

胡广书 编著



清华大学电子与信息技术系列教材

数字信号处理题解及电子课件

4

清华大学出版社

清华大学电子与信息技术系列教材

数字信号处理 题解及电子课件

胡广书 编著

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书包含两部分内容,一是《数字信号处理——理论、算法与实现》(第二版)(清华大学出版社,2003年)和《数字信号处理导论》(清华大学出版社,2005年)两本书后的习题参考答案,二是作者使用上述教材进行数字信号处理教学时所做的电子课件。本书附光盘一张,其中包含两部分内容,一是在完成这两本书的习题参考答案时所用到的 MATLAB 程序,二是作者在使用《数字信号处理——理论、算法与实现》一书为研究生讲授数字信号处理课程时所做的电子课件。本书可供研究生、本科生学习数字信号处理时参考,也可供教师进行数字信号处理教学时参考。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理题解及电子课件/胡广书编著. —北京:清华大学出版社,2007.5

(清华大学电子与信息技术系列教材)

ISBN 978-7-302-14228-7

I. 数… II. 胡… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教学参考资料 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 147498 号

责任编辑:陈国新

责任校对:时翠兰

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社 总 机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印 装 者:三河市春园印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印张:11.5 字数:234 千字

附光盘 1 张

版 次:2007 年 5 月第 1 版 印 次:2007 年 5 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:20.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:024242-01

前言

Preface

本书包含两部分内容,一是拙著《数字信号处理——理论、算法与实现》(第二版)(清华大学出版社,2003年)书后的习题参考答案,二是笔者使用该书进行数字信号处理教学时所做的电子课件。由于拙著《数字信号处理导论》(清华大学出版社,2005年)一书基本上来自于《数字信号处理——理论、算法与实现》一书的上篇,因此,本书的习题答案和电子课件同样也适用于《数字信号处理导论》一书。

自从《数字信号处理——理论、算法与实现》和《数字信号处理导论》两本书出版后,笔者不断接到读者的电子邮件,希望能提供这两本书的习题参考答案,也有不少使用这两本书的老师希望我能提供我的电子课件,以供他们教学时参考。对提供并出版书后的习题答案,笔者一直有着较多的顾虑。主要是我自己对这两本书后的习题不甚满意。我在编写这两本书的习题时,考虑较多的是如何让读者能通过使用 MATLAB 培养自己亲自动手对信号进行分析和处理的能力,因此给了较多的“上机”题,而对证明题和计算题重视不够,以致这方面的题目偏少,且深度和广度也不够。其原因,一方面是上述两本书编写时的时间紧张,更主要的是限于笔者的水平。这一遗憾只能等到这两本书新版时再加以弥补了。在读者的督促和鼓励下,我还是下决心完成了这两本书的参考答案,并公开出版。

本书的习题答案序号和章节安排均与《数字信号处理——理论、算法与实现》一书的习题序号及章节一致。在相应习题序号的后面,在括弧中给出了《数字信号处理导论》书后习题的序号。对在《数字信号处理——理论、算法与实现》书中没有而出现在《数字信号处理导论》书中的习题,则在每一章习题的后面用括弧给出相应的习题序号并给出参考

答案。另外,在本书中凡提到“教材”二字,都是指《数字信号处理——理论、算法与实现》一书。

本书附光盘一张,其中包含两部分内容,一是在完成这两本书的习题参考答案时所用的 MATLAB 程序,二是我在使用《数字信号处理——理论、算法与实现》一书为研究生讲授数字信号处理课程时所做的电子课件。

许燕同志为完成本书的习题解答、绘图和编程做了大量的工作,在此表示衷心的感谢。

张辉、丁海艳、耿新玲、徐进等同志也为本书的编写做了大量工作,在此向他们表示衷心的感谢。

本书的习题参考答案和电子课件仅供参考。限于笔者水平,其中必有不妥和错误之处。殷切希望能得到使用这几本书的老师和读者的批评指正。

作 者

2006 年 9 月于清华大学

E-mail: hgs-dea@tsinghua. edu. cn

目 录

Contents

1	离散时间信号与离散时间系统习题参考解答	1
2	Z 变换及离散时间系统分析习题参考解答	23
3	离散时间信号的傅里叶变换习题参考解答	40
4	快速傅里叶变换习题参考解答	59
5	离散时间系统的相位、结构与状态变量描述习题参考解答	78
6	无限冲激响应数字滤波器设计习题参考解答	91
7	有限冲激响应数字滤波器设计习题参考解答	101
8	信号处理中常用的正交变换习题参考解答	118
9	信号处理中的若干典型算法习题参考解答	130
10	平稳随机信号习题参考解答	139
11	经典功率谱估计习题参考解答	149
12	参数模型功率谱估计习题参考解答	155
13	数字信号处理中有限字长影响的统计分析习题参考解答	169

1

离散时间信号与离散时间 系统习题参考解答

1.1(1.1)* 给定信号 $x(n] = \begin{cases} 2n+10 & -4 \leq n \leq -1 \\ 6 & 0 \leq n \leq 4 \\ 0 & n \text{ 为其他值} \end{cases}$

- (1) 画出 $x(n)$ 的图形, 并标上各点的值。
- (2) 试用 $\delta(n)$ 及其相应的延迟表示 $x(n)$ 。
- (3) 令 $y_1(n) = 2x(n-1)$, 试画出 $y_1(n)$ 的图形。
- (4) 令 $y_2(n) = 3x(n+2)$, 试画出 $y_2(n)$ 的图形。
- (5) 将 $x(n)$ 延迟 4 个抽样点再以 y 轴翻转, 得 $y_3(n)$, 试画出 $y_3(n)$ 的图形。
- (6) 先将 $x(n)$ 翻转, 再延迟 4 个抽样点得到 $y_4(n)$, 试画出 $y_4(n)$ 的图形。

解:

- (1) $x(n)$ 的图形如图 1.1.1 所示。

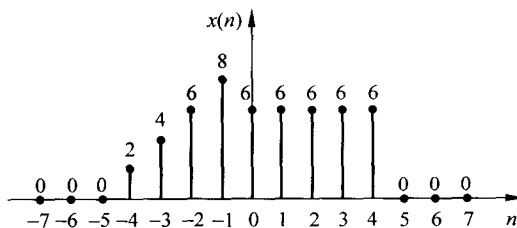


图 1.1.1

$$(2) \quad x(n) = 6\delta(n) + 6\delta(n-1) + 6\delta(n-2) + 6\delta(n-3) + 6\delta(n-4) \\ + 8\delta(n+1) + 6\delta(n+2) + 4\delta(n+3) + 2\delta(n+4)$$

* 括号中的题号为《数字信号处理导论》中的习题序号。详见前言。

(3) $y_1(n) = 2x(n-1)$ 是原序列 $x(n)$ 延迟 1 个抽样周期, 再乘以系数 2 得到的, 其图形如图 1.1.2 所示。

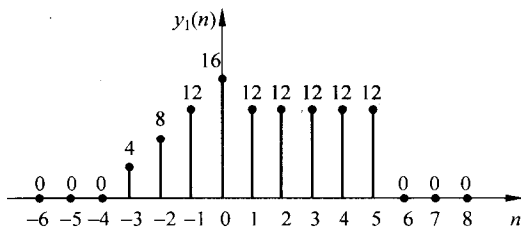


图 1.1.2

(4) $y_2(n) = 3x(n+2)$ 是原序列 $x(n)$ 提前 2 个抽样周期, 并乘以系数 3 得到的, 图形如图 1.1.3 所示。

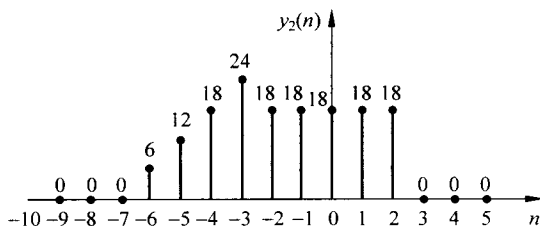


图 1.1.3

(5) 将 $x(n]$ 延迟 4 个抽样点得 $x'(n) = x(n-4)$, 再将 $x'(n)$ 以 y 轴翻转得 $y_3(n) = x'(-n) = x(-n-4)$, $y_3(n)$ 的图形如图 1.1.4 所示。

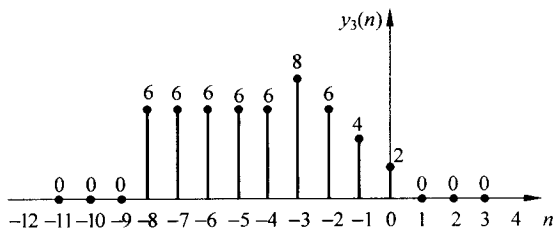


图 1.1.4

(6) $y_4(n)$ 可表达为: $y_4(n) = x(-n+4)$, 其图形如图 1.1.5 所示。

1.2(1,2) 对 1.1 给出的 $x(n)$:

(1) 画出 $x(-n)$ 的图形。

(2) 计算 $x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)]$, 并画出 $x_e(n)$ 的图形。

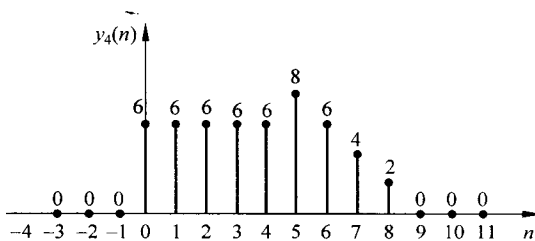


图 1.1.5

(3) 计算 $x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)]$, 并画出 $x_o(n)$ 的图形。

(4) 试用 $x_e(n)$, $x_o(n)$ 表示 $x(n)$, 并总结将一个序列分解为一个偶对称序列与一个奇对称序列的方法。

解:

(1) $x(-n)$ 的图形如图 1.2.1 所示。

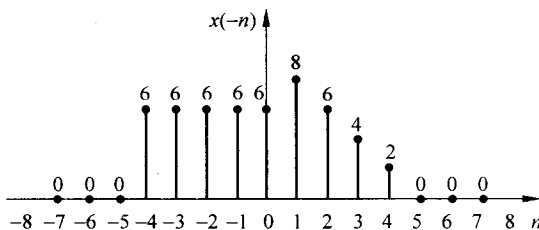


图 1.2.1

$$(2) x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)] = \begin{cases} n+8 & -4 \leq n \leq -1 \\ -n+8 & 1 \leq n \leq 4 \\ 6 & n=0 \\ 0 & n \text{ 为其他值} \end{cases}$$

其图形如图 1.2.2 所示。

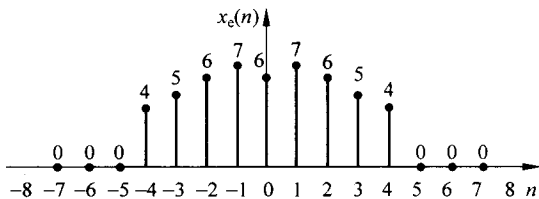


图 1.2.2

$$(3) x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)] = \begin{cases} n+2 & -4 \leq n \leq -1 \\ n-2 & 1 \leq n \leq 4 \\ 0 & n \text{ 为其他值} \end{cases}$$

其图形如图 1.2.3 所示。

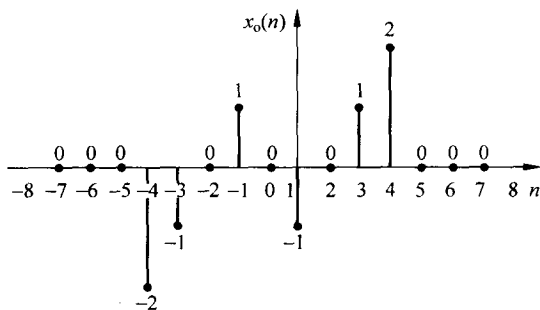


图 1.2.3

(4) 对于任何离散时间序列 $x(n)$, 可以将其分解为一个偶对称序列 $x_e(n)$ 和一个奇对称序列 $x_o(n)$ 之和, 这是离散时间信号分解的一种重要方式, 即

$$x(n) = x_e(n) + x_o(n)$$

$$\begin{cases} x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)] \\ x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)] \end{cases}$$

式中

很容易证明, $x_e(n)$ 和 $x_o(n)$ 分别满足 $x_e(n) = x_e(-n)$, $x_o(n) = -x_o(-n)$ 的对称关系。

1.3(2.1) 给定下述系统:

$$(1) y(n] = x(n) + x(n-1) + x(n-2)。$$

$$(2) y(n) = y(-n)。$$

$$(3) y(n) = x(n^2)。$$

$$(4) y(n) = x^2(n)。$$

$$(5) y(n) = x(n) \sin(n\omega)。$$

$$(6) y(n) = ax(n) + b, \text{ 其中 } a, b \text{ 为常数。}$$

试判断每一个系统是否具有线性、移不变性? 并说明理由。

解:

(1) 对系统 $y(n) = x(n) + x(n-1) + x(n-2)$, 给定输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 由所给差分方程, 有

$$\begin{aligned} y_1(n) &= T[x_1(n)] = x_1(n) + x_1(n-1) + x_1(n-2) \\ y_2(n) &= T[x_2(n)] = x_2(n) + x_2(n-1) + x_2(n-2) \end{aligned}$$

令

$$x(n) = \alpha x_1(n) + \beta x_2(n)$$

则系统对 $x(n)$ 的响应

$$\begin{aligned} y(n) &= T[x(n)] \\ &= \alpha x_1(n) + \beta x_2(n) + \alpha x_1(n-1) + \beta x_2(n-1) + \alpha x_1(n-2) + \beta x_2(n-2) \\ &= \alpha [x_1(n) + x_1(n-1) + x_1(n-2)] + \beta [x_2(n) + x_2(n-1) + x_2(n-2)] \end{aligned}$$

即

$$y(n) = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n)$$

因此系统(1)是线性的。

由于

$$y(n) = T[x(n)] = x(n) + x(n-1) + x(n-2)$$

那么系统对 $x(n-k)$ 的响应 $y_k(n)$ 是

$$y_k(n) = T[x(n-k)] = x(n-k) + x(n-k-1) + x(n-k-2)$$

而

$$y(n-k) = x(n-k) + x(n-k-1) + x(n-k-2)$$

显然

$$y(n-k) = T[x(n-k)] = y_k(n)$$

因此系统(1)具有移不变性。

(2) 对系统 $y(n) = y(-n)$, 给定输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 由所给差分方程, 有

$$y_1(n) = T[x_1(n)] = x_1(-n)$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] = x_2(-n)$$

令

$$x(n) = \alpha x_1(n) + \beta x_2(n)$$

那么系统对 $x(n)$ 的响应

$$y(n) = T[x(n)] = \alpha x_1(-n) + \beta x_2(-n) = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n)$$

上式的右边正是 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 的叠加, 故系统(2)是线性的。

由于

$$y(n) = T[x(n)] = x(-n)$$

那么系统对 $x(n-k)$ 的响应 $y_k(n)$ 是

$$y_k(n) = T[x(n-k)] = x[-(n-k)]$$

而

$$y(n-k) = x[-(n-k)]$$

显然

$$y(n-k) = T[x(n-k)] = y_k(n)$$

所以系统(2)具有移不变性。

(3) 对系统 $y(n) = x(n^2)$, 给定输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 由所给差分方程, 有

$$y_1(n) = T[x_1(n)] = x_1(n^2)$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] = x_2(n^2)$$

令

$$x(n) = \alpha x_1(n) + \beta x_2(n)$$

那么系统对 $x(n)$ 的响应

$$y(n) = T[x(n)] = \alpha x_1(n^2) + \beta x_2(n^2) = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n)$$

上式的右边正是 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 的叠加, 故系统(3)是线性的。

由于

$$y(n) = T[x(n)] = x(n^2)$$

那么系统对 $x(n-k)$ 的响应 $y_k(n)$ 是

$$y_k(n) = T[x(n-k)] = x[(n-k)^2]$$

而

$$y(n-k) = x[(n-k)^2]$$

显然

$$y(n-k) = T[x(n-k)] = y_k(n)$$

所以系统(3)具有移不变性。

(4) 对系统 $y(n) = x^2(n)$, 给定输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 由所给差分方程, 有

$$y_1(n) = T[x_1(n)] = x_1^2(n)$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] = x_2^2(n)$$

令

$$x(n) = \alpha x_1(n) + \beta x_2(n)$$

那么系统对 $x(n)$ 的响应

$$y(n) = T[x(n)] = [\alpha x_1(n) + \beta x_2(n)]^2 \neq \alpha y_1(n) + \beta y_2(n)$$

因此, 系统(4)是非线性的。

由于

$$y(n) = T[x(n)] = x^2(n)$$

那么系统对 $x(n-k)$ 的响应 $y_k(n)$ 是

$$y_k(n) = T[x(n-k)] = x^2(n-k)$$

而

$$y(n-k) = x^2(n-k)$$

显然

$$y(n-k) = T[x(n-k)] = y_k(n)$$

所以系统(4)具有移不变性。

(5) 对系统 $y(n) = x(n)\sin(n\omega)$, 给定输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 由所给差分方程, 有

$$y_1(n) = T[x_1(n)] = x_1(n)\sin(n\omega)$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] = x_2(n)\sin(n\omega)$$

令

$$x(n) = \alpha x_1(n) + \beta x_2(n)$$

那么系统对 $x(n)$ 的响应

$$\begin{aligned} y(n) &= T[x(n)] = [\alpha x_1(n) + \beta x_2(n)]\sin(n\omega) \\ &= \alpha x_1(n)\sin(n\omega) + \beta x_2(n)\sin(n\omega) \end{aligned}$$

即

$$y(n) = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n)$$

因此, 系统(5)是线性的。

由于

$$y(n) = T[x(n)] = x(n)\sin(n\omega)$$

那么系统对 $x(n-k)$ 的响应 $y_k(n)$ 是

$$y_k(n) = T[x(n-k)] = x(n-k)\sin(n\omega)$$

而

$$y(n-k) = x(n-k)\sin[(n-k)\omega]$$

显然

$$y(n-k) \neq T[x(n-k)] = y_k(n)$$

因此, 系统(5)不具有移不变性。

(6) 对系统 $y(n) = ax(n) + b$, 给定输入 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$, 由于 a, b 为常数, 由所给差分方程, 有

$$y_1(n) = T[x_1(n)] = ax_1(n) + b$$

$$y_2(n) = T[x_2(n)] = ax_2(n) + b$$

令

$$x(n) = \alpha x_1(n) + \beta x_2(n)$$

那么系统对 $x(n)$ 的响应

$$\begin{aligned} y(n) &= T[x(n)] = a[\alpha x_1(n) + \beta x_2(n)] + b \\ &\neq \alpha y_1(n) + \beta y_2(n) \end{aligned}$$

因此, 系统(6)是非线性的。

由于

$$y(n) = T[x(n)] = ax(n) + b$$

那么系统对 $x(n-k)$ 的响应 $y_k(n)$ 是

$$y_k(n) = T[x(n-k)] = ax(n-k) + b$$

而

$$y(n-k) = ax(n-k) + b$$

显然

$$y(n-k) = T[x(n-k)] = y_k(n)$$

因此,系统(6)具有移不变性。

1.4(2.2) 给定下述系统:

$$(1) y(n) = \frac{1}{N+1} \sum_{k=0}^N x(n-k), \text{其中 } N \text{ 为大于零的整数。}$$

$$(2) y(n) = ax(n) + b。$$

$$(3) y(n) = x(n) + cx(n+1), \text{其中 } c \text{ 为常数。}$$

$$(4) y(n) = x(n^2)。$$

$$(5) y(n) = x(kn), \text{其中 } k \text{ 为大于零的整数。}$$

$$(6) y(n) = x(-n)。$$

试判定哪一个是因果系统? 哪一个是非因果系统? 并说明理由。

解:

$$(1) y(n) = \frac{1}{N+1} \sum_{k=0}^N x(n-k), \text{其中 } N \text{ 为大于零的整数。}$$

因为该系统在任意时刻的输出只决定于现在时刻和过去的输入 $x(n), x(n-1), \dots, x(n-N)$, 而和将来的输入无关, 所以, 该系统是因果系统。

$$(2) y(n) = ax(n) + b。$$

因为该系统在任意时刻的输出只决定于现在时刻的 $x(n)$, 而和将来的输入无关, 所以, 该系统是因果系统。

$$(3) y(n) = x(n) + cx(n+1), \text{其中 } c \text{ 为常数。}$$

因为该系统在当前时刻(n)的输出不但取决于当前时刻(n)的输入 $x(n)$, 而且还取决于将来时刻($n+1$)时的输入 $x(n+1)$, 所以该系统是非因果系统。

$$(4) y(n) = x(n^2)。$$

在 $n \geq 2$ 时, 该系统对任意时刻 n 时的输出都由将来时刻 n^2 的输入所决定, 因此该系统为非因果系统。

$$(5) y(n) = x(kn), \text{其中 } k \text{ 为大于零的整数。}$$

如同问题(4), 当 $n > 0$ 时, 系统的输出由将来时刻 kn 的输入所决定, 因此系统为非因果系统。

$$(6) y(n) = x(-n)。$$

该系统在 $n < 0$ 时的输出决定于 $n > 0$ 时的输入(即将来的输入), 因此该系统也是非

因果系统。

1.5(2.3) 如下两个系统：

$$(1) y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k x(n-k), \text{ 其中 } \alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{N-1} \text{ 为常数。}$$

$$(2) y(n) = 2\alpha \cos \omega_0 y(n-1) - \alpha^2 y(n-2) + x(n) - \alpha \cos \omega_0 x(n-1), \text{ 其中 } \alpha, \omega_0 \text{ 为常数。}$$

试求其单位抽样响应 $h(n)$ ，并判断系统是否稳定？稳定的条件是什么？

解：

(1) 单位抽样响应是系统在输入为单位抽样序列 $\delta(n)$ 时的输出。对于该系统，其单位抽样响应

$$h(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k \delta(n-k)$$

它是一个起始于 $n=0$ ，长度为 N 的有限长序列，即是一个 FIR 系统。又由于 $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{N-1}$ 都为有限的常数，所以该系统总是稳定的。

(2) 可用两种方法求得该系统的单位抽样响应。

方法一：令 $x(n) = \delta(n)$ ，则系统的输出 $y(n) = h(n)$ ，即

$$h(n) = 2\alpha \cos \omega_0 h(n-1) - \alpha^2 h(n-2) + \delta(n) - \alpha \cos \omega_0 \delta(n-1)$$

$$n=0 \quad h(0) = 1$$

$$n=1 \quad h(1) = 2\alpha \cos \omega_0 - \alpha \cos \omega_0 = \alpha \cos \omega_0$$

$$n=2 \quad h(2) = 2\alpha \cos \omega_0 [\alpha \cos \omega_0] - \alpha^2 = \alpha^2 \cos 2\omega_0$$

$$n=3 \quad h(3) = 2\alpha \cos \omega_0 [\alpha^2 \cos 2\omega_0] - \alpha^2 [\alpha \cos \omega_0] = \alpha^3 \cos 3\omega_0$$

依此类推，有

$$h(n) = \alpha^n \cos n\omega_0 u(n)$$

方法二：我们可以利用教材第 2 章关于 Z 变换的方法求出系统的单位抽样响应。对系统的差分方程进行 Z 变换，得

$$(1 - 2\alpha z^{-1} \cos \omega_0 + \alpha^2 z^{-2})Y(z) = (1 - \alpha z^{-1} \cos \omega_0)X(z)$$

进而得到该系统转移函数

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - \alpha z^{-1} \cos \omega_0}{1 - 2\alpha z^{-1} \cos \omega_0 + \alpha^2 z^{-2}}$$

单位抽样响应 $h(n)$ 是转移函数 $H(z)$ 的逆 Z 变换，由教材的表 2.3.1 (注：对《数字信号处理导论》是表 2.5.1)，得

$$h(n) = Z^{-1}[H(z)] = \alpha^n \cos n\omega_0 u(n)$$

当然，两种方法给出的结果是一样的。

为了考察该系统是否稳定，我们给定一个有界的输入 $x(n)$ ，即 $|x(n)| \leq M, n = -\infty, \dots, +\infty, M$ 为有限值。这时，系统的输出

$$\begin{aligned}
 |y(n)| &= |h(n) * x(n)| = \left| \sum_{k=0}^{+\infty} \alpha^k \cos \omega_0 k x(n-k) \right| \\
 &\leq \sum_{k=0}^{+\infty} |\alpha^k \cos \omega_0 k| |x(n-k)| \leq M \sum_{k=0}^{+\infty} |\alpha^k \cos \omega_0 k| \\
 &\leq M \sum_{k=0}^{+\infty} |\alpha^k| \leq M \sum_{k=0}^{+\infty} |\alpha|^k
 \end{aligned}$$

当 $|\alpha| < 1$ 时, 系统的输出

$$|y(n)| = |h(n) * x(n)| = \frac{M}{1-|\alpha|}$$

也是有界的, 所以系统是稳定的。反之, 如果 $|\alpha| \geq 1$, 则系统不稳定。上面所用的判别方法即是稳定性的定义, 即有界的输入产生有界的输出(BIBO)。

1.6(2.5) 令 $h(n) = \{h(0), h(1), h(2)\} = \{3, 2, 1\}$, 求

(1) $y_1(n) = h(n) * h(n)$

(2) $y_2(n) = h(n) * h(n) * h(n)$

解:

求解该题有两种方法, 一是直接由卷积的定义求, 二是由 MATLAB 中的 m 文件 conv 来求, 现分别给出相应的结果。

方法一: 对问题(1), 由 $y_1(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(n-m)h(m)$, 可求出

$$y_1(0) = h(0)h(0) = 9$$

$$y_1(1) = h(0)h(1) + h(1)h(0) = 12$$

$$y_1(2) = h(0)h(2) + h(1)h(1) + h(2)h(0) = 10$$

$$y_1(3) = h(1)h(2) + h(2)h(1) = 4$$

$$y_1(4) = h(2)h(2) = 1$$

对问题(2), 实际上 $y_2(n) = y_1(n) * h(n)$, 按照卷积的定义可求出

$$y_2(n) = \{27, 54, 63, 44, 21, 6, 1\}$$

具体的求解步骤请读者自己给出。

方法二: 实现问题(1)的 MATLAB 程序是 ex_01_06_1.m, 运行该程序的结果为

$$9 \quad 12 \quad 10 \quad 4 \quad 1$$

实现问题(2)的 MATLAB 程序请读者自己给出。

1.7 $h(n)$ 仍由 1.6 题给出, 令 $x(n) = \{x(0), x(1), x(2), x(3)\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 。

(1) 求 $h(n)$ 的自相关函数 $r_h(m)$ 。

(2) 求 $h(n)$ 和 $x(n)$ 的互相关函数 $r_{hx}(m)$, 并画出 $r_h(m)$, $r_{hx}(m)$ 的图形。

解:

如同问题 1.6, 求解该题也有两种方法, 一是用相关函数的定义直接求解, 二是用

MATLAB 中的有关 m 文件求解。

对问题(1),由自相关函数的定义 $r_h(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)h(n+m)$,求得

$$r_h(-2) = h(2)h(0) = 3$$

$$r_h(-1) = h(1)h(0) + h(2)h(1) = 6 + 2 = 8$$

$$r_h(0) = h(0)h(0) + h(1)h(1) + h(2)h(2) = 9 + 4 + 1 = 14$$

$$r_h(1) = h(0)h(1) + h(1)h(2) = 8$$

$$r_h(2) = h(0)h(2) = 3$$

相应的 MATLAB 程序是 ex_01_07_1.m,运行结果为

1.0000 2.6667 4.6667 2.6667 1.0000

注意,上述程序给出的结果和上面计算的结果差倍数 3,这是因为 m 文件 xcorr 对每一个求出的结果都除以 N 造成的。

对问题(2),由 $r_{hx}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)x(n+m)$,求出

$$r_{hx}(-3) = 0$$

$$r_{hx}(-2) = h(2)x(0) = 1$$

$$r_{hx}(-1) = h(2)x(1) + h(1)x(0) = 4$$

$$r_{hx}(0) = h(2)x(2) + h(1)x(1) + h(0)x(0) = 10$$

$$r_{hx}(1) = h(2)x(3) + h(1)x(2) + h(0)x(1) = 16$$

$$r_{hx}(2) = h(2)x(4) + h(1)x(3) + h(0)x(2) = 17$$

$$r_{hx}(3) = h(1)x(4) + h(0)x(3) = 12$$

在求自相关函数的过程中,一般要求两个序列的长度是一样长。但在该题中,两个序列的长度不一样。解决的办法是在短序列的后面补零,使得二者一样长。

相应的 MATLAB 程序也是 ex_01_07_1.m。 $r_h(m)$ 和 $r_{hx}(m)$ 的图形分别如图 1.7.1(a)和图 1.7.1(b)所示。

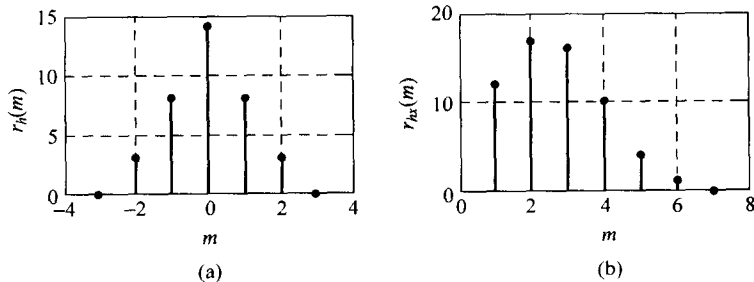


图 1.7.1

(a) $r_h(m)$; (b) $r_{hx}(m)$