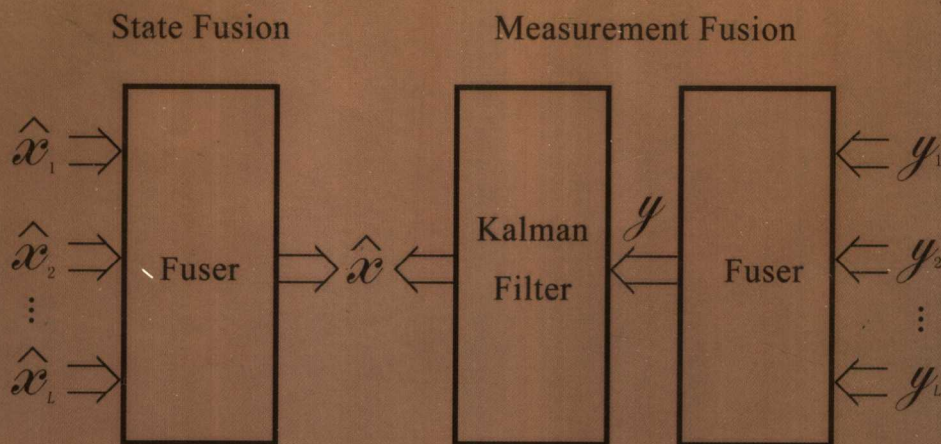


Information Fusion Filtering  
Theory With Applications

# 信息融合滤波 理论及其应用

邓自立 著



哈尔滨工业大学出版社

国家自然科学基金(60374026)资助

# 信息融合滤波理论及其应用

邓自立 著

Information Fusion Filtering Theory With Applications

DENG ZILI

哈尔滨工业大学出版社

## 内 容 简 介

本书用邓自立教授独创的现代时间序列分析方法和经典 Kalman 滤波方法提出了信息融合滤波新理论、新方法和新算法,并给出在目标跟踪系统中的仿真应用。

全书共分八章,包括模型参数和噪声方差估计、经典 Kalman 滤波、现代时间序列分析方法及其应用、自校正滤波理论及其应用、基于经典 Kalman 滤波的分布式信息融合滤波理论、基于经典 Kalman 滤波的全局最优观测融合滤波理论及其应用、基于现代时间序列分析方法的信息融合滤波理论、自校正信息融合滤波理论。内容新颖,理论严谨,并含有大量仿真例子。

本书可作为高等学校控制科学与技术、电子科学与技术、通信与信息系统等专业的研究生和高年级本科生教材,且对信号处理、控制、通信、航天、导航、制导、目标跟踪、石油地震勘探、故障诊断、卫星测控、GPS 定位、检测与估计、多传感器信息融合、机器人等领域的研究人员和工程技术人员也有重要参考价值。

### 图书在版编目(CIP)数据

信息融合滤波理论及其应用/邓自立著. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2007.8

ISBN 978-7-5603-2509-5

I.信… II.邓… III.滤波理论-应用-自动控制工程学 IV.TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 051484 号

责任编辑 尹继荣 翟新焯

封面设计 卞秉利

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 肇东粮食印刷厂

开 本 787mm × 1092mm 1/16 印张 31 字数 717 千字

版 次 2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5603-2509-5

印 数 1~3 000

定 价 48.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

# 前 言

多传感器信息融合(Multisensor Information Fusion)也称多传感器数据融合(Multisensor Data Fusion)或多源信息融合(Multi-source Information Fusion)是20世纪70年代以来由于军事、国防、战争及高科技领域的迫切需要发展起来的一门新兴边缘学科,目前已成为备受人们关注的热门领域。

早在第二次世界大战期间,人们就已把两传感器数据融合应用于火炮系统。当时在高炮火控雷达上加装了光学测距系统,对用雷达和光学传感器给出的两种信息进行融合测距,不仅提高了测距精度,而且增强了系统抗扰能力。在20世纪70年代初,美国海军就发现,对多个独立的声纳信号进行融合分析后,能更准确地探测出敌方潜艇位置。20世纪70年代以来,随着各种先进武器系统的出现,例如精确制导、远程打击、导弹拦截,迫切要求提高对运动目标(导弹、飞机、坦克、车辆、船舰等)跟踪精度,同时在许多高科技领域中,例如机器人、GPS定位、卫星测控等,也要求提高对系统状态或信号估计精度。为了解决这类问题,随着电子技术和计算机技术的发展,出现了大量具有不同应用背景的多传感器系统。例如,对目标跟踪而言,有各种类型测量运动目标位置、速度和加速度的传感器。多传感器信息融合的基本问题是如何对每个传感器提供的信息按某种最优融合准则进行融合,得出最优融合估计。显然融合估计的精度应高于每个传感器估计的精度。

目前世界上许多科技发达国家都非常重视多传感器信息融合技术的开发和研究,早在1988年美国国防部就把信息融合技术列为90年代重点开发的二十项关键技术之一,且列为最优先发展的A类。Carlson提出的信息融合联邦Kalman滤波器被美国空军容错导航系统“公共Kalman滤波器”计划选为基本算法。

信息融合滤波理论是多传感器信息融合的一个重要分支,目前主要集中在研究多传感器信息融合Kalman滤波。但在方法论上,在理论和应用上,目前该分支尚不完善,尚有许多重要问题有待进一步解决,甚至目前尚没有一个完整的理论体系。针对这种现状,首先本书系统地提出基于经典Kalman滤波方法的通用的信息融合Kalman滤波理论,提出了按矩阵加权、按对角阵加权和按标量加权三种最优加权融合准则和公式,可处理带不同局部动态模型和带相关噪声时变或定常系统,可处理信息融合滤波、预报和平滑问题,可处理状态和信号信息融合估计问题,可处理状态融合和观测融合问题,可处理广义系统信息融合估计问题。其次本书提出了独创的信息融合滤波新的方法论——现代时间序列分析方法,并提出基于现代时间序列分析方法的通用的信息融合滤波理论。最后本书提出了信息融合滤波新的研究方向和分支——自校正信息融合滤波理论,可处理含未知模型参数和噪声方差系统的自校正(渐近最优)信息融合滤波问题,其中提出了自校正信息融合滤波收敛性分析新概念——按实现收敛和新方法——动态误差系统分析(Dynamic Error System Analysis)方法,解决了自校正融合器收敛性难题。书中给出了关于目标跟踪系统的

大量仿真例子,并进行了大量 Monte Carlo 仿真实验,说明所提出的理论、方法和算法的有效性。

应指出,继 Kalman 滤波方法和 Wiener 滤波方法之后,由作者于 1989 年在专著《现代时间序列分析及其应用》(北京:知识出版社,1989 年)中提出的现代时间序列分析方法是解决滤波问题的新的方法论。已故中科院院士张钟俊教授曾给予高度评价(张钟俊,一门新兴边缘学科——现代时间序列分析.信息与控制,1988,17(4):62~63)。到目前为止已出版了相关专著 8 部,发表有关学术论文 400 余篇,其中关于白噪声估计理论和多传感器信息融合 Kalman 滤波新方法的代表性论文曾先后以长文(正规论文)形式发表在自动化领域国际权威刊物《Automatica》上。本书深刻揭示了在信息融合滤波理论中现代时间序列分析方法、经典 Kalman 滤波方法和 Wiener 滤波方法的相互渗透。

本书共分 8 章。第 1 章为模型参数和噪声方差估计;第 2 章为经典 Kalman 滤波;第 3 章为现代时间序列分析方法及其应用;第 4 章为自校正滤波理论及其应用;第 5 章为基于经典 Kalman 滤波的分布式信息融合滤波理论;第 6 章为基于经典 Kalman 滤波的全局最优观测融合滤波理论及其应用;第 7 章为基于现代时间序列分析方法的信息融合滤波理论;第 8 章为自校正信息融合滤波理论。

本书可作为控制科学与技术、电子科学与技术、通信与信息系统等专业的研究生和高年级本科生教材,且对在信号处理、控制、通信、航天、制导、目标跟踪、石油地震勘探、故障诊断、卫星测控、GPS 定位、检测与估计、多传感器信息融合,机器人等领域的研究人员和工程技术人员也有重要参考价值。

本书是由邓自立教授负责的国家自然科学基金资助项目“多传感器信息融合最优和自校正滤波新理论和新方法”(项目批准号:60374026)的研究成果,在此感谢国家自然科学基金委员会的资助。

深深感激已故中国科学院院士张钟俊教授曾给予作者的鼓励和帮助。他对现代时间序列分析的高度评价一直激励作者在这一新兴边缘领域努力探索。

感谢中国科学院院士张嗣瀛教授多年来对作者的鼓励和帮助。

还要感谢由作者指导的历届毕业的 50 余名研究生,其中包括石莹、高媛、毛琳、王欣、郝钢、李云、贾文静、杜洪越、李闯、王佳伟、冉陈健、孙小君、李春波、陶贵丽、李怀敏、张鹏、马建为等,他们对书中提出的新理论和新方法做了大量的仿真研究工作。最后还要感谢哈尔滨工业大学出版社尹继荣编审和翟新焯编辑对本书的出版所做的大量工作。

由于水平所限,书中缺点和疏漏之处在所难免,望读者批评指正。

作者

2007 年元旦于哈尔滨

# 目 录

|                                       |             |
|---------------------------------------|-------------|
| 绪论                                    | (1)         |
| 0.1 最优滤波的三种方法论                        | (1)         |
| 0.2 自校正滤波                             | (5)         |
| 0.3 多传感器最优信息融合滤波                      | (7)         |
| 0.4 自校正信息融合滤波                         | (8)         |
| 0.5 信息融合滤波理论内容、方法、意义和关键技术             | (10)        |
| 参考文献                                  | (11)        |
| <b>第 1 章 模型参数和噪声方差估计</b>              | <b>(13)</b> |
| 1.1 引言                                | (13)        |
| 1.2 多维 ARMA 模型                        | (13)        |
| 1.3 状态空间模型                            | (17)        |
| 1.4 求多维 MA 模型参数的 Gevers - Wouters 算法  | (24)        |
| 1.5 用 Gevers - Wouters 算法构造 ARMA 新息模型 | (29)        |
| 1.6 递推最小二乘(RLS)法                      | (37)        |
| 1.7 加权最小二乘(WLS)法                      | (45)        |
| 1.8 递推增广最小二乘(RELS)算法                  | (49)        |
| 1.9 多重 RLS 算法                         | (51)        |
| 1.10 多维 RLS 算法                        | (53)        |
| 1.11 多重和多维 RELS 算法                    | (57)        |
| 1.12 偏差补偿 RLS 算法                      | (59)        |
| 1.13 递推辅助变量(RIV)算法                    | (64)        |
| 1.14 基于 ARMA 新息模型的噪声方差阵 $Q$ 和 $R$ 的估计 | (68)        |
| 1.15 基于相关方法的噪声方差阵 $Q$ 和 $R$ 的估计       | (72)        |
| 参考文献                                  | (76)        |
| <b>第 2 章 经典 Kalman 滤波</b>             | <b>(78)</b> |
| 2.1 引言                                | (78)        |
| 2.2 射影理论                              | (81)        |
| 2.3 Kalman 滤波器和预报器                    | (86)        |
| 2.4 Kalman 平滑器                        | (93)        |

|              |  |              |
|--------------|--|--------------|
| 2.5          | 白噪声估值器及其在信号处理中的应用 .....                      | (97)         |
| 2.6          | 稳态 Kalman 滤波 .....                           | (104)        |
| 2.7          | 带相关噪声时变系统最优 Kalman 滤波和最优白噪声估值器 .....         | (125)        |
| 2.8          | 带相关噪声定常系统稳态 Kalman 滤波和稳态白噪声估值器 .....         | (141)        |
| 2.9          | 基于 Kalman 滤波的时域 Wiener 滤波方法 .....            | (146)        |
|              | 参考文献 .....                                   | (156)        |
| <b>第 3 章</b> | <b>现代时间序列分析方法及其应用 .....</b>                  | <b>(159)</b> |
| 3.1          | 引言 .....                                     | (159)        |
| 3.2          | 统一的稳态最优白噪声估计理论 .....                         | (162)        |
| 3.3          | Åström 预报器和 Box - Jenkins 预报器 .....          | (170)        |
| 3.4          | 多通道 ARMA 信号 Wiener 滤波器 .....                 | (179)        |
| 3.5          | 基于 ARMA 新息模型的稳态 Kalman 滤波和 Wiener 滤波 .....   | (183)        |
| 3.6          | 统一的 Wiener 状态滤波器 .....                       | (197)        |
| 3.7          | 广义系统 Wiener 状态估值器 .....                      | (204)        |
| 3.8          | 广义系统降阶 Wiener 状态估值器 .....                    | (218)        |
| 3.9          | ARMA 新息模型与状态空间新息模型关系 .....                   | (223)        |
|              | 参考文献 .....                                   | (230)        |
| <b>第 4 章</b> | <b>自校正滤波理论及其应用 .....</b>                     | <b>(239)</b> |
| 4.1          | 引言 .....                                     | (239)        |
| 4.2          | 自校正 Kalman 估值器及其收敛性 .....                    | (241)        |
| 4.3          | 自校正白噪声估值器及其收敛性 .....                         | (256)        |
| 4.4          | ARMA 信号自校正滤波器和平滑器及其收敛性 .....                 | (260)        |
| 4.5          | 基于 Riccati 方程的自校正 Kalman 滤波器 .....           | (267)        |
|              | 参考文献 .....                                   | (269)        |
| <b>第 5 章</b> | <b>基于经典 Kalman 滤波的分布式最优信息融合滤波理论 .....</b>    | <b>(272)</b> |
| 5.1          | 三种加权多传感器最优信息融合准则 .....                       | (274)        |
| 5.2          | 时变系统多传感器信息融合 Kalman 估值器 .....                | (284)        |
| 5.3          | 时变系统多传感器信息融合白噪声估值器 .....                     | (300)        |
| 5.4          | 定常系统多传感器信息融合稳态 Kalman 估值器和白噪声估值器 .....       | (305)        |
| 5.5          | 带不同局部动态模型的时变系统信息融合 Kalman 估值器 .....          | (318)        |
| 5.6          | 带不同局部模型的定常系统信息融合稳态 Kalman 估值器 .....          | (331)        |
| 5.7          | 带不同局部模型的多传感器时变和定常系统最优信息融合白噪声反卷积<br>估值器 ..... | (338)        |
| 5.8          | 带有有色观测噪声的 ARMA 信号信息融合 Wiener 滤波器 .....       | (347)        |
|              | 参考文献 .....                                   | (350)        |

|   |       |
|---|-------|
| <b>第 6 章 基于经典 Kalman 滤波的全局最优观测融合滤波理论及其应用</b> .....  | (356) |
| 6.1 引言 .....  | (356) |
| 6.2 在信息滤波器形式下的 Kalman 滤波器 .....                     | (358) |
| 6.3 带相同观测阵和不相关观测噪声的一种加权观测融合 Kalman 滤波器的功能等价性 .....  | (359) |
| 6.4 带不同观测阵和不相关观测噪声的两种加权观测融合 Kalman 滤波算法的功能等价性 ..... | (374) |
| 6.5 带相同观测阵和相关观测噪声的两种加权观测融合 Kalman 滤波算法 .....        | (381) |
| 6.6 带不同观测阵和相关观测噪声的两种加权观测融合 Kalman 滤波算法 .....        | (385) |
| 6.7 应用于多传感器加权观测融合信号估计问题 .....                       | (390) |
| 6.8 带相同观测阵和相关噪声的加权观测融合 Kalman 滤波算法 .....            | (397) |
| 参考文献 .....  | (404) |
| <b>第 7 章 基于现代时间序列分析方法的分布式最优信息融合滤波理论</b> .....       | (406) |
| 7.1 带不同局部模型多传感器系统信息融合白噪声反卷积估值器 .....                | (407) |
| 7.2 多传感器多通道 ARMA 信号信息融合 Wiener 滤波器 .....            | (412) |
| 7.3 多传感器信息融合 Wiener 状态估值器 .....                     | (416) |
| 7.4 基于 ARMA 新息模型的稳态 Kalman 融合器和白噪声反卷积融合器 .....      | (422) |
| 7.5 带多层融合结构的广义系统解耦 Kalman 融合器 .....                 | (431) |
| 7.6 广义系统 Wiener 状态融合器 .....                         | (441) |
| 参考文献 .....  | (449) |
| <b>第 8 章 自校正信息融合滤波理论</b> .....                      | (454) |
| 8.1 引言 .....  | (454) |
| 8.2 自校正解耦融合 Kalman 估值器和 Wiener 状态估值器及收敛性分析 .....    | (456) |
| 8.3 基于 Riccati 方程的自校正融合 Kalman 估值器及收敛性 .....        | (467) |
| 8.4 自校正加权观测融合 Kalman 滤波器及收敛性 .....                  | (474) |
| 8.5 基于 MA 新息模型的自校正观测融合 Kalman 估值器及其收敛性 .....        | (478) |
| 参考文献 .....  | (483) |



# 绪 论

## 0.1 最优滤波的三种方法论

最优滤波解决系统的状态或信号的最优估计问题,即由被噪声污染的观测信号求在某种性能指标和某种意义下状态或信号的最优估值器,也叫最优滤波器。术语“滤波”来源于无线电学科领域,其含义为滤掉或过滤噪声还状态或信号本来面目之意。在有传感器或检测仪表的系统中,常常会遇到这类问题。这是由于一方面传感器或检测仪表对状态或信号的检测带有一定量测(观测)噪声(即量测随机误差),另一方面在检测过程中还可能存在其他干扰噪声。“最优”是相对的。通常人们选择线性估值器,即滤波器是观测信号历史数据的线性函数,并且选择最优化性能指标为求最优估值器极小化均方误差,即极小化估计误差平方的数学期望。这类最优滤波器就是线性最小方差估值器。

解决最优滤波问题有三种方法论:Wiener 滤波方法<sup>[1]</sup>,Kalman 滤波方法<sup>[2]</sup>和现代时间序列分析方法<sup>[4-8]</sup>。

经典 Wiener 滤波方法是由控制论创始人 N. Wiener 在 20 世纪 40 年代初(第二次世界大战期间)由于研究火炮控制系统的需要提出的。它是一种频域滤波方法,它的基本工具是平稳随机过程谱分解。其缺点和局限性是要求信号为平稳随机过程,要求存贮全部历史数据,滤波器是非递推的,计算量和存贮量大,不便于实时应用。它仅适用于单通道平稳随机信号。虽然经典 Wiener 滤波方法有上述缺点和局限性,但它仍是改进滤波器设计的重要方法和工具。现代 Wiener 滤波方法即多项式方法<sup>[14,15]</sup>是经典滤波方法的新发展,形成于 20 世纪 80 年代。它最终通过求解相互耦合的 Diophantine 方程可得到递推 Wiener 滤波器,可处理多维、非平稳随机信号,克服了经典 Wiener 滤波方法的局限性。

**【例 0.1】** Wiener 滤波问题。

典型的 Wiener 滤波问题如图 0.1 所示。其中未知真实信号  $s(t)$  被观测噪声  $v(t)$  污染,因而已知观测信号为  $y(t)$ ,即

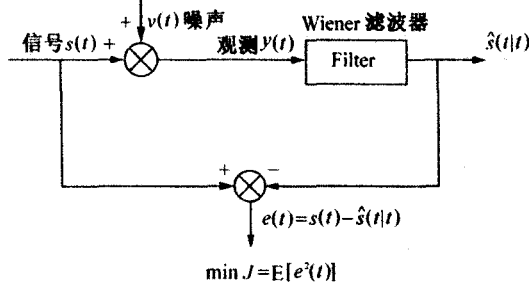


图 0.1 信号 Wiener 滤波问题

$$y(t) = s(t) + v(t) \quad (0.1)$$

问题是如何由观测信号  $y(t)$ , 过滤噪声  $v(t)$ , 在线性最小均方误差最优估计准则下, 设计 Wiener 滤波器  $\hat{s}(t|t)$ , 它是观测数据  $y(t), y(t-1), \dots$  的线性函数, 且极小化均方误差  $J = E[e^2(t)]$ , 其中  $E$  为均值号,  $e(t) = s(t) - \hat{s}(t|t)$  为滤波误差。

图 0.2 为信号  $s(t)$  的 Wiener 滤波。其中图(a) 为真实信号  $s(t)$ , 图(b) 为观测噪声, 图(c) 为观测信号, 它由  $s(t)$  与  $v(t)$  相加构成, 图(d) 为  $s(t)$  的 Wiener 滤波器  $\hat{s}(t|t)$ 。由图(c) 看到真实信号  $s(t)$  被观测噪声  $v(t)$  淹没, 而由图(d) 看到 Wiener 滤波器  $\hat{s}(t|t)$  有效地过滤噪声  $v(t)$ , 还信号  $s(t)$  的本来面目图(a)。

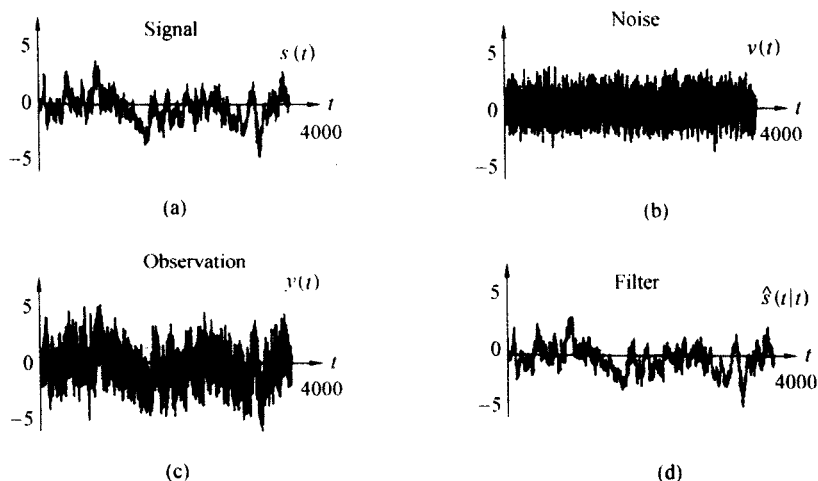


图 0.2 信号  $s(t)$  的 Wiener 滤波器

随着电子计算机、军事和空间技术的发展, 经典 Wiener 滤波方法已不能满足实际应用的需要。首先要求滤波算法是递推的, 便于计算机实时计算, 其次要求滤波算法可处理多变量非平稳随过程或时变系统滤波问题。在这种背景下, R. E. Kalman 在 20 世纪 60 年代初提出了 Kalman 滤波方法。Kalman 滤波方法是一种时域方法, 它基于状态空间模型和射影理论来解决最优滤波问题, 且最终将问题归结为计算或求解 Riccati 方程。它的优点是 Kalman 滤波算法是递推的, 便于在计算机上实现和实时应用, 可处理时变系统、非平稳信号、多维信号滤波问题, 克服了经典 Wiener 滤波方法的缺点和局限性。但其缺点是要求精确已知系统模型和噪声方差。

Kalman 滤波方法的基本特征和关键技术是状态空间方法。Kalman 滤波器是基于状态空间模型来设计的。状态空间方法的基本概念是系统的状态变量的概念。系统状态变量是描述系统特征的  $n$  维列向量, 它的取值空间为  $n$  维欧氏空间。例如对于一个沿直线做变速运动的目标, 可用运动目标的位置、速度和加速度表示其状态。假如对其加速度不感兴趣的话, 亦可用其位置和速度表示系统的状态。状态变量是比信号概念更广泛、更一般的概念。根据具体情况, 信号可看成状态, 也可看成是状态的某个或某些分量。因此状态估计问题包括信号估计问题作为特例。状态空间方法的基本模型和出发点是状态空间模型。状态空间模型包括状态方程和观测方程。状态方程(状态模型) 是描写状态变化规律的模型, 而观测方程(观测模型) 则表示对状态进行线性观测的方程, 通常含有随机观测噪声。所

谓线性观测是指被观测信号可以是状态本身,也可以是状态的某个或某些分量,也可以是状态分量的线性组合。观测方程也可以是非线性的。

状态空间模型和 Kalman 滤波问题可用如下简单的雷达跟踪系统来说明。

**【例 0.2】** 雷达跟踪系统状态空间模型和 Kalman 滤波问题。

考虑雷达跟踪系统。一个运动目标(飞机、导弹、坦克、车辆等)沿直线做变速运动。由运动定律有关系

$$s(t+1) = s(t) + \dot{s}(t)T_0 + \frac{T_0^2}{2}w(t) \quad (0.2)$$

$$\dot{s}(t+1) = \dot{s}(t) + w(t)T_0 \quad (0.3)$$

$$y(t) = s(t) + v(t) \quad (0.4)$$

其中  $T_0$  为采样周期,  $s(t)$ ,  $\dot{s}(t)$  和  $w(t)$  各为在采样时刻  $tT_0$  处运动目标的位置、速度和加速度。 $y(t)$  为雷达系统对位置  $s(t)$  的观测信号,  $v(t)$  为观测噪声。假设  $w(t)$  和  $v(t)$  是零均值、方差各为  $\sigma_w^2$  和  $\sigma_v^2$  的互不相关的白噪声,即

$$\begin{aligned} E[w(t)w(j)] &= \sigma_w^2\delta_{ij}, & E[v(t)v(j)] &= \sigma_v^2\delta_{ij}, \\ E[w(t)v(j)] &= 0, & \forall t, j \end{aligned} \quad (0.5)$$

其中  $E$  为均值号(数学期望),  $\delta_{ii} = 1, \delta_{ij} = 0 (t \neq j)$ 。Kalman 滤波问题是基于到时刻  $t$  为止的观测 ( $y(t), y(t-1), \dots, y(1)$ ), 求运动目标位置  $s(t)$  和速度  $\dot{s}(t)$  的最优估值  $\hat{s}(t|t)$  和  $\hat{\dot{s}}(t|t)$ 。

定义系统的状态变量  $\mathbf{x}(t)$  为

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} s(t) \\ \dot{s}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{位置} \\ \text{速度} \end{bmatrix} \quad (0.6)$$

则由(0.2) ~ (0.4) 有状态方程和观测方程

$$\begin{bmatrix} s(t+1) \\ \dot{s}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(t) \\ \dot{s}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5T_0^2 \\ T_0 \end{bmatrix} w(t) \quad (0.7)$$

$$y(t) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} s(t) \\ \dot{s}(t) \end{bmatrix} + v(t) \quad (0.8)$$

即有状态空间模型

$$\mathbf{x}(t+1) = \Phi\mathbf{x}(t) + \Gamma w(t) \quad (\text{状态方程}) \quad (0.9)$$

$$y(t) = H\mathbf{x}(t) + v(t) \quad (\text{观测方程}) \quad (0.10)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0.5T_0^2 \\ T_0 \end{bmatrix}, \quad H = [1 \quad 0] \quad (0.11)$$

基于状态空间模型(0.9) ~ (0.11), 用射影理论可得到 Kalman 递推滤波器<sup>[2]</sup>。

现代时间序列分析方法<sup>[4~8]</sup>是经典时间序列分析<sup>[3]</sup>与经典 Kalman 滤波相互渗透、相互交叉的产物。自回归滑动平均(Autoregressive Moving Average, ARMA)模型是时间序列分析的基本模型<sup>[3]</sup>, 状态空间模型是经典 Kalman 滤波的基本模型。ARMA 新息模型是现代时间序列分析方法的基本模型。现代时间序列分析方法的特色和基本工具是 ARMA 新息模型和白噪声估值器。ARMA 新息模型提供了最优估计(最优滤波)所需的全部信息, 它揭示了系统观测、新息、输入白噪声和观测白噪声之间的数量关系。现代时间序列分析方

法将状态或信号最优滤波问题转化为白噪声估计问题。

为了说明现代时间序列分析方法,我们进一步考虑例 0.2 的雷达跟踪系统最优滤波问题。

**【例 0.3】** 继例 0.2。基于现代时间序列分析方法设计雷达跟踪滤波器原理。引入单位滞后算子  $q^{-1}$ ,  $q^{-1}x(t) = x(t-1)$ , 由(0.9) 状态  $x(t)$  可表为

$$x(t) = (I_2 - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma w(t-1) \quad (0.12)$$

其中  $I_2$  是  $2 \times 2$  单位阵。将它代入(0.10) 有观测方程

$$y(t) = H(I_2 - q^{-1}\Phi)^{-1}\Gamma q^{-1}w(t) + v(t) \quad (0.13)$$

由定义(0.11) 和矩阵求逆公式  $(I_2 - q^{-1}\Phi)^{-1} = \text{adj}(I_2 - q^{-1}\Phi) / \det(I_2 - q^{-1}\Phi)$ , 可得观测  $y(t)$  的模型

$$(1 - q^{-1})^2 y(t) = 0.5T_0^2(1 + q^{-1})q^{-1}w(t) + (1 - q^{-1})^2 v(t) \quad (0.14)$$

注意  $(1 - q^{-1})^2 = 1 - 2q^{-1} + q^{-2}$ , 上式即 ARMA 模型

$$y(t) - 2y(t-1) + y(t-2) = 0.5T_0^2 w(t-1) + 0.5T_0^2 w(t-2) + v(t) - 2v(t-1) + v(t-2) \quad (0.15)$$

由经典时间序列分析<sup>[3]</sup>, 上式右边的两个滑动平均(MA) 过程可用一个等价的可逆的 MA 过程表示为

$$(1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2})\epsilon(t) = 0.5T_0^2(1 + q^{-1})q^{-1}w(t) + (1 - q^{-1})^2 v(t) \quad (0.16)$$

其中  $\epsilon(t)$  是零均值、方差为  $\sigma_\epsilon^2$  的白噪声, 且参数  $d_1, d_2$  和  $\sigma_\epsilon^2$  可用 Gevers-Wouters<sup>[4-8]</sup> 算法求得。于是有观测信号的 ARMA 模型

$$(1 - q^{-1})^2 y(t) = (1 + d_1 q^{-1} + d_2 q^{-2})\epsilon(t) \quad (0.17)$$

可证明白噪声  $\epsilon(t)$  是  $y(t)$  的新息过程<sup>[3]</sup>(即一步最优预报误差过程), 故称(0.17) 为  $y(t)$  的 ARMA 新息模型。由射影理论<sup>[5]</sup> 可证明: 观测过程  $y(t)$  和新息过程  $\epsilon(t)$  是等价的, 即它们含有相同的统计信息。(0.16) 和(0.17) 两式揭示了观测、新息、输入白噪声  $w(t)$  和观测白噪声  $v(t)$  四者之间的数量关系。

下面我们研究如何用现代时间序列分析方法解决最优滤波问题。将(0.9) 代入(0.10) 有

$$y(t+1) = H\Phi x(t) + H\Gamma w(t) + v(t+1) \quad (0.18)$$

合并(0.10) 和(0.18) 有关系

$$\begin{bmatrix} H \\ H\Phi \end{bmatrix} x(t) = \begin{bmatrix} y(t) - v(t) \\ y(t+1) - H\Gamma w(t) - v(t+1) \end{bmatrix} \quad (0.19)$$

于是状态  $x(t)$  可表为观测、输入白噪声和观测白噪声三者的线性组合

$$x(t) = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y(t) - v(t) \\ y(t+1) - H\Gamma w(t) - v(t+1) \end{bmatrix} \quad (0.20)$$

记基于观测  $(y(t), y(t-1), \dots, y(1))$  对  $x(t), y(t+1), w(t), v(t+1)$  的最优估值器分别为  $\hat{x}(t|t), \hat{y}(t+1|t), \hat{w}(t|t), \hat{v}(t+1|t)$ , 由射影理论<sup>[5]</sup> 和(0.20) 有最优跟踪滤波器

$$\hat{x}(t|t) = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y(t) - \hat{v}(t|t) \\ \hat{y}(t+1|t) - H\Gamma \hat{w}(t|t) - \hat{v}(t+1|t) \end{bmatrix} \quad (0.21)$$

于是问题归结为求观测一步预报器  $\hat{y}(t+1|t)$  和白噪声估值器  $\hat{v}(t|t)$ ,  $\hat{v}(t+1|t)$  和  $\hat{w}(t|t)$ 。基于 ARMA 新息模型(0.17) 和关系(0.16) 可求得白噪声估值器和观测预报器<sup>[5]</sup>。于是可求得跟踪滤波器  $\hat{x}(t|t)$ 。

**【例 0.4】** 继例 0.2。基于现代时间序列分析方法设计位置 Wiener 跟踪滤波器原理。用单位滞后算子  $q^{-1}$ , 雷达跟踪系统(0.2) ~ (0.4) 可写为

$$(1 - q^{-1})s(t) = \dot{s}(t-1)T_0 + 0.5T_0^2w(t-1) \quad (0.22)$$

$$(1 - q^{-1})\dot{s}(t) = T_0w(t-1) \quad (0.23)$$

$$y(t) = s(t) + v(t) \quad (0.24)$$

由(0.23) 有传递函数模型

$$\dot{s}(t) = \frac{T_0}{1 - q^{-1}}w(t-1) \quad (0.25)$$

将(0.25) 代入(0.22) 消去  $\dot{s}(t-1)$  可得位置  $s(t)$  的 ARMA 模型

$$(1 - q^{-1})^2s(t) = 0.5T_0^2(1 + q^{-1})q^{-1}w(t) \quad (0.26)$$

将上式代入(0.24) 有

$$(1 - q^{-1})^2y(t) = 0.5T_0^2(1 + q^{-1})q^{-1}w(t) + (1 - q^{-1})^2v(t) \quad (0.27)$$

它相同于(0.14), 于是可得 ARMA 新息模型(0.17)。由(0.24) 和射影理论<sup>[5]</sup> 最优位置跟踪滤波器为

$$\hat{s}(t|t) = y(t) - \hat{v}(t|t) \quad (0.28)$$

于是问题归结为求观测白噪声滤波器  $\hat{v}(t|t)$ 。

以上概要介绍了最优滤波的三种方法论。经典 Wiener 滤波方法的基本工具是谱分解, 现代 Wiener 滤波方法的基本工具是 Diophantine 方程。经典 Kalman 滤波方法的基本工具是 Riccati 方程。现代时间序列分析方法的基本工具是 ARMA 新息模型和白噪声估值器。

## 0.2 自校正滤波

同 Wiener 滤波方法和现代时间序列分析方法相比, 经典 Kalman 滤波方法的优点是可处理时变系统最优滤波问题, 而 Wiener 滤波方法和现代时间序列分析方法仅适用于定常系统稳态最优滤波。但经典 Kalman 滤波的缺点是需求精确已知系统的数学模型和噪声方差阵。对于含有未知模型参数和 / 或未知噪声方差阵系统, 经典 Kalman 滤波器失效。对于带模型参数误差和 / 或噪声方差阵误差系统, 用经典 Kalman 滤波算法失去最优性, 导致滤波精度下降, 甚至滤波发散。在许多实际应用问题中, 常常遇到含有未知模型参数和 / 或未知噪声方差阵系统。于是产生了自校正滤波问题<sup>[7,16-20]</sup>。Åström 和 Wittenmark<sup>[16]</sup> 于 1973 年在解决模型参数未知的控制系统线性最小方差控制问题时首先提出了自校正 (Self-tuning) 概念。通过在线辨识一个简单的预报模型可设计渐近最优调节器, 即自校正调节器, 它收敛于当模型参数已知时的最优调节器。将自校正原理渗透到估计领域, Wittenmark<sup>[17]</sup> 首先提出了自校正预报器<sup>[17]</sup>, 且 Hagander 和 Wittenmark<sup>[18]</sup> 提出了自校正滤波器和平滑器。Deng<sup>[19]</sup> 和 Moir 及 Grimble<sup>[20]</sup> 提出了多变量自校正滤波器和平滑器。对于带未知模型参数和 / 或未知噪声方差阵系统, 用系统辨识方法<sup>[21,7]</sup> 可在线辨识 ARMA 新息模型, 例如递推增广最小二乘法 (RELS)、两段最小二乘法等, 进而可得到未知模型参数

和 / 或未知噪声方差阵的在线估值器。在最优滤波器中用所得到的未知模型参数和 / 或未知噪声方差阵的在线估值近似代替相应的真实值得到自校正滤波器。文献[7]系统地提出了自校正滤波理论,并提出了自校正滤波器收敛性理论和方法。现代时间序列分析方法的优点是基于 ARMA 新息模型的在线辨识可设计自校正滤波器。文献[7]证明了:假如 ARMA 新息模型参数估计是一致的,则自校正滤波器将收敛于当模型参数和噪声方差阵已知时的最优滤波器。

**【例 0.5】** 继例 0.2。假设噪声方差  $\sigma_w^2$  和  $\sigma_v^2$  是未知的,问题是设计自校正跟踪滤波器。计算(0.16)两边 MA 过程的相关函数在  $\tau = 0$  和  $\tau = 2$  处的值,有关系

$$(1 + d_1^2 + d_2^2)\sigma_\varepsilon^2 = 0.5T_0^4\sigma_w^2 + 6\sigma_v^2 \quad (0.29)$$

$$d_2\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_v^2 \quad (0.30)$$

这引出

$$\sigma_v^2 = d_2\sigma_\varepsilon^2 \quad (0.31)$$

$$\sigma_w^2 = \frac{(1 + d_1^2 + d_2^2 - 6d_2)\sigma_\varepsilon^2}{0.5T_0^4} \quad (0.32)$$

于是基于 ARMA 新息模型(0.17)的递推增广最小二乘(RELS)算法<sup>[21]</sup>在线辨识,可得在时刻  $t$  处 ARMA 新息模型参数和新息方差估值  $\hat{d}_1$ 、 $\hat{d}_2$  和  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ,进而将它们代入(0.31)和(0.32)可得在时刻  $t$  处未知噪声方差估值  $\hat{\sigma}_w^2$  和  $\hat{\sigma}_v^2$ 。据此,通过在线求解稳态 Riccati 方程可在线估计稳态 Kalman 滤波器增益,进而可设计自校正 Kalman 跟踪滤波器。

设计自校正 Kalman 跟踪滤波器的另一种途径是基于 ARMA 新息模型的在线辨识直接在线估计稳态 Kalman 滤波器增益,可避免辨识  $\sigma_w^2$  和  $\sigma_v^2$ 。事实上,应用现代时间序列分析方法可求得稳态 Kalman 递推跟踪滤波器为<sup>[5]</sup>

$$\hat{\mathbf{x}}(t|t) = \Psi\hat{\mathbf{x}}(t-1|t-1) + \mathbf{K}_f y(t) \quad (0.33)$$

$$\Psi = (I_2 - \mathbf{K}_f \mathbf{H})\Phi \quad (0.34)$$

$$\mathbf{K}_f = [\alpha, \beta/T_0]^T \quad (0.35)$$

$$\alpha = 1 - d_2, \quad \beta = 1 + d_1 + d_2 \quad (0.36)$$

其中上角 T 为转置号。基于 ARMA 新息模型在线辨识可得在时刻  $t$  处估值  $\hat{d}_1$ 、 $\hat{d}_2$ ,从而可得在时刻  $t$  处估值  $\hat{\alpha} = 1 - \hat{d}_2$ 、 $\hat{\beta} = 1 + \hat{d}_1 + \hat{d}_2$ ,进而可得稳态 Kalman 滤波器增益估值  $\hat{\mathbf{K}}_f = [\hat{\alpha}, \hat{\beta}/T_0]^T$ ,及估值  $\hat{\Psi} = (I_2 - \hat{\mathbf{K}}_f \mathbf{H})\Phi$ 。于是自校正 Kalman 跟踪滤波器为

$$\hat{\mathbf{x}}^s(t|t) = \hat{\Psi}\hat{\mathbf{x}}^s(t-1|t-1) + \hat{\mathbf{K}}_f y(t) \quad (0.37)$$

自校正 Kalman 滤波器原理如图 0.3 所示。

自校正信号滤波器原理如图 0.4 所示。

应注意上述设计自校正 Kalman 滤波器的两种方法的区别。设计自校正 Kalman 滤波器的关键技术是在线辨识稳态 Kalman 滤波器(0.33)的增益阵  $\mathbf{K}_f$ 。第一种方法是通过在线辨识原始系统噪声方差  $\sigma_w^2$  和  $\sigma_v^2$  得到估值  $\hat{\sigma}_w^2$  和  $\hat{\sigma}_v^2$  后,用在线求解稳态 Riccati 方程间接计算增益  $\mathbf{K}_f$  的估值,我们称为间接自校正 Kalman 滤波器。第二种方法基于 ARMA 新息模型在线辨识,直接辨识增益  $\mathbf{K}_f$  的参数,得到滤波增益  $\mathbf{K}_f$  的估值,我们称为直接自校正 Kalman 滤波器。

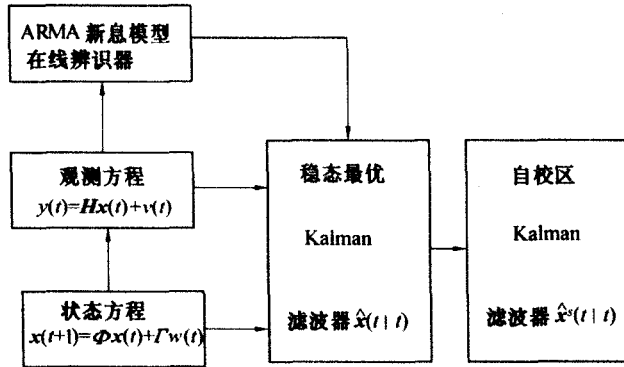


图 0.3 自校正 Kalman 滤波器原理

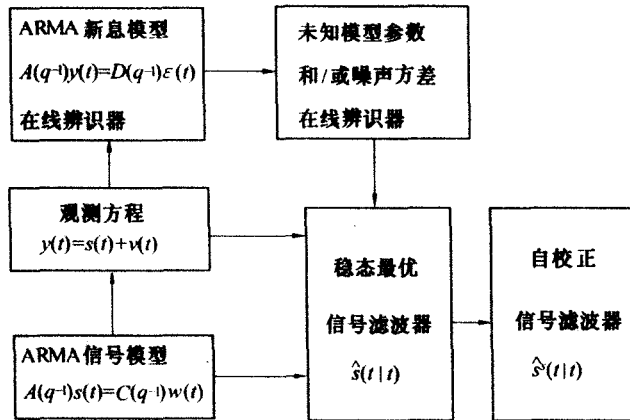


图 0.4 自校正信号滤波器原理

### 0.3 多传感器最优信息融合滤波

经典最优滤波(状态或信号估计)理论是针对单传感器系统而言的。将经典最优滤波理论与多传感器信息融合相互渗透、相交叉产生了多传感器信息融合学科的一个重要分支和领域——多传感器信息融合滤波理论<sup>[12,13,7,8]</sup>。它主要研究多传感器信息融合状态或信号估计问题和自校正信息融合状态或信号估计问题。

多传感器信息融合滤波的一个重要应用背景是目标跟踪。为了提高对运动目标(导弹、飞机、坦克、船舰等)状态的跟踪精度,必须采用多传感器。信息融合滤波的目的在于如何融合各传感器提供的局部状态估计信息(状态融合)或融合各传感器提供的局部观测信息(观测融合)得到高于局部状态估计精度的融合状态估计。对信息融合器设计的基本要求是融合器的精度高于局部估值器精度。目前研究较多的是信息融合 Kalman 滤波理论,它已广泛应用于国防、军事、跟踪、制导等许多高科技领域。

多传感器信息融合滤波有两种融合方法<sup>[22]</sup>:状态融合方法和观测融合方法。状态融合方法又分集中式融合方法和分布式融合方法。集中式状态融合方法是合并所有传感器的观测方程为一个增广(扩维)的观测方程,然后与状态方程联立可得集中式融合滤波

器。由于它利用了所有传感器的全部观测信号,因而集中式融合滤波器是全局最优的。分布式状态融合方法是指:对由各传感器得到的局部滤波器进行最优加权可得到分布式融合滤波器,如图 0.5 所示。

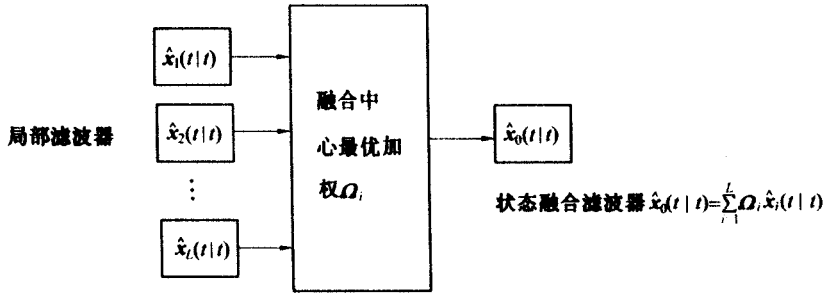


图 0.5 分布式状态融合滤波器原理

观测融合方法<sup>[22]</sup>也分集中式观测融合和分布式(加权)观测融合两种方法。集中式观测融合方法同集中式状态融合方法。分布式观测融合也叫加权观测融合。它将各局部传感器的观测进行最优加权得到一个融合的观测方程,然后与状态方程联立,可得分布式观测融合滤波器,如图 0.6 所示。

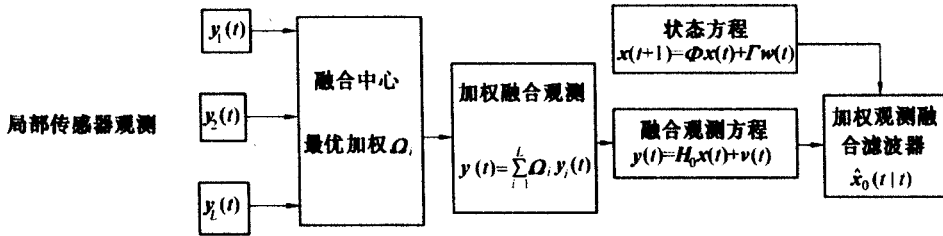


图 0.6 分布式观测融合滤波器原理

上述分布式状态融合和加权观测融合滤波器的最优加权可按一定最优加权融合规则<sup>[8,26]</sup>(例如按矩阵加权、按对角阵加权或按标量加权),基于局部滤波误差互协方差阵来计算。在一定条件下<sup>[22,23]</sup>,加权观测融合 Kalman 滤波器的功能等价于全局最优集中式观测融合 Kalman 滤波器,因而也具有全局最优性,且可明显减小计算负担。

## 0.4 自校正信息融合滤波

自校正信息融合滤波是多传感器信息融合与系统辨识相交叉的新的边缘领域。当系统含有未知模型参数和/或噪声方差阵时,自校正分布式最优信息融合 Kalman 滤波器原理如图 0.7 所示。其中辨识器  $i(i = 1, \dots, L)$  是第  $i$  个传感器子系统的未知模型参数和/或噪声方差阵的在线辨识器,  $\hat{x}_i^j(t|t)(i = 1, \dots, L)$  为第  $i$  个子系统的局部自校正 Kalman 滤波器。  $\hat{P}_i$  和  $\hat{P}_{ij}$  是滤波误差方差阵  $P_i$  和互协方差  $P_{ij}$  的估值器。自校正融合 Kalman 滤波器  $\hat{x}_0^j(t|t)$  由各局部自校正 Kalman 滤波器  $\hat{x}_i^j(t|t)$  加权构成,其中加权  $\hat{\Omega}_i$  是最优加权  $\Omega_i$  的估值,它们由  $\hat{P}_i$  和  $\hat{P}_{ij}$  计算。

自校正加权观测融合 Kalman 滤波器原理如图 0.8 所示。其中辨识器  $i$  为第  $i$  个传感器



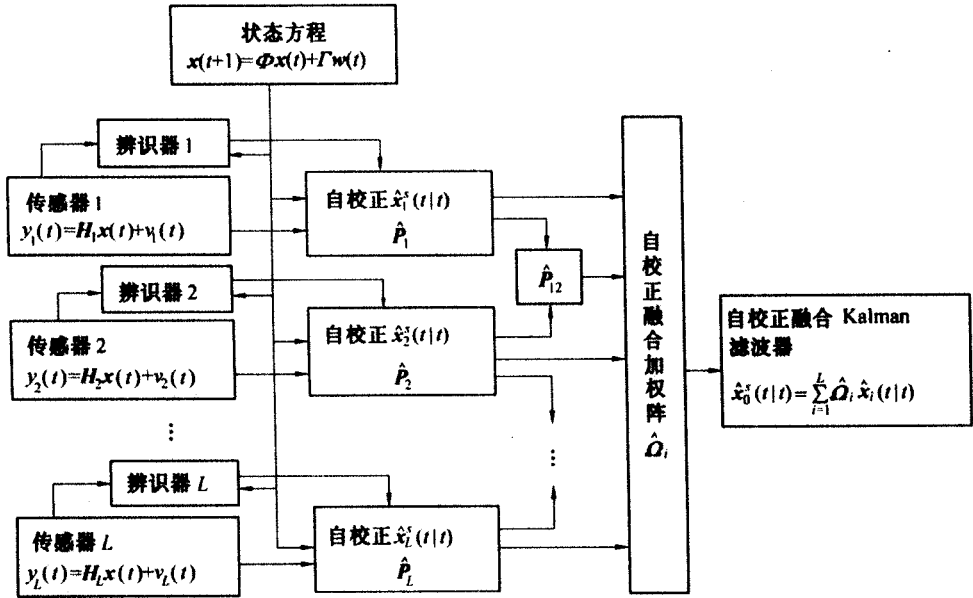


图 0.7 自校正分布式融合 Kalman 滤波器原理

子系统未知模型参数和/或噪声方差在线辨识器,由它们可得到最优加权  $\Omega_i$  的估值  $\hat{\Omega}_i$ ; 及加权融合观测  $y(t)$  的估值  $\hat{y}(t)$  和融合观测噪声方差阵的估值,进而与状态方程联立可得自校正加权观测融合 Kalman 滤波器。

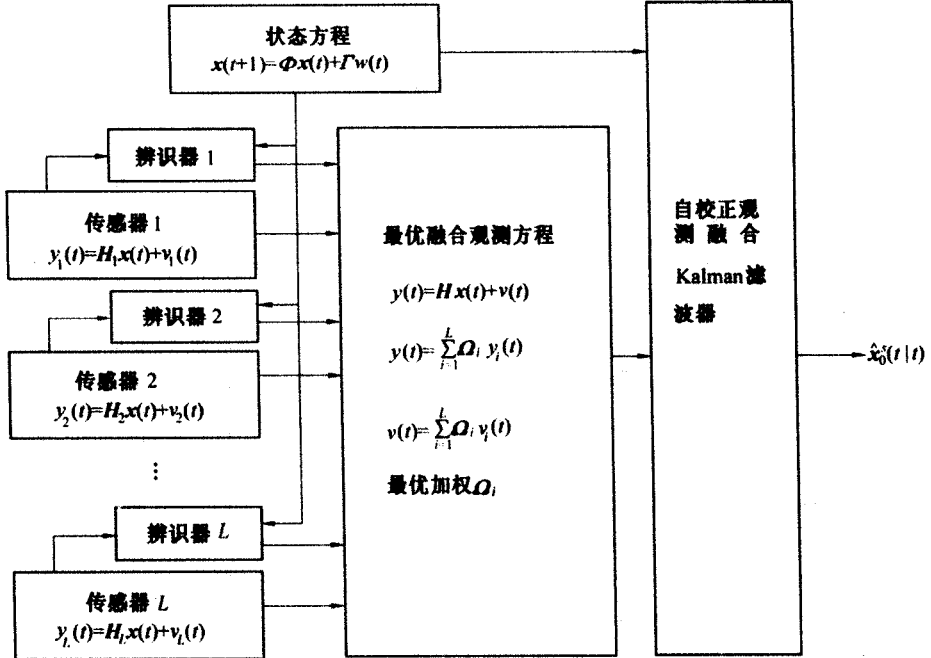


图 0.8 自校正加权观测融合 Kalman 滤波器

自校正分布式融合 Kalman 滤波器和加权观测融合 Kalman 滤波器的收敛性证明见文献[7,24,25]。