大学物理学习指导

DAXUE WULI XUEXI ZHIDAO

主 编 赵文辉 姜 宇 麻文军 姜海丽
主 审 赵言诚 孙秋华

哈尔滨工程大学出版社

大学物理学习指导

主编　赵文辉　姜　宇　麻文军
　　　姜海丽
主审　赵言诚　孙秋华

哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书是配合哈尔滨工程大学出版社出版的《简明大学物理教程》(上、下册)而编写的辅导用书。

书中对教材各章的知识要点作了系统的归纳和总结,对课后习题作了全面的解答,并配以各部分典型例题,使学生加深对物理内容的理解和掌握。本书是工科院校本科生的重要参考书,也可以作为教师及各类工程技术人员和自学者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导/赵文辉编.—哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2007.2
ISBN 978-7-81073-941-2

Ⅰ.大… Ⅱ.赵… Ⅲ.物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 017663 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开　　本 787mm×960mm 1/16
印　　张 12.75
字　　数 235 千字
版　　次 2007 年 2 月第 1 版
印　　次 2007 年 2 月第 1 次印刷
印　　数 1—2 200 册
定　　价 25.00 元
http://press.hrbeu.edu.cn
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前言

本书是与赵文辉、麻文军等主编的教材《简明大学物理教程》(上、下册)配套的学习指导书。本书内容与原教材相对应,每章内容包括知识要点,典型例题,书后习题解答等三部分。

书中内容紧密结合教材,突出重点,详略得当。知识要点对物理学中的基本概念、基本定理与定律作了系统归纳,并把学习中常见的典型题进行分类和解答。旨在帮助读者掌握课程的重点和难点,提高课程学习水平。课后习题解答给出了详细的解题过程,使学生熟悉整个解题思路,答题过程和技巧。

本书第 1 章至第 5 章由赵文辉、姜宇、孙秋华编写,第 6 章到第 11 章由麻文军、姜海丽、赵言诚编写。

由于编者水平有限及时间仓促,书中有不妥之处在所难免,望广大读者批评指正。

编　者

2007 年 1 月

目录
CONTENTS

第一部分　质点力学基本内容及习题解答 …… 1
一、基本概念 …… 1
二、基本定律和定理 …… 2
三、基本运算和典型例题 …… 3
第 1 章　习题解答 …… 8
第二部分　刚体定轴转动基本内容及习题解答 …… 25
一、基本概念 …… 25
二、基本定律和定理 …… 26
三、基本运算和典型例题 …… 26
第 2 章　习题解答 …… 32
第三部分　机械振动与机械波基本内容及习题解答 …… 44
一、基本概念 …… 44
二、基本运算和典型例题 …… 44
第 3 章　习题解答 …… 52
第四部分　波动光学基本内容及习题解答 …… 64
一、基本概念 …… 64
二、基本定律和定理 …… 64
三、基本运算和典型例题 …… 64
第 4 章　习题解答 …… 69
第五部分　静电场基本内容及习题解答 …… 87
一、基本概念 …… 87
二、基本定律、定理和公式 …… 87
三、典型例题 …… 88
第 5 章　习题解答 …… 95
第六部分　稳恒磁场基本内容及习题解答 …… 113
一、基本概念 …… 113
二、基本定律和定理 …… 113

CONTENTS

三、基本运算和典型例题 …… 114
第 6 章 习题解答 …… 121
第七部分 电磁感应基本内容及习题解答 …… 135
一、基本概念 …… 135
二、基本定律和定理 …… 135
三、基本运算和典型例题 …… 136
第 7 章 习题解答 …… 141
第八部分 热学基本内容及习题解答 …… 153
一、气体理论基本概念、定律和定理 …… 153
二、热力学基本概念、定律和定理 …… 154
三、基本运算和典型例题 …… 155
第 8 章 习题解答 …… 158
第 9 章 习题解答 …… 166
第九部分 狭义相对论与量子力学基础基本内容及习题解答 …… 178
一、狭义相对论基本概念及定律 …… 178
二、量子力学基础基本概念及定律 …… 179
三、基本运算和典型例题 …… 180
第 10 章 习题解答 …… 183
第 11 章 习题解答 …… 187

第一部分　质点力学基本内容及习题解答

一、基本概念

1.参考系:描述物体运动时作参考的其他物体和一套同步的钟。

2.运动方程:表示质点位置随时间变化的函数。

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

3.描述物体运动状态及运动状态改变的物理量

①位置矢量(描述质点空间位置的物理量)

在直角坐标系中可表示为:

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

②位移(描述位置变化大小和方向的物理量)

在直角坐标系中可表示为:

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$$

③速度(表示质点空间位置变化快慢的物理量)

在直角坐标系中可表示为:

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

④加速度(表示速度变化快慢的物理量)

在直角坐标系中可表示为:

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

4.描述物体作圆周运动时运动状态及运动状态改变的物理量

①角位置(描述物体空间位置的物理量)

$$\theta=\theta(t)$$

②角位移(描述位置变化大小和方向的物理量)

$$\Delta\theta=\theta(t_2)-\theta(t_1)$$

③角速度(表示质点空间位置变化快慢的物理量)

$$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

④角加速度(表示速度变化快慢的物理量)

$$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

5. 自然坐标系中的加速度

$$\boldsymbol{a}=a_t\boldsymbol{t}+a_n\boldsymbol{n}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{t}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$$

6. 功(描述力对空间积累的物理量)

$$W=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

7. 冲量(描述力对时间积累的物理量)

$$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$$

8. 描述物体状态函数的物理量

①动能(由物体运动状态决定的物理量)

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

②动量(由物体运动状态决定的物理量)

$$\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$$

③势能(由物体间的相对位置决定的物理量)

$$\begin{cases}E_p=mgh\\ E_p=\dfrac{1}{2}kx^2\\ E_p=-G\dfrac{Mm}{r}\end{cases}$$

二、基本定律和定理

1. 牛顿运动定律

①第一定律:任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态,直到受到力的作用迫使它改变这种状态为止。

②第二定律:在受到外力作用时,物体所获得的加速度的大小与外力成正比,与物体的质量成反比;加速度的方向与外力的矢量和的方向相同。

$$\boldsymbol{a}=\frac{\boldsymbol{F}}{m}$$

在直角坐标系中

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{F_x}{m} \\ a_y = \dfrac{F_y}{m} \\ a_z = \dfrac{F_z}{m} \end{cases}$$

在自然坐标系中

$$\begin{cases} a_t = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \\ a_n = \dfrac{v^2}{\rho} \end{cases}$$

③第三定律：两个物体之间对各自对方的相互作用总是相等的，而且指向相反的方向。

$$\boldsymbol{F}_{12} = -\boldsymbol{F}_{21}$$

2.动能定理：合外力对质点所做的功等于质点动能的增量。

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

3.功能原理：质点系在运动过程中，它所受外力的功与系统内非保守力的功的总和等于质点系的机械能的增量。

$$W_{外} + W_{内非} = E_2 - E_1$$

4.机械能守恒定律：在只有保守内力做功的情况下，质点系的机械能保持不变。

$$E_2 = E_1$$

5.动量定理：质点所受合外力的冲量，等于该质点动量的增量。

$$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}_{外}\,\mathrm{d}t = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1$$

6.动量守恒定律：一个质点系所受的合外力为零时，这一质点系的总动量就保持不变。

$$\sum m_i \boldsymbol{v}_{i0} = \sum m_i \boldsymbol{v}_i$$

三、基本运算和典型例题

1.已知运动方程求相应物理量

例 1　有一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$（SI）。试

求:(1)第2秒内的平均速度;(2)第2秒末的瞬时速度;(3)第2秒内的路程。

解 (1)
$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=-0.5\ \text{m/s}$$

(2)
$$v=\frac{dx}{dt}=9t-6t^2$$

$$v(2)=-6\ \text{m/s}$$

(3)
$$S=|x(1.5)-x(1)|+|x(2)-x(1.5)|=2.25\ \text{m}$$

例2 一质点沿半径为 R 的圆周运动,质点所经过的弧长与时间的关系为 $S=bt+\frac{1}{2}ct^2$,其中 b、c 是大于零的常量,求从 $t=0$ 开始到切向加速度与法向加速度大小相等时所经历的时间。

解
$$v=\frac{dS}{dt}=b+ct$$

$$a_t=\frac{dv}{dt}=c,\quad a_n=\frac{(b+ct)^2}{R}$$

根据题意:
$$a_t=a_n$$

即
$$c=\frac{(b+ct)^2}{R}$$

解得

$$t=\sqrt{\frac{R}{c}}-\frac{b}{c}$$

2.已知某些条件给出运动方程

例3 一质点沿 x 轴运动,其加速度为 $a=4t$ (SI),已知 $t=0$ s时,质点位于 $x=10$ m处,初速度 $v=0$ m/s。试求该质点的运动方程。

解
$$a=\frac{dv}{dt}=4t,\quad dv=4t\,dt$$

积分
$$\int_0^v dv=\int_0^t 4t\,dt,\quad v=2t^2$$

又
$$v=\frac{dx}{dt}=2t^2,\quad \int_{10}^x dx=\int_0^t 2t^2\,dt$$

$$x=\frac{2}{3}t^3+10\quad (\text{SI})$$

例4 由楼窗口以水平初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 射出一发子弹,取枪口为原点,沿 $\boldsymbol{v}_0$ 方向为 x 轴,竖直向下为 y 轴,并取发射时刻 t 为0,试求:

(1)子弹的运动方程及轨迹方程;

(2)子弹在 t 时刻的速度，切向加速度和法向加速度。

解 (1) $x = v_0 t$, $y = \frac{1}{2}gt^2$

轨迹方程是

$$y = \frac{1}{2}x^2 g/v_0^2$$

(2) $v_x = v_0$, $v_y = gt$

速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

方向为：与 x 轴夹角

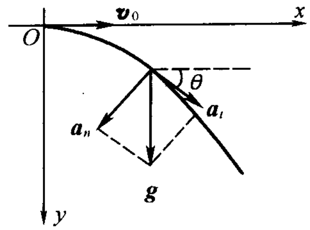


图 1-1

$$\theta = \tan^{-1}\frac{gt}{v_0}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = g^2 t/\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

与 $\boldsymbol{v}$ 同向。

$$a_n = (g^2 - a_t^2)^{\frac{1}{2}} = v_0 g/\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

方向与 $\boldsymbol{a}_t$ 垂直。

3. 利用牛顿定律解决问题

例 5 如图 1-2 所示，绳 CO 与竖直方向成 30°角，O 为一定滑轮，物体 A 与 B 用跨过定滑轮的细绳相连，处于平衡状态。已知 B 的质量为 10 kg，地面对 B 的支持力为 80 N。若不考虑滑轮的大小，求：

(1)物体 A 的质量。

(2)物体 B 与地面的摩擦力。

(3)绳 CO 的拉力。(取 $g = 10\ \text{m/s}^2$)

解 各物体示意图如图(a)、(b)、(c)所示。

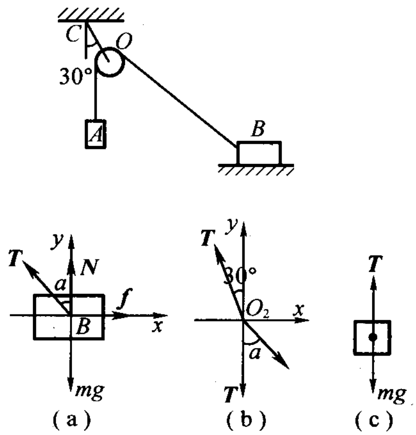


图 1-2

对 B 有

$$f - T_1 \sin\alpha = 0 \qquad (1)$$

$$N + T_1 \cos\alpha - m_B g = 0 \qquad (2)$$

对 O 有

$$T_1\sin\alpha - T_2\sin30° = 0 \tag{3}$$

$$T_2\cos30° - T_1\cos\alpha - T_1 = 0 \tag{4}$$

对 A 有

$$T_1 - m_A g = 0 \tag{5}$$

由(1)(2)(3)(4)(5)及 $m_B = 10\ \text{kg}, N = 80\ \text{N}$,解出 $\alpha = 60°$

$$m_A = 4\ \text{kg}$$

$$f = 34.6\ \text{N}$$

$$T_2 = 69.3\ \text{N}$$

例 6 在光滑的水平面上,固定平放如图 1-3 所示的半圆形挡板 S,质量为 m 的滑块以初速度 v_0 沿切线方向进入挡板内,滑块与屏间的摩擦系数为 μ。求:滑块沿挡板运动时任一时刻的速度 v 及路程 S。

解 建立自然坐标系,受力分析如图所示

$$\begin{cases} N = m\dfrac{v^2}{R} \\ -f = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\mu N \end{cases}$$

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\mu\frac{v^2}{R} \qquad \int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v^2} = \int_0^t -\frac{\mu}{R}\mathrm{d}t$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{Rv_0}{R+\mu v_0 t}\boldsymbol{\tau} \qquad \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{Rv_0}{R+\mu v_0 t}$$

$$s = \frac{R}{\mu}\ln\left(1+\frac{\mu v_0}{R}t\right)$$

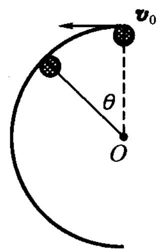


图 1-3

4.质点力学的综合问题

例 7 质量为 m 的物体 A(体积不计),以速度 v_0 在光滑平台 C 上运动并滑到与平台等高的、静止的、质量为 M 的平板车 B 上,A、B 间的摩擦系数为 μ。设平板小车可在光滑的平面 D 上运动,如图 1-4 所示。要使 A 在 B 上不滑出去,则平板小车的长度 l 至少为多少?

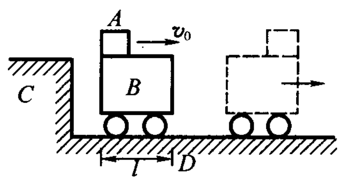


图 1-4

解 设 A 相对于 B 的加速度为 a',则 l 至少必须有

$$0 - v_0^2 = 2a'l \tag{1}$$

A 对地面参考系的加速度为

$$a = a_M + a'$$

对 A 用牛顿第二定律

$$-\mu mg = m(a' + a_M) \tag{2}$$

式中 a_M 是平板车对地面的加速度,对平板车 B 有

$$\mu mg = Ma_M \tag{3}$$

联立解出

$$l = \frac{v_0^2}{2\mu g(1 + m/M)}$$

例 8 一光滑半球面固定于水平地面上,今使一小物块从球面顶点几乎无初速度地滑下,如图1-5所示。求物体脱离球面处的半径与竖直方向的夹角。

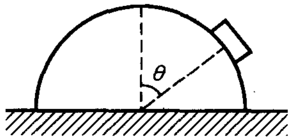


图 1-5

解 根据牛顿第二定律,小物体尚在球面上时,

$$mg\cos\theta - N = \frac{mv^2}{R}$$

小物体脱离球面时刻,$N = 0$,因而有

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R} \tag{1}$$

由机械能守恒定律,得

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR(1 - \cos\theta) \tag{2}$$

(1)、(2)联立解得

$$\cos\theta = \frac{2}{3}, \quad \theta = \cos^{-1}\frac{2}{3}$$

例 9 质量为 M 的人,手执一质量为 m 的物体,以与地平线成 α 角的速度 v_0 向前跳去。当他达到最高点时,将物体以相对于人的速度 u 向后平抛出去。试问:由于抛出该物体,此人跳的水平距离增加了多少?(略去空气阻力不计)

解 人到达最高点时,只有水平方向速度 $v = v_0\cos\alpha$,此人于最高点向后抛出物体 m。设抛出后人的速度为 v_1,取人和物体为一系统,则该系统水平方向的动量守恒。即

$$(M + m)v = Mv_1 + m(v_1 - u)$$

$$v_1 = v + mu/(M + m)$$

由于抛出物体而引起人在水平方向的速度增量为

$$\Delta v = v_1 - v = \frac{mu}{M + m}$$

因为人从最高点落到地面的时间为

$$t = v_0 \sin\alpha / g$$

故跳的水平距离增加量为

$$\Delta x = t\Delta v = \frac{muv_0 \sin\alpha}{(m+M)g}$$

例 10 如图 1－6 所示，将一块质量为 M 的光滑水平板 PQ 固结在劲度系数为 k 的轻弹簧上。质量为 m 的小球放在水平光滑桌面上，桌面与平板 PQ 的高度差为 h。现给小球一个水平初速 $\boldsymbol{v}_0$，使小球落到平板上与平板发生弹性碰撞。求弹簧的最大压缩量是多少？

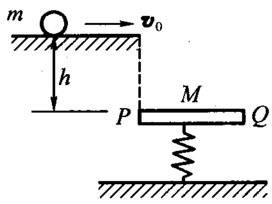


图 1－6

解 小球刚要与 PQ 碰撞时的速度为：

竖直方向： $v_y = \sqrt{2gh}$

水平方向： $v_x = v_0$

以小球和平板为一系统，对这一碰撞，可应用动量守恒与动能守恒定律，即

$$mv_y = Mv + mv' \tag{1}$$

$$\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{2}mv_x^2 \tag{2}$$

上两式中，v 和 v' 分别为平板和小球刚碰撞后的竖直方向速度分量。由于 PQ 光滑，碰撞后小球的水平方向速度分量仍为 v_x。解(1)、(2)两式可得

$$v = 2m\sqrt{2gh}/(M+m)$$

碰撞结束后，弹簧继续压缩，以木板、弹簧、地球为一系统，机械能守恒。设木板初始位置为重力势能零点，弹簧处于自由状态时为弹性势能零点。则从弹簧开始继续压缩到压缩量增加 y 而停止时，有

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}k(\Delta y_0)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta y_0 + \Delta y)^2 - Mg\Delta y$$

且 $\Delta y_0 = \dfrac{Mg}{k}$。由此可解得弹簧最大压缩量为

$$\Delta y_{\max} = \Delta y_0 + \Delta y = \frac{Mg}{k} + \frac{2m}{M+m}\sqrt{\frac{2ghM}{k}}$$

第 1 章　习题解答

1－1　木星的一个卫星上面的路玑火山喷发的岩块上升高度可达 200 km，这

些石块的喷出速度是多大?

解 $v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times1.80\times200\times10^3}=849\ \mathrm{m/s}$

1－2　质点在 xOy 平面内运动,运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$ (SI)。试求:

(1)质点运动的轨道方程并图示之;

(2)计算 1～2 s,2～3 s 时间内的位移、平均速度和平均加速度;

(3)计算 2 s 时刻的速度和加速度;

(4)何时质点离原点最近?计算这一最近距离。

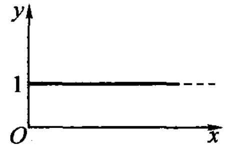


图 1－7

解　(1)其轨道方程为$\begin{cases}x\geqslant0\\y=1\end{cases}$,如图 1－7 所示。

(2)在 1～2 s 内

$$\Delta\boldsymbol{r}_2=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=2\boldsymbol{i}\ \mathrm{m}$$

$$\bar{\boldsymbol{v}}_2=\frac{\Delta\boldsymbol{r}_2}{\Delta t}=2\boldsymbol{i}\ \mathrm{m/s}$$

$$\bar{\boldsymbol{a}}_2=\frac{\Delta\boldsymbol{v}_2}{\Delta t}=0\ \mathrm{m/s^2}$$

在 2～3 s 内

$$\Delta\boldsymbol{r}_3=\boldsymbol{r}_3-\boldsymbol{r}_2=2\boldsymbol{i}\ \mathrm{m}$$

$$\bar{\boldsymbol{v}}_3=2\boldsymbol{i}\ \mathrm{m/s}$$

$$\bar{\boldsymbol{a}}_3=0\ \mathrm{m/s^2}$$

(3)2 s 时

$$\boldsymbol{v}_2=\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=2}=2\boldsymbol{i}\ \mathrm{m/s}$$

$$\boldsymbol{a}_2=\left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=2}=0\ \mathrm{m/s^2}$$

(4)当 $t=0$ 时距原点最近,最近距离为 1 m。

1－3　路灯距地面的高度为 h,一个身高为 l 的人在灯下以匀速度 v_0 沿直线行走,如图所示。求:

(1)人影中头顶的移动速度;

(2)影子长度增长的速率。

解　以灯所在处的地面为坐标原点水平向左为 x 轴正方向,设影子头部的坐标为 x,人的坐标为 x',如图 1－8 所示,则有

$$\frac{l}{h} = \frac{x - x'}{x}$$

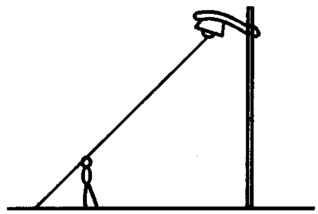
即
$$x = \frac{h}{h - l}x'$$

(1)影子头部的速度大小

$$v_1 = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{h}{h - l}\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} = \frac{h}{h - l}v_0$$

(2)影子长度增长的速率

$$v_2 = \frac{\mathrm{d}(x - x')}{\mathrm{d}t} = \frac{l}{h}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{l}{h - l}v_0$$



习题 1-3 图

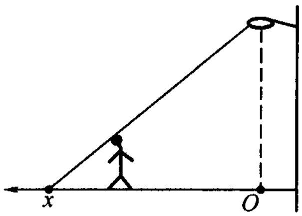


图 1-8

1-4 一质点沿 x 轴运动,其加速度 a 与位置坐标的关系为 $a = 2 + 6x^2$(SI)。若质点在原点处的速度为零,试求其在任意位置处的速度。

解 由

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

有

$$v\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = 2 + 6x^2$$

即

$$v\mathrm{d}v = (2 + 6x^2)\mathrm{d}x$$

两边积分

$$\int_0^v v\mathrm{d}v = \int_0^x (2 + 6x^2)\mathrm{d}x$$

得

$$\frac{1}{2}v^2 = 2x + 2x^3$$

$$v = 2\sqrt{x + x^3} \quad (-2\sqrt{x + x^3}\text{舍去})$$

1-5 一艘正在行驶的电艇,在发动机关闭后有一个与它速度方向相反的加速度,其大小与它的速度平方成正比,即$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv^2$,式中 k 为常数。试证明:电艇关闭发动机后行驶 x 距离时的速度为 $v = v_0\mathrm{e}^{-kx}$,其中 v_0 是关闭发动机时电艇的速度。

解

$$\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}v=-kv^2$$

即

$$\frac{dv}{v}=-k dx$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=\int_0^x -k dx$$

得

$$v=v_0 e^{-kx}$$

1－6　一质点以 πm/s 的匀速率作半径为 5 m 的圆周运动，试求：质点在 1～5 s 时间内位移的大小和路程。

解　此质点圆周运动的周期

$$T=\frac{2\pi\times 5}{\pi}=10 \text{ s}$$

1～5 s 内质点运动了$\frac{4}{10}$个周期，旋转了$\frac{4}{5}\pi$ rad，其运动的位移大小为

$$\Delta r=2\times 5\times\sin\frac{4}{5}\pi=10\sin\frac{4}{5}\pi=5.88 \text{ m}$$

路程大小为

$$S=5\times\frac{4}{5}\pi=4\pi \text{ m}$$

1－7　一质点从静止出发沿半径为 $R=1$ m 的圆周运动，其角加速度随时间的变化规律是 $\beta=12t^2-6t$。试求：

(1)质点在任意时刻的速度和角速度；

(2)任意时刻质点的法向加速度。

解　(1)

$$\omega=\int_0^t\beta dt=4t^3-3t^2 \text{ rad/s}$$

$$v=\omega R=4t^3-3t^2 \text{ m/s}$$

(2)

$$a_\tau=\frac{dv}{dt}=12t^2-16t \text{ m/s}^2$$

$$a_n=\frac{v^2}{R}=16t^6-24t^5+9t^4 \text{ m/s}^2$$

1－8　由楼窗口以水平初速度 v_0 射出一发子弹，求：

(1)子弹在任意时刻的位置及轨迹方程；

(2)子弹在任意时刻的速度、切向加速度和法向加速度；