教育部师范教育司组织专家审定
高等院校小学教育专业教材

高等数学基础（上册）

邱 森 主编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

教育部师范教育司组织专家审定
高等院校小学教育专业教材

高等数学基础

上册

邱 森 主编

高等教育出版社

内容提要

全书（上、下册）的主要内容包括一元微积分、空间解析几何、多元微积分、线性代数、概率统计等知识。本书（上册）为一元微积分，题材丰富有趣，表述浅近易懂，引言、评注正本清源，能揭示知识的本质，提高思维的层次，可供高等院校小学教育专业作为教材使用，也可供其他专业学生选用或参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学基础．上册/邱森主编．—北京：高等教育出版社，2007.6
ISBN 978-7-04-021923-4

Ⅰ．高… Ⅱ．邱… Ⅲ．高等数学－高等学校－教材
Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 061939 号

策划编辑 张忠月 **责任编辑** 高尚华 **封面设计** 王凌波
责任绘图 尹 莉 **版式设计** 余 杨 **责任校对** 姜国萍
责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010－58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800－810－0598
邮政编码	100011	网　　址	http：//www.hep.edu.cn
总　　机	010－58581000		http：//www.hep.com.cn
		网上订购	http：//www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http：//www.landraco.com.cn
印　　刷	北京明月印务有限责任公司	畅想教育	http：//www.widedu.com
开　　本	787×1092　1/16	版　　次	2007年6月第1版
印　　张	26	印　　次	2007年6月第1次印刷
字　　数	440 000	定　　价	29.70元

物料号　21923－00

高等院校小学教育专业教材总序

我国已进入全面建设小康社会、加速推进现代化建设的新的历史阶段。在这样一个历史阶段，教育越来越成为促进社会全面发展、推动科技迅猛进步，进而不断增强综合国力的重要力量，成为我国从人口大国逐步走向人力资源强国的关键因素。我国的教师教育正面临着前所未有的机遇和挑战。教师教育的改革发展直接关系到千百万教师的成长，关系到素质教育的全面推进，关系到一代新人思想道德、创新精神和实践能力的培养和提高，最终关系到十六大提出的全面建设小康社会奋斗目标的实现。

培养具有较高学历的小学教师是全面建设小康社会和适应基础教育改革与发展的迫切需要，也是我国教师教育改革发展的必然趋势。为了适应基础教育改革与发展的需要，我国对培养较高学历小学教师工作进行了长时间的积极探索，取得了较大成绩，并积累了许多宝贵经验。《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》指出：建设高质量的教师队伍是全面推进素质教育的基本保障。教育部在《关于"十五"期间教师教育改革与发展的意见》中明确指出："开创教师培养的新格局，提高新师资的学历层次。"教育部印发的《关于加强专科以上学历小学教师培养工作的几点意见》（以下简称《意见》）中指出："教育部将组织制订专科学历小学教师的培养目标、规格，完善和改革课程体系和教学内容，制定《师范高等专科三年制小学教育专业教学方案（试行）》，组织编写小学教育专业教材，加强小学教育专业建设。"

开展小学教师培养工作，课程教材建设是关键。当务之急是组织教育科研机构、高等师范大学的专家学者和广大师专、综合学院的教师联合编写出一套高水平、规范化的、专为培养较高学历小学教师使用的教材。

编写小学教育专业课程教材，应该遵循以下原则：

一、时代性与前瞻性。教材要面向现代化、面向世界、面向未来，反映当代社会经济、文化和科技发展的趋势，贴近国际教育改革和我国基础教育课程改革的前沿，体现新的教育理念。

二、基础性与专业性。教材要体现高等专科或本科教育的基础性，同时要紧密结合当今小学教育课程改革的趋势和实施素质教育的要求，针对小学教育专业的特征和小学教师的职业特点，力求构建科学的教材体系，提高小学教师的专业化水平。

三、综合性与学有专长。教材要根据现代科技发展和基础教育课程改革综合化的趋势，强化综合素质教育，加强文理渗透，注重科学素养，体现人文精神，加强学科间的相互融合以及信息技术与各学科的整合；同时，根据小学教育的需要，综合性教育与单科性教育相结合，使学生文理兼通，学有专长，一专多能。

四、理论与实践相结合。教材要根据小学教师职前教育的要求，既要科学地安排文化知识课和教育理论课，又要加强实践环节，注重教育实践和科学实验，重视教师职业技能和职业能力的培养。

五、充分体现教材的权威性、专业性、通用性和创新性。以教育部制定的小学教育专业课程方案为编写依据，以本、专科通用为目的，培养、培训沟通，在教材体系框架、内容、呈现方式等方面开拓创新，加大改革力度，充分体现以学生为本的教育理念，使教材从能用、好用上升到教师、学生喜欢用。

高等教育出版社和华东师范大学出版社根据以上原则分别组织编写了有关教材，经过专家审定，我们向各地推荐这套教材，请有关学校和单位酌情选用。

教育部师范教育司

2004 年 2 月

前 言

本书是为高等院校小学教育专业数学与科学方向本、专科编写的基础课教材。

全书分上、下两册，共10章。上册是一元函数微积分部分，包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分和定积分。下册4章，内容包括空间解析几何、多元函数微积分、线性代数、概率与统计等部分，其中第十章概率与统计由高尚华编写。

在编写过程中，我们以教育部制定的小学教育专业课程方案为依据，力求在教材体系、内容、呈现方式等方面体现小学教育专业的特征和小学教师的职业特点，建立大学数学教学与小学数学教学的联系。两者不仅在教育理念、应用价值、文化价值以及数学观等方面有共同之处，就是在内容上也有可衔接之处。在成书过程中，我们注意到：

一、重知识也重过程，努力体现新的教育理念

在教材中，我们返璞归真，努力揭示数学概念、定理、性质的发生和发展过程。我们采用围绕中心问题逐层展开的叙述方式，用非常具体的问题引出概念，在解决问题的过程中，又力求使学生知其所以然，了解每步讨论的目的，每个概念和每个定理所处的地位和作用，了解知识的来龙去脉，以及知识间的内在联系。通过理解，逐步体会蕴涵在其中的思想方法，逐步看清知识的本质，提高数学素养。

二、提供各种实际背景，反映数学的应用价值，发展学生的应用意识

我们不仅在新的数学概念或方法引进时，利用直观“模型”（或“载体”），降低知识起点，化难为易，而且在各章中都穿插一些具有应用背景的实例。此外，还专门介绍数学建模的初步知识，用以了解运用数学思想、方法和知识解决实际问题的全过程，感受数学的实用价值。

三、适当介绍有关的数学史实，努力体现人文精神

数学家莱布尼茨（G. W. Leibniz，1646—1716）指出："知道重大发明特别是那些绝非偶然的、经过深思熟虑而得到的重大发明的真正起源是很有益的。这不仅在于历史可以给每一个发明者以应有的评价，从而鼓舞其他人去争取同样的荣誉，而且还在于通过一些光辉的范例可以促进发现的艺术，揭示发现的方法。"

数学的发展绝不是一帆风顺的，在更多的情况下，是充满犹豫、徘徊，要经历艰难曲折。了解数学创造的真实过程，能使我们从前人的探索与奋斗中汲取教益，获得鼓舞，从而提高创新的胆识。

四、学以致用，努力建立大学数学教学与小学数学教学的联系

我们知道，任何知识只有用较高的观点来审视，才能看清它的本质。学习高等数学的思想、方法，可以帮助我们居高临下地分析、处理好小学数学和自然常识教材和教学中遇到的一些数学问题。例如，在小学数学教学中遇到有关圆周率的来源、循环小数化分数的原理等问题时，要用到"以直代曲"、"从有限认识无限"等思想、方法。事实上，在小学数学应用题的教学时，已经用到了数学建模的方法，书中一些可供小学生进行自主探索的问题中，还渗透着函数的思想。本书抛砖引玉，期望通过学习，能达到学以致用的目的。

作者感谢高等教育出版社为这本书的出版所做的许多工作。

限于水平，缺点错误难免，恳请读者批评指正。

编者

2007 年 2 月

目 录

第五章 不 定 积 分

第六章 定 积 分

第一章

函　　数

本章学习提要

- 函数的概念、性质与运算
- 初等函数
- 函数模型及其应用

由于工业生产和科学技术自身发展的需要，到了 16 世纪，对运动与变化的研究已成了自然科学的中心问题. 例如，测定船舶位置的问题要求准确地研究天体运行的规律，根据炮弹的速度要求推测它能达到的高度和射程等等，都向数学提出了新的要求，从而导致了新的数学工具——变量数学的产生. 变量数学的第一个里程碑是解析几何的发明，解析几何是代数与几何相结合的产物，它将变量引进了数学，使运动与变化的定量表述成为可能，从而为微积分的创立搭起了舞台. 函数（function）一词最初是由德国数学家莱布尼茨（G. W. Leibniz，1646—1716）在 1692 年使用. 1859 年我国清代数学家李善兰（1811—1882）第一次将“function”译成函数. 1734 年瑞士数学家欧拉（L. Euler，1707—1783）引入了函数符号 $f(x)$，并称变量的函数是一个解析表达式，认为函数是由一个公式确定的数量关系，当时的函数概念仍然比较模糊. 直到 1837 年，德国数学家狄利克雷（P. G. L. Dirichlet，1805—1859）提出：“如果对于 x 的每一个值，y 总有一个完全确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数.”这个定义才较清楚地说明了函数的内涵，函数 $y=f(x)$ 是 x 与 y 之间的一种对应，不管其对应法则是公式、图象、表格还是其他形式. 19 世纪 70 年代以后，随着集合概念的出现，函数概念又进而用更严谨的集合和对应的语言表述，这就是本章学习的函数概念.

函数是现代数学的基本概念之一，是高等数学主要的研究对象之一，它是进一步学习微积分的基础. 本章将在中学数学关于函数知识的基础上，对函数的概念、性质与运算等进行研究，并对初等函数作概括的介绍，最后，通过多种函数模型介绍一些函数的应用，从中了解什么是数学建模以及数学建模的一般过程.

一　函数的概念、性质与运算

1.1　常量与变量

我们在日常生活和生产实践中，经常会遇到各种不同的量，如物理学中的质量、温度、时间、速度、加速度、力等等，其中有些量在所研究的过程中，其数值保持不变，这种量叫做常量. 有些量在所研究的过程中，其数值是不断变化的，可以取不同的数值，这种量叫做变量.

例如，在自由落体运动中，落体的质量 m 和重力加速度 g 保持不变，m，g 就是常量；而落体的速度 v、所经过的路程 s 和下落的时间 t 都是不

断变化的，v，s，t 都是变量.

通常，我们用字母 a，b，c，…表示常量，用字母 x，y，t，…表示变量.

一个量是常量还是变量并不是绝对的，而是相对于某一过程而言的. 例如，上面提到的自由落体运动，在小范围内，g 可以看作是常量；而在大范围内，如发射人造卫星的过程，就要考虑 g 的差异，这时 g 就是变量. 又如，火车行驶的速度，在起步阶段和刹车阶段是变化的，因而在该过程中是变量；而在正常行驶阶段，变化很小，速度相对地看作是不变的量，因而是常量.

任何一个变量都有一定的变化范围，变量的变化范围可以用数集（即元素为数的集合）来表示. 下面是几个常用的数集：

正整数集（记作 $\mathbf{N}_+$），整数集（记作 $\mathbf{Z}$），

有理数集（记作 $\mathbf{Q}$），实数集（记作 $\mathbf{R}$）.

如果变量的变化是连续的，通常还可用区间表示. 区间分有限区间和无限区间两种.

有限区间指介于两个实数之间的一切实数所组成的数集，这两个实数叫做区间的端点，区间的端点可以包含在所论及的区间之内，也可以不包含在所论及的区间之内.

设 a，b 为两个实数，且 $a<b$. 有限区间有如下四种：

（1）满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的一切实数 x 所组成的数集叫做闭区间，记作 $[a, b]$，左、右端点 a，b 都包含在区间内.

（2）满足不等式 $a<x<b$ 的一切实数 x 所组成的数集叫做开区间，记作 (a, b)，左、右端点 a，b 都不包含在区间内.

（3）满足不等式 $a<x\leqslant b$ 的一切实数 x 所组成的数集叫做半开区间，记作 $(a, b]$，左端点 a 不包含在区间内，而右端点 b 包含在区间内.

（4）满足不等式 $a\leqslant x<b$ 的一切实数 x 所组成的数集叫做半开区间，记作 $[a, b)$，左端点 a 包含在区间内，而右端点 b 不包含在区间内.

以上四种有限区间用数轴来表示，如图 1－1 所示.

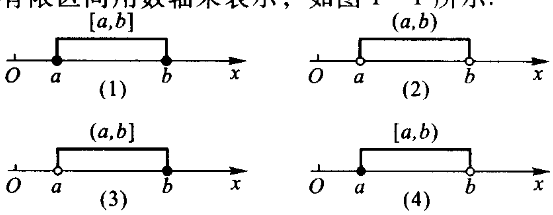

图 1－1

无限区间表示大于或小于、不大于或不小于某个实数所组成的数集，或者全体实数所组成的数集.

设 a，b 为实数，无限区间有如下五种：

（1）满足不等式 $x \geqslant a$ 的一切实数 x 所组成的数集，用区间表示成 $[a, +\infty)$，左端点 a 包含在区间内.

（2）满足不等式 $x > a$ 的一切实数 x 所组成的数集，用区间表示成 $(a, +\infty)$，左端点 a 不包含在区间内.

（3）满足不等式 $x \leqslant b$ 的一切实数 x 所组成的数集，用区间表示成 $(-\infty, b]$，右端点 b 包含在区间内.

（4）满足不等式 $x < b$ 的一切实数 x 所组成的数集，用区间表示成 $(-\infty, b)$，右端点 b 不包含在区间内.

（5）满足不等式 $-\infty < x < +\infty$ 的一切实数 x 所组成的数集，即全体实数组成的数集用区间表示成 $(-\infty, +\infty)$.

注意：$+\infty$ 和 $-\infty$ 分别读作“正无穷大”和“负无穷大”. 它们不是数，仅仅是记号.

以上五种无限区间用数轴来表示，如图 1-2 所示.

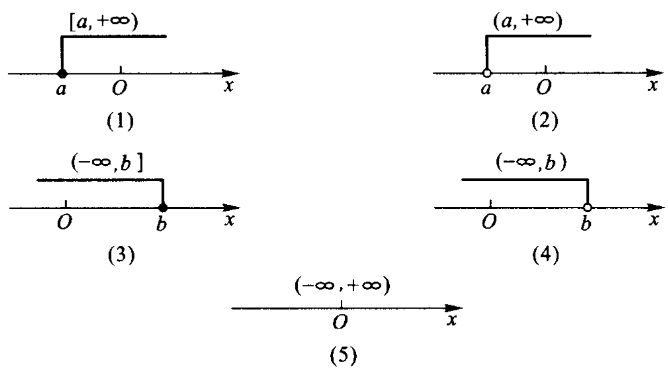

图 1-2

例 1.1 解下列不等式，并将解集用区间记号表示：

（1）$2x-1>x+1$；（2）$|x-3|<1$；（3）$|x-2| \geqslant 1$.

解 （1）显见，不等式的解集为 $x>2$，用区间记号表示为 $(2, +\infty)$.

（2）由原不等式得 $-1<x-3<1$，它的解集为 $2<x<4$，用区间记号表示为 $(2, 4)$.

（3）原不等式等价于

$$x-2\geqslant 1 \quad 或 \quad x-2\leqslant -1,$$

所以，不等式的解集为 $\{x|x\geqslant 3$ 或 $x\leqslant 1\}$，用区间记号表示为 $[3,+\infty)\cup(-\infty,1]$①.

当我们研究函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 附近的形态（例如，做变速直线运动的物体在某一时刻 t_0 的速度等）时，还需要引进邻域的概念，它是由某点附近的所有的点组成的集合. 设 $\delta>0$，以点 x_0 为中心，δ 为半径的开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 称为点 x_0 的 δ 邻域（如图 1－3 所示），即

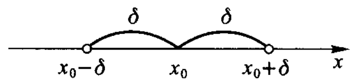

图 1－3

$$(x_0-\delta,x_0+\delta)=\{x|x_0-\delta<x<x_0+\delta\}$$
$$=\{x||x_0-\delta|<\delta\}.$$

1.2　函数的概念

在具体问题中出现的变量往往不止一个，而且这些变量之间也不是彼此独立的，而是互相联系，互相制约的，当一个变量变化时，会引起另一个变量按一定的规律变化.

例如，在初速度为零的自由落体运动中，路程 s 和时刻 t 都是变量，它们的变化并不是独立的，而是互相联系的. 当 t 变化时，会引起 s 的相应变化，联系它们之间变化的对应规律是

$$s=\frac{1}{2}gt^2,$$

其中 $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$ 是常量.

根据上述规律，对于下落过程中的每一个时刻 t，都有确定的路程 s 与之相对应.

例如当 $t=1$ s 时，

$$s=\frac{1}{2}\cdot g\cdot 1^2=4.9\ \mathrm{m};$$

当 $t=2$ s 时，

$$s=\frac{1}{2}\cdot g\cdot 2^2=19.6\ \mathrm{m}.$$

从上面这个例子可知，在具体变化过程中，两个变量（如 t，s）的变化是互相联系，互相依赖的. 当一个变量（如 t）的值确定时，另一个

① 由集合 A 和 B 的所有元素组成的集合称为集合 A 和 B 的并集，记作 $A\cup B$.