



普通高等教育“十五”国家级规划教材

结构力学

(第4版)

下册

李廉锟 主编



高等教育出版社

普通高等教育“十五”国家级规划教材

结 构 力 学

(第4版)

下 册

李廉锟 主编



高等教育出版社

内容提要

本书(第4版)为普通高等教育“十五”国家级规划教材,是在第三版的基础上根据近年来教学改革的需要和有关国家标准修订而成的。本书内容符合教育部审定的“结构力学课程教学基本要求”,取材适宜,叙述精练,由浅入深,联系实际。

全书共15章,分上下两册。上册包括绪论、平面体系的机动分析、静定梁与静定刚架、静定拱、静定平面桁架、结构位移计算、力法、位移法、渐近法、矩阵位移法、影响线及其应用共11章及附录I平面刚架静力分析程序等;下册包括结构的极限荷载、结构弹性稳定、结构动力学、悬索共4章。全书各章附有复习思考题和习题及答案,上、下册各附有自测题两套,以供测试参考。

本书可作为土木工程类、水利工程类各专业及工程力学等专业的教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学. 下册/李廉锟主编. —4版. —北京: 高等教育出版社, 2004.7
ISBN 7-04-014479-4

I. 结... II. 李... III. 结构力学-高等学校-教材 IV. O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 029700 号

策划编辑 黄毅 责任编辑 余美茵 封面设计 李卫青 责任绘图 黄建英
版式设计 张岚 责任校对 俞声佳 责任印制 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100011	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷	北京市白帆印务有限公司		
开 本	787×960 1/16	版 次	1979年5月第1版 2004年7月第4版
印 张	11.25	印 次	2004年7月第1次印刷
字 数	200 000	定 价	13.50元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

主要符号表

A	面积, 振幅
$\mathbf{A}$	振幅向量
c	支座广义位移
C	弯矩传递系数
D	侧移刚度
E	弹性模量
F	集中荷载
$\mathbf{F}$	结点荷载向量, 综合结点荷载向量
E_p	结构总势能
$\mathbf{F}_D$	直接结点荷载向量
$\mathbf{F}_E$	间接结点荷载向量
F_{Ax}, F_{Ay}	A 支座沿 x, y 方向的反力
F_{AH}, F_{AV}	A 支座沿水平, 竖直方向的反力
F_{cr}	临界荷载
F_E	欧拉临界荷载
F_e	弹性力
F_H	拱的水平推力, 悬索张力水平分量
F_I	惯性力
F_N	轴力
F_R	阻尼力, 支座反力, 力系合力
F_S	剪力
F_T	悬索张力
F_u	极限荷载
F_V	悬索张力竖直分量
$\bar{\mathbf{F}}^e$	局部坐标系下的单元杆端力向量
$\mathbf{F}^e$	整体坐标系下的单元杆端力向量
$\bar{\mathbf{F}}^{Fe}$	局部坐标系下的单元固端力向量
$\mathbf{F}^{Fe}$	整体坐标系下的单元固端力向量
G	切变模量

i	线刚度
I	截面二次矩(惯性矩),冲量
$\mathbf{I}$	单位矩阵
k	刚度系数
$\bar{k}^e$	局部坐标系下的单元刚度矩阵
k^e	整体坐标系下的单元刚度矩阵
$\mathbf{K}$	结构刚度矩阵
m	质量
M	力矩,力偶矩,弯矩
$\mathbf{M}$	质量矩阵
M^F	固端弯矩
M_u	极限弯矩
p	均布荷载集度
q	均布荷载集度
r	单位位移引起的广义反力
R	广义反力
S	劲度系数(转动刚度),截面静矩,影响线量值
t	时间
T	周期,动能
$\mathbf{T}$	坐标转换矩阵
u	水平位移
v	竖向位移
V	外力势能
V_e	应变能
W	平面体系自由度,功,弯曲截面系数
X	广义未知力
Z	广义未知位移
α	线(膨)胀系数
Δ	广义位移
$\mathbf{\Delta}$	结点位移向量
γ	剪力分配系数
δ	单位力引起的广义位移
ζ	阻尼比
θ	干扰力频率
μ	力矩分配系数

σ_b	强度极限
σ_s	屈服应力
σ_u	极限应力
φ	角位移, 初相角
Φ	振型矩阵
ω	角频率

目 录

主要符号表	I
第十二章 结构的极限荷载	1
§ 12-1 概述	1
§ 12-2 极限弯矩和塑性铰·破坏机构·静定梁的计算	2
§ 12-3 单跨超静定梁的极限荷载	5
§ 12-4 比例加载时有关极限荷载的几个定理	8
§ 12-5 计算极限荷载的穷举法和试算法	9
§ 12-6 连续梁的极限荷载	11
§ 12-7 刚架的极限荷载	13
* § 12-8 矩阵位移法求刚架极限荷载的概念	15
复习思考题	16
习题	16
答案	18
第十三章 结构弹性稳定	19
§ 13-1 概述	19
§ 13-2 用静力法确定临界荷载	21
§ 13-3 具有弹性支座压杆的稳定	26
§ 13-4 用能量法确定临界荷载	30
§ 13-5 变截面压杆的稳定	39
§ 13-6 剪力对临界荷载的影响	43
§ 13-7 组合压杆的稳定	45
* § 13-8 弹性介质上压杆的稳定	49
* § 13-9 圆环及拱的稳定	52
§ 13-10 窄条梁的稳定	58
* § 13-11 用矩阵位移法计算刚架的稳定	61
复习思考题	68
习题	68

答案	72
第十四章 结构动力学	73
§ 14-1 概述	73
§ 14-2 结构振动的自由度	74
§ 14-3 单自由度结构的自由振动	76
§ 14-4 单自由度结构在简谐荷载作用下的强迫振动	83
§ 14-5 单自由度结构在任意荷载作用下的强迫振动	90
§ 14-6 多自由度结构的自由振动	93
§ 14-7 多自由度结构在简谐荷载作用下的强迫振动	106
§ 14-8 振型分解法	111
* § 14-9 无限自由度结构的振动	117
§ 14-10 计算频率的近似法	123
复习思考题	129
习题	130
答案	134
第十五章 悬索计算	136
§ 15-1 概述	136
§ 15-2 集中荷载作用下的单根悬索计算	137
§ 15-3 分布荷载作用下的单根悬索计算	139
§ 15-4 悬索的变形协调方程及初态终态问题求解	146
§ 15-5 悬索体系的计算	150
复习思考题	156
习题	156
答案	157
附录 I 下册自测题	158
附录 II 索引	163
主要参考文献	167
主编简介	168

第十二章 结构的极限荷载

§ 12-1 概 述

约自 19 世纪中叶开始,人们便在结构设计中采用容许应力法计算结构的强度,这种方法是把结构当作理想弹性体来分析,故又称为弹性分析方法。这种方法认为,结构的最大应力达到材料的极限应力 σ_u 时结构将会破坏,故其强度条件为

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_u}{k}$$

式中 $\sigma_{\max}$ 为结构的实际最大应力; $[\sigma]$ 为材料的容许应力; σ_u 为材料的极限应力,对于脆性材料为其强度极限 σ_b ,对于塑性材料则为其屈服极限 σ_s ; k 是安全系数。

容许应力法至今在工程中仍广泛应用。然而,由塑性材料制成的结构,尤其是超静定结构,当某一局部应力达到屈服极限时,结构并不破坏,还能承受更大的荷载而进入塑性阶段继续工作。可见,按容许应力法以个别截面的局部应力来衡量整个结构的承载能力是不够经济合理的,而且用以确定容许应力的安全系数 k 也不能反映整个结构的强度储备。因此,从 20 世纪三四十年代以来,又建立和发展了按极限荷载计算结构强度的方法。这种方法不是以结构在弹性阶段的最大应力达到极限应力作为结构破坏的标志,而是以结构进入塑性阶段并最后丧失承载能力时的极限状态作为结构破坏的标志,故又称为塑性分析方法。结构在极限状态时所能承受的荷载称为极限荷载,而强度条件表示为

$$F \leq \frac{F_u}{K}$$

式中 F 为结构实际承受的荷载, F_u 为极限荷载, K 为安全系数。

显然,按极限荷载的方法设计结构将更为经济合理,而且安全系数 K 是从整个结构所能承受的荷载来考虑的,故能较正确地反映结构的强度储备。但须指出,按极限荷载计算结构的方法也有其局限性,这就是它只反映了结构的最后状态,而不能反映结构由弹性阶段到塑性阶段再到极限状态的过程,而且在给定安全系数 K 后,结构在实际荷载作用下处于什么工作状态也无法确定。事实

上,结构在设计荷载作用下,大多数仍处于弹性阶段,因此弹性分析对于研究结构的实际工作状态及其性能仍是很重要的。所以,在结构设计中,塑性计算与弹性计算是互相补充的。

在结构的塑性分析中,为了使所建立的理论比较简便实用,有必要对材料的力学性能即应力与应变的关系作某些合理的简化。通常采用图 12-1 所示的应力-应变图形,即认为应力达到屈服极限 σ_s 以前,材料是理想弹性的,应力与应变成正比;而应力达到 σ_s 后,材料转为理想塑性的,即应力保持不变,应变可以任意增长,如 AB 所示。同时,认为材料受拉和

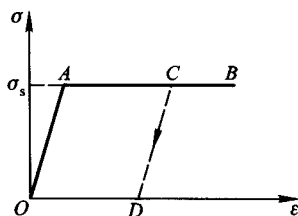


图 12-1

受压时的性能相同。当材料到达塑性阶段的某点 C 时,如果卸载,则应力应变将沿着与 OA 平行的直线 CD 下降。应力减至零时,有残余应变 OD。也就是说,加载时,应力增加,材料是弹塑性的;卸载时,应力减小,材料是弹性的。

符合上述应力与应变关系的材料,称为理想弹塑性材料。一般的建筑用钢具有相当长的屈服阶段,在实际的钢结构中,加载后其应变通常不至于超过这一阶段,故采用上述简化图形是适宜的。钢筋混凝土受弯构件,在混凝土受拉区出现裂缝后,拉力完全由钢筋承受,故也可以采用上述简化图形。

需要指出,在结构的塑性分析中,叠加原理不再适用,因此对于各种荷载组合都必须单独进行计算。在本章中我们将研究塑性分析方法,并只考虑荷载一次加于结构,且各荷载按同一比例增加,即所谓比例加载的情况。

§ 12-2 极限弯矩和塑性铰·破坏

机构·静定梁的计算

首先研究梁在弹性和塑性阶段的工作情况,并由此说明几个基本概念。

设梁的横截面有一对称轴(图 12-2a),并承受位于对称平面内的竖向荷载作用。当荷载增加时,梁将逐渐由弹性阶段过渡到塑性阶段。实验表明,无论在每一阶段,都可以认为梁的横截面仍保持为平面。

当荷载较小时,梁完全处于弹性阶段,截面上的正应力都小于屈服极限 σ_s ,并沿截面高度成直线分布(图 12-2b)。当荷载增加到一定值时,若暂不考虑切应力影响,则最外边缘处正应力将首先达到屈服极限 σ_s (图 12-2c),相应于此时的弯矩称为屈服弯矩,以 M_s 表示,按照弹性阶段的应力计算公式可知

$$M_s = \sigma_s W$$

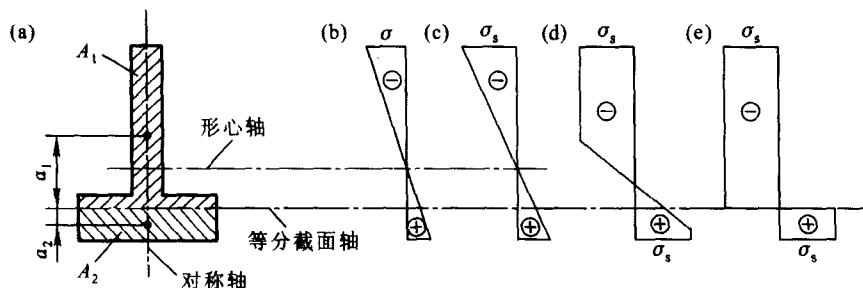


图 12-2

式中 W 为弯曲截面系数。

当荷载再增加时,该截面上由外向内将有更多的部分相继进入塑性流动阶段,它们的应力都保持 σ_s 的数值,但其余纤维仍处于弹性阶段(图 12-2d)。随着荷载的继续增加,塑性区域将由外向里逐渐扩展,最后扩展到全部截面,整个截面的应力都达到了屈服极限 σ_s ,正应力分布图形成为两个矩形(图 12-2e)。这时的弯矩达到了该截面所能承受的最大数值,称为该截面的极限弯矩,以 M_u 表示。此时,该截面的弯矩不能再增大,但弯曲变形则可任意增长,这就相当于在该截面处出现了一个铰,我们称此为塑性铰。塑性铰与普通铰有所区别:第一,普通铰不能承受弯矩,而塑性铰则承受着极限弯矩 M_u ;第二,普通铰可以向两个方向自由转动,即为双向铰,而塑性铰是单向铰,只能沿着弯矩的方向转动,当弯矩减小时,材料则恢复弹性,塑性铰即告消失。

截面的极限弯矩值可根据图 12-2e 所示的正应力分布图形确定。设受压和受拉部分截面面积分别为 A_1 和 A_2 ,由于梁受竖向荷载作用时轴力为零,故有

$$\sigma_s A_1 - \sigma_s A_2 = 0$$

因而

$$A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$$

式中 A 为梁截面面积。这表明,此时截面上的受压和受拉部分的面积相等,亦即中性轴为等分截面轴。而截面上两个方向相反、大小相等均为 $\sigma_s \frac{A}{2}$ 的力则组成为一力偶,也就是该截面的极限弯矩 M_u ,即

$$M_u = \sigma_s A_1 a_1 + \sigma_s A_2 a_2 = \sigma_s (S_1 + S_2)$$

式中 a_1 和 a_2 分别为面积 A_1 和 A_2 的形心到等分截面轴的距离, S_1 和 S_2 即为 A_1 和 A_2 对该轴的静矩。若令

$$W_s = S_1 + S_2 \quad (12-1)$$

称为塑性截面系数，即受压和受拉部分面积对等分截面轴的静矩之和，则极限弯矩可表为

$$M_u = \sigma_s W_s \quad (12-2)$$

当截面为 bh 的矩形时，有

$$W_s = S_1 + S_2 = 2 \frac{bh}{2} \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{4}$$

故

$$M_u = \frac{bh^2}{4} \sigma_s$$

而相应的弹性截面系数和屈服弯矩分别为

$$W = \frac{bh^2}{6}, \quad M_s = \frac{bh^2}{6} \sigma_s$$

可见，这两种弯矩的比值为

$$\frac{M_u}{M_s} = 1.5$$

这表明，对于矩形截面梁来说，按塑性计算比按弹性计算可使截面的承载能力提高 50%。

一般说来，比值

$$\alpha = \frac{M_u}{M_s} = \frac{W_s}{W} \quad (12-3)$$

与截面形状有关，称为截面形状系数。对于几种常用截面， α 值如下：

矩形 $\alpha = 1.5$

圆形 $\alpha = 1.70$

薄壁圆环形 $\alpha \approx 1.27 \sim 1.4$ (一般可取 1.3)

工字形 $\alpha \approx 1.1 \sim 1.2$ (一般可取 1.15)

以上推导梁的极限弯矩时，我们忽略了剪力的影响。由于剪力的存在，截面的极限弯矩值将会降低，但这种影响一般很小，可以忽略。

当结构出现若干塑性铰而成为几何可变或瞬变体系时，称为破坏机构，此时结构已丧失了承载能力，即达到了极限状态。

对于静定梁，出现一个塑性铰即成为破坏机构。对于等截面梁，塑性铰必定首先出现在弯矩绝对值最大的截面即 $|M|_{\max}$ 处。根据塑性铰处的弯矩值等于极限弯矩 M_u 和平衡条件，将很容易求得静定梁的极限荷载 F_u 。

例如如图 12-3a 所示等截面简支梁，跨中截面弯矩最大，该处出现塑性铰时，梁将成为破坏机构(图 12-3b，用黑小圆表示塑性铰)，同时该截面弯矩达到极限弯矩 M_u 。根据平衡条件作出弯矩图(图 12-3c)，由

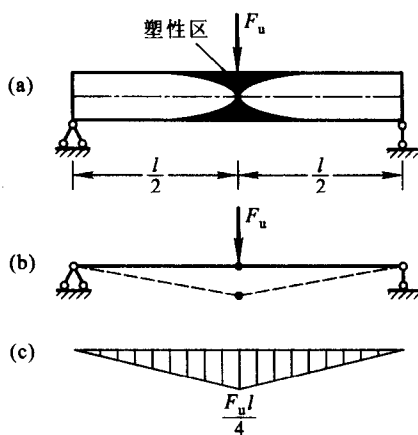


图 12-3

$$\frac{F_u l}{4} = M_u$$

便可求得极限荷载为

$$F_u = \frac{4M_u}{l}$$

对于变截面梁,塑性铰则首先出现在所受弯矩 M 与极限弯矩 M_u 之比绝对值最大的截面,即 $\left| \frac{M}{M_u} \right|_{\max}$ 处,或者 $\left| \frac{M_u}{M} \right|_{\min}$ 处。

§ 12-3 单跨超静定梁的极限荷载

超静定梁由于具有多余联系,当出现一个塑性铰时,梁仍是几何不变的,并不会破坏,还能承受更大的荷载。只有当相继出现更多的塑性铰而使梁变成几何可变或瞬变体系,亦即成为破坏机构时,才会丧失承载能力。

例如如图 12-4a 所示一端固定一端铰支的等截面梁,在跨中承受集中荷载作用。梁在弹性阶段的弯矩图可按解算超静定的方法求得,如图 12-4b 所示,截面 A 的弯矩最大。当荷载增大到一定值时, A 端弯矩首先达到极限值 M_u , 并出现塑性铰。此时,梁成为在 A 端作用有已知弯矩 M_u , 并在跨中承受荷载 F 的简支梁,因而问题已转化为静定的,其弯矩图根据平衡条件即可求出(图 12-4c)。但此时梁并未破坏,它仍是几何不变的,承载能力尚未达到极限值。若荷载继续增大, A 端弯矩将保持不变,最后跨中截面 C 的弯矩也达到极限值 M_u , 从而在该截面也形成塑性铰。这样,梁就成为几何可变的机构(图 12-4e),也就是达

到了极限状态。此时的弯矩图按平衡条件可作出如图 12-4d 所示。由图可得

$$\frac{F_u l}{4} - \frac{M_u}{2} = M_u$$

故得

$$F_u = \frac{6M_u}{l} \quad (12-4)$$

由以上讨论可以看出,极限荷载的计算实际上无需考虑弹塑性变形的发展过程,只要确定了结构最后的破坏机构的形式,便可由平衡条件求出极限荷载,此时问题已成为静定的。对于超静定梁,只需使破坏机构中各塑性铰处的弯矩都等于极限弯矩,并据此按静力平衡条件作出弯矩图,即可确定极限荷载。这种利用静力平衡条件确定极限荷载的方法称为静力法。

此外,计算极限荷载的问题既然是平衡问题,因此也可以利用虚功原理来求得极限荷载,这就是机动法。例如在图 12-4e 中,设机构沿荷载正方向产生任意微小的虚位移,由第六章式 (6-1) ($W = W_v$ 即外力虚功等于变形虚功),可得

$$F_u \frac{l}{2} \theta = M_u \theta + M_u \times 2\theta$$

这里略去了微小的弹性变形,故在等式右边内力所作的变形虚功中只有各塑性铰处的极限弯矩在其相对转角上所作的功。由上式同样可得

$$F_u = \frac{6M_u}{l}$$

下面再举两个例子说明单跨超静定梁极限荷载的计算。

例 12-1 试求图 12-5a 所示两端固定的等截面梁的极限荷载。

解: 此梁须出现三个塑性铰才能成为瞬变体系而进入极限状态。由于最大负弯矩发生在两固端截面 A、B 处,而最大正弯矩发生在截面 C 处,故塑性铰必定出现在此三个截面。用静力法求解时,作出极限状态的弯矩图如图 12-5b 所示,由平衡条件有

$$\frac{F_u ab}{l} = M_u + M_u$$

可得

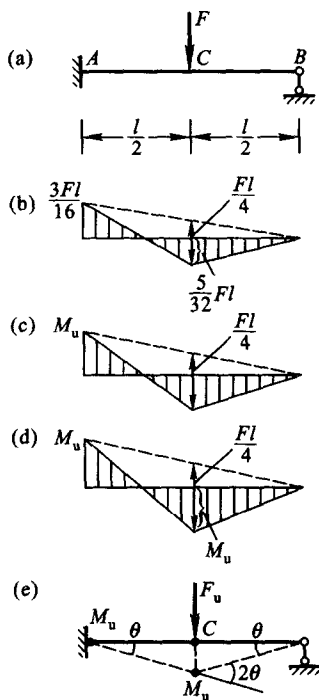


图 12-4

$$F_u = \frac{2l}{ab} M_u$$

若用机动法求解,作出机构的虚位移图(图 12-5c),有

$$F_u a \theta = M_u \theta + M_u \frac{l}{b} \theta + M_u \frac{a}{b} \theta$$

可得

$$F_u = \frac{2l}{ab} M_u$$

结果与静力法相同。

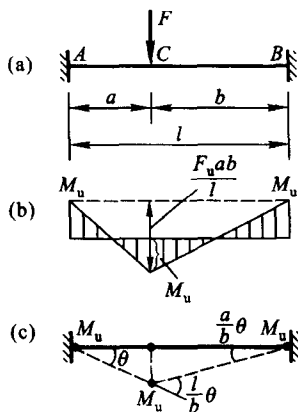


图 12-5

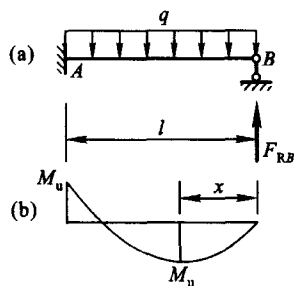


图 12-6

例 12-2 试求一端固定另一端铰支的等截面梁在均布荷载作用时(图 12-6a)的极限荷载 q_u 。

解: 此梁出现两个塑性铰即到达极限状态。一个塑性铰在最大负弯矩所在截面,即固定端 A 处;另一塑性铰在最大正弯矩即剪力为零处,此截面位置有待确定,设其至铰支端距离为 x (图 12-6b)。现用静力法求解,由 $\Sigma M_A = 0$ 有

$$F_{RB} = \frac{q_u l}{2} - \frac{M_u}{l}$$

再由

$$F_{S_x} = 0, -F_{RB} + q_u x = -\left(\frac{q_u l}{2} - \frac{M_u}{l}\right) + q_u x = 0$$

有

$$q_u = \frac{M_u}{l \left(\frac{l}{2} - x \right)} \quad (a)$$

而最大正弯矩之值亦等于 M_u , 故有

$$\frac{q_u(2x)^2}{8} = M_u$$

将式(a)代入, 化简后有

$$x^2 + 2lx - l^2 = 0$$

解得

$$x = (\sqrt{2} - 1)l = 0.414 \, 2l \quad (\text{另一根为 } -(1 + \sqrt{2})l, \text{舍去})$$

代入式(a)求得

$$q_u = (6 + 4\sqrt{2}) \frac{M_u}{l^2} = \frac{11.66 M_u}{l^2}$$

§ 12-4 比例加载时有关极限荷载的几个定理

在前述确定极限荷载的算例中, 结构和荷载都较简单, 其破坏机构的形式较容易确定。当结构和荷载较复杂时, 真正的破坏机构形式则较难确定, 其极限荷载的计算可借助于本节所述比例加载时的几个定理。

比例加载是指作用于结构上的各个荷载增加时, 始终保持它们之间原有的固定比例关系, 且不出现卸载现象。此时, 所有荷载都包含一个公共参数 F , 称为荷载参数, 因此确定极限荷载实际上就是确定极限状态时的荷载参数 F_u 。

由前述分析可知, 结构处于极限状态时, 应同时满足下述三个条件:

(1) 机构条件。在极限状态中, 结构必须出现足够数目的塑性铰而成为机构(几何可变或瞬变体系), 可沿荷载作正功的方向发生单向运动。

(2) 内力局限条件。在极限状态中, 任一截面的弯矩绝对值都不超过其极限弯矩, 即 $|M| \leq M_u$ 。

(3) 平衡条件。在极限状态中, 结构的整体或任一局部仍须维持平衡。

为了便于讨论, 我们把满足机构条件和平衡条件的荷载(不一定满足内力局限条件)称为可破坏荷载, 用 F^+ 表示; 而把满足内力局限条件和平衡条件的荷载(不一定满足机构条件)称为可接受荷载, 用 F^- 表示。由于极限状态同时须满足上述三个条件, 故可知极限荷载既是可破坏荷载, 又是可接受荷载。

比例加载时有关极限荷载的几个定理如下:

1. 极小定理

极限荷载是所有可破坏荷载中的最小者。

2. 极大定理

极限荷载是所有可接受荷载中的最大者。

3. 惟一性定理

极限荷载值只有一个确定值。因此,若某荷载既是可破坏荷载,又是可接受荷载,则可断定该荷载即为极限荷载。

下面给出定理的证明。首先来证明可破坏荷载 F^+ 恒不小于可接受荷载 F^- , 即 $F^+ \geq F^-$ 。

取任一破坏机构,给以单向虚位移,由虚功方程有

$$F^+ \delta = \sum_{i=1}^n |M_{ui}| \cdot |\theta_i|$$

式中 n 为塑性铰的数目,因塑性铰是单向铰,极限弯矩 M_{ui} 与相对转角 θ_i 恒同向,总是作正功,故可取二者绝对值相乘。又取任一可接受荷载 F^- , 相应的弯矩用 M^- 表示,令结构产生与上述机构相同的虚位移,则有

$$F^- \delta = \sum_{i=1}^n M_i^- \theta_i$$

由内力局限条件可知

$$M_i^- \leq |M_{ui}|$$

故有

$$\sum_{i=1}^n M_i^- \theta_i \leq \sum_{i=1}^n |M_{ui}| \cdot |\theta_i|$$

从而

$$F^+ \geq F^-$$

得证。

再来证明上述三个定理:

(1) 极小定理。因 F_u 属于 F^- , 故 $F_u \leq F^+$ 。得证。

(2) 极大定理。因 F_u 属于 F^+ , 故 $F_u \geq F^-$ 。得证。

(3) 惟一性定理。设有两个极限荷载 F_{u1} 和 F_{u2} , 因 F_{u1} 为 F^+ 、 F_{u2} 为 F^- , 故有 $F_{u1} \geq F_{u2}$; 又因 F_{u1} 亦为 F^- 、 F_{u2} 亦为 F^+ , 故又有 $F_{u1} \leq F_{u2}$ 。因此, 只有 $F_{u1} = F_{u2}$ 。得证。

§ 12-5 计算极限荷载的穷举法和试算法

当结构或荷载情况较复杂,难于确定极限状态的破坏机构形式时,根据上节的定理,可采用下述方法之一来求得极限荷载:

(1) 穷举法,也称机构法或机动法。列举所有可能的各种破坏机构,由平衡条件或虚功原理求出相应的荷载,取其中最小者即为极限荷载。

(2) 试算法。任选一种破坏机构,由平衡条件或虚功原理求出相应的荷载,并作出其弯矩图,若满足内力局限条件,则该荷载即为极限荷载;若不满足,则另