程根的分布理论. 方程 $f(x)=ax^2+bx+c=0(a>0)$ 在 $(k,+\infty)$ 上有两根、在 (m,n) 上有两根、在 $(-\infty,k)$ 和 $(k,+\infty)$ 上各有一根的充要条件分别是什么？

$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ f(k)>0\\ -\frac{b}{2a}>k\end{cases}$、



$\begin{cases}\Delta\geqslant 0\\ f(m)>0\\ f(n)>0\\ m<-\frac{b}{2a}<n\end{cases}$、$f(k)<0$.

根的分布理论成立的前提是开区间，若在闭区间 $[m,n]$ 讨论方程 $f(x)=0$ 有实数解的情况，可先利用在开区间 (m,n) 上实根分布的情况，得出结果，再令 $x=n$ 和 $x=m$ 检查端点的情况.

如实系数方程 $x^2+ax+2b=0$ 的一根大于 0 且小于 1，另一根大于 1 且小于 2，则 $\frac{b-2}{a-1}$ 的取值范围是________.

十四、二次方程、二次不等式、二次函数间的联系你了解了吗？二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根即为二次不等式 $ax^2+bx+c>0(<0)$ 的解集的端点值，也是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与轴的交点的横坐标.

如 1. 不等式 $\sqrt{x}>ax+\frac{3}{2}$ 的解集是 $(4,b)$，则 $a=$________.

2. 若关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集为 $(-\infty,m)\cup(n,+\infty)$，其中 $m<n<0$，则关于 x 的不等式 $cx^2-bx+a<0$ 的解集为________.

3. 不等式 $3x^2-2bx+1\leqslant 0$ 对 $x\in[-1,2]$ 恒成立，则实数 b 的取值范围是________.

单元练习

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 方程组 $\begin{cases}x+y=1\\ x-y=-1\end{cases}$ 的解集是　(　　)

A. $\{x=0,y=1\}$　B. $\{0,1\}$

C. $\{(0,1)\}$　D. $\{(x,y)\mid x=0$ 或 $y=1\}$

2. 已知函数 $y=f(x)(a\leqslant x\leqslant b)$，则集合 $\{(x,y)\mid y=f(x),a\leqslant x\leqslant b\}\cap\{(x,y)\mid x=0\}$ 中含有元素的个数为　(　　)

A. 0　B. 1 或 0　C. 1　D. 1 或 2

3. 设 $M\cap N=\phi$，$A=\{M$ 的子集$\}$，$B=\{N$ 的子集$\}$，则下列等式成立的是　(　　)

A. $A\cap B=\phi$　B. $A\cap B=\{\phi\}$

C. $A\cap B=M\cap N$　D. $A\cap B\subsetneqq M\cap N$

4. 若 $A=\{1,3,x\}$，$B=\{x^2,1\}$，且 $AB=\{1,3,x\}$. 则适合上述条件的实数 x 的值有　(　　)

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

5. 同时满足：(1) $M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，(2) 若 $a\in M$，则 $6-a\in M$ 的非空集合 M 有　(　　)

A. 32 个　B. 15 个　C. 7 个　D. 6 个

6. 集合 $M=\left\{x\mid x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=$