

高等数学 线性代数 概率统计

试卷汇解

彭玉芳 主编 宣立新 彭延铭 副主编

GAODENG SHUXUE
ZHUANXING DAISHU
GAILU TONGJIL
SHIJIUAN HUIJIE

立信会计出版社

高等数学 线性代数 概率统计

试题汇编

编委会 主编 董文彬 副主编 郭玉清

内容简介
本书汇集了
历年来的
高等数学
线性代数
概率统计
试题汇编
以供参考

清华大学出版社

高等数学 线性代数

概率统计 试卷汇解

主 编 彭玉芳

副主编 宣立新 彭延铭

立信会计出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学线性代数概率统计试卷汇解/彭玉芳主编.
上海:立信会计出版社,1999.12
ISBN 7-5429-0693-3

I. 高... II. 彭... III. ①高等数学-试题-汇编
②线性代数-试题-汇编③概率论-试题-汇编;数理统计-
试题-汇编 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 55347 号

立信会计出版社出版发行
(上海中山西路 2230 号 邮政编码 200233)

出版人 陈惠丽

新华书店经销

武进市第三印刷厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 11.375 字数 278000

1999 年 12 月第 1 版 1999 年 12 月第 1 次印刷

印数 1-3000 定价:20.00 元

前 言

《高等数学 线性代数 概率统计 试卷汇解》是由普通高等工程专科高等数学课程教学委员会(以下简称高工专数学课委会)组织编写的,其目的是为了更好地区领会和执行 1996 年原国家教委公布的《高等工程专科数学课程教学基本要求》。全书包括 120 套试卷及答案,其中高等数学(上)、(下)各 40 套,线性代数、概率统计各 20 套。

1996 年高工专数学课委会在原国家教委的直接领导下,对原教学基本要求进行了修改和审定。新的教学基本要求已由高等教育出版社正式出版发行。为了广泛宣传新的数学教学基本要求,使之在教学中发挥应有的指导作用,高工专数学课委会组成了专门的编写组,由课委会主任彭玉芳教授任主编,宣立新教授、彭延铭副教授任副主编。高等数学(上册)试卷及解答由彭延铭副教授编写,高等数学(下册)试卷及解答由宣立新教授编写,线性代数试卷及解答由沈亦一老师编写,概率统计试卷及解答由华玉弟老师编写。彭玉芳教授对全书进行了总体设计统编定稿。这项工作得到了全国很多高等工程专科院校的积极响应和支持,他们提供了大量的第一手资料,这些资料都是从各院校所采用过的较为成熟的试卷中精心挑选出来的。试卷编写组以新的数学教学基本要求为标准,对收到的几百套试卷进行细致的筛选、调整 and 重新编排并作出解答。

本书内容丰富,实用性强。可作为高等工程专科院校、高职院校、职工大学的教师和学生的教学参考书,也可作为自学考试的复

习资料。对于教师领会和掌握新的基本要求,把握数学试题的范围和难度将起到十分积极的作用。本书可与高工专数学课委会统编教材配套使用,该教材由高等教育出版社出版。其中《线性代数》(彭玉芳等编著)和《概率统计》(常柏林等编著)获第三届国家教委优秀教材一等奖。《试卷汇解》对于高等工程专科院校、高职院校和职工大学的教学质量检查和评估有着重要的指导和借鉴作用。

鉴于本书急于提供使用,编写时间不够从容,缺点、错误在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

1999年10月

目 录

高等数学(上册)试卷.....	1
高等数学(上册)试卷答案	86
高等数学(下册)试卷.....	111
高等数学(下册)试卷答案.....	206
线性代数试卷.....	236
线性代数试卷答案.....	283
概率统计试卷.....	300
概率统计试卷答案.....	344

高等数学(上册)试卷一

一、单项选择题(每题3分,共9分)

1. 函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处可导是 $f(x)$ 在 x_0 处连续的_____条件。

- (A) 充分; (B) 必要;
(C) 充要; (D) 既不充分也不必要。

2. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处导数 $f'(x_0)$ 是_____。

- (A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$;
(B) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$;
(C) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}$;
(D) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x}$ 。

3. 在 (a, b) 内, $f(x), g(x)$ 可导, 且 $f'(x) = g'(x)$, 那么_____。

- (A) $f(x) = g(x)$; (B) $f(x) = g(x) + C$;
(C) $f(x) = g(x) = R$ (常数);
(D) 不能确定 $f(x)$ 与 $g(x)$ 之间的关系。

二、填空(每题3分,共6分)

1. 设 $\Phi(x) = \int_{x^3}^5 \sqrt{1+t^2} dt$, 则 $\Phi'(1) =$ _____。

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小 $1 - \sqrt{1-x}$ 是较 x 的_____无穷小。

三、求极限(每题4分,共12分)

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x}}{\cos x};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right);$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+8}{x-2} \right)^x.$$

四、求导数或微分(每题4分,共16分)

$$1. \text{ 已知 } \sin(xy) - \ln \frac{x+1}{y} = 1, \quad \text{求 } \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0};$$

$$2. y = \sqrt{x + \sqrt{x}} + \sqrt{1-x^2} \arcsin x, \quad \text{求 } dy;$$

$$3. \text{ 已知 } \begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}, \quad \text{求 } \frac{dy}{dx} \Big|_{t=\frac{\pi}{2}};$$

$$4. y = x \ln x, \text{ 求 } y^{(n)}.$$

五、求积分(每题5分,共20分)

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x}} dx;$$

$$2. \int x \sin 2x dx;$$

$$3. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx;$$

$$4. \int_0^2 \frac{dx}{(1-x)^2}.$$

六、解微分方程(共15分)

$$1. \text{ 求 } \begin{cases} y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \\ y|_{x=1} = 2 \end{cases} \text{ 的特解; } \quad (5 \text{ 分})$$

$$2. \text{ 求 } y'' - 4y' + 8y = 2e^x \cos x \text{ 的通解. } \quad (10 \text{ 分})$$

七、应用题(共22分)

1. 某厂生产电视机 x 台时的成本为 $C = 5000 + 250x - 0.01x^2$
收入是 $R = 400x - 0.02x^2$ 若生产的电视机都能及时售出,问生产多少台才能获得最大利润? (10分)

2. 曲线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 与 $x^2 + y^2 = 8$ 围成平面图形 D (在上半平面) 求:

(1) 面积 A ; (2) 边界周长 S ;

(3) 绕 X 轴旋转所得旋转体体积 V . (12分)

高等数学(上册)试卷二

一、单项选择题(每题3分,共9分)

1. 同一过程的两个无穷小量 α 与 β 之积 $\alpha\beta$ 与 α 或 β 相比是_____。

- (A) 高阶无穷小; (B) 同阶无穷小;
(C) 可能是高阶,也可能同阶无穷小;
(D) 与阶数较高的那个无穷小同阶。

2. 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 处有切线,则 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处_____。

- (A) 必有导数; (B) 不一定有导数;
(C) 没有导数存在。

3. 若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数,则 $\int 2^x f(2^x) dx =$ _____。

- (A) $F(2^x) + C$; (B) $F(\frac{2^x}{\ln 2}) + C$;
(C) $\ln 2 F(2^x) + C$; (D) $\frac{1}{\ln 2} F(2^x) + C$ 。

二、填空(每题3分,共6分)

1. 函数 $y = e^{\frac{1}{x}}$ 在点 $x = 0$ 处为第_____类间断点。
2. 函数 $f(x) = x^3$ 在区间 $[1, 2]$ 上满足拉格朗日定理,则在 $(1, 2)$ 内存在 $\xi =$ _____。

三、求极限(每题4分,共12分)

1. $\lim_{x \rightarrow -1} [1 + (x-1)^2]^{\frac{3}{(x-1)^2+1}}$; 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+e^x)}{\sqrt{2+x^2}}$;

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \frac{1}{x} \operatorname{arctg} x.$$

四、求导数或微分(每题4分,共16分)

$$1. y = \frac{1+x^2}{1-x^2} + e^{x^2} + \ln(e^2 + 1) \quad \text{求 } y';$$

$$2. y = \sec x^2 + \ln(\sin x) \quad \text{求 } dy;$$

$$3. \text{已知} \begin{cases} x = 2(\theta - \sin \theta) \\ y = 3(1 - \cos \theta) \end{cases} \quad \text{求 } \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2};$$

$$4. \text{已知 } xy = x - e^{xy} \quad \text{求 } \frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}.$$

五、求积分(每题5分,共20分)

$$1. \int \frac{dx}{1 - \cos x};$$

$$2. \int \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx;$$

$$3. \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}};$$

$$4. \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx.$$

六、解微分方程(共15分)

$$1. \text{求 } y' = 10^{x+y} \text{ 的通解; (5分)}$$

$$2. \text{求 } y'' - y' = 2x + 1 \text{ 的通解. (10分)}$$

七、应用题(共22分)

$$1. \text{计算由抛物线 } y^2 = x \text{ 与直线 } x = 2 \text{ 所围成平面图形的面积,} \\ \text{并计算该图形绕 } x \text{ 轴旋转一周所成旋转体体积; (10分)}$$

$$2. \text{列表讨论 } f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} (-\infty, +\infty) \text{ 的单调性,极值,凹} \\ \text{凸,拐点. (12分)}$$

高等数学(上册) 试卷三

一、单项选择题(每题 3 分,共 9 分)

- 如果 $f'(x_0) = \frac{1}{2}$, 则 $\Delta x \rightarrow 0$ 时函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的微分 dy 是_____。
 (A) Δx 的等阶无穷小; (B) Δx 的同阶无穷小;
 (C) 比 Δx 低阶的无穷小; (D) 比 Δx 高阶的无穷小。
- 若 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0$, 则 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处_____。
 (A) 不一定可导; (B) 一定可导; (C) 一定不可导。
- 设 $f(x)$ 为可导函数, 则_____。
 (A) $\int f(x) dx = f(x)$; (B) $\int f'(x) dx = f(x)$;
 (C) $(\int f(x) dx)' = f(x)$; (D) $(\int f(x) dx)' = f(x) + c$ 。

二、填充(每题 3 分,共 6 分)

- 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{2x} & x < 0 \\ (1 + ax)^{\frac{1}{x}} & x > 0 \end{cases}$ 如果 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 则 $a =$ _____。
- 若 $f'(x) = g'(x)$, 则 $f(x) - g(x) =$ _____。

三、求极限(每题 4 分,共 12 分)

- $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$; 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$; 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{2+x}\right)^x$ 。

四、求导数或微分(每题 4 分,共 16 分)

1. $y = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{4x - x^2}$ 求 y' ;

2. $\cos x + ye^x - xy^2 = 0$ 求 $y'|_{x=0}$;

3. $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctgt \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$; 4. $y = (\ln x)^x$ 求 dy .

五、求积分(每题 5 分,共 20 分)

1. $\int x \arctg x dx$;

2. $\int \frac{e^x(1+e^x)}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$;

3. $\int_{-1}^1 \left(\frac{x^3}{1+x^2} + \sqrt{1-x^2} \right) dx$;

4. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin^5 x}{(1+x^2)^3} + \sin^6 x \right) dx$

六、解微分方程(共 15 分)

1. 求 $e^{x+y}y' = 2x$ 的通解; (5 分)

2. 求 $y'' + 25y = 3\cos 5x$ 通解. (10 分)

七、应用题(共 22 分)

1. 求 $f(x) = \int_0^x [1 + \ln(1+x)] dx$ 在 $[0,1]$ 上的最大值和最小值; (10 分)

2. 求曲线 $y = 2\ln x, y = \ln(2x+3)$ 以及 x 轴所围成封闭图形的面积. (12 分)

高等数学(上册)试卷四

一、单项选择题(每题3分,共9分)

1. 设 α 与 β 是同一过程的无穷小量, 则 α 和 β 的关系是_____。

(A) 同阶无穷小; (B) 等阶无穷小;

(C) 一个是另一个的高阶无穷小; (D) 关系不确定。

2. 函数 $f(x)$ 在 x_0 点可微的充要条件是_____。

(A) 左导数 $f'_-(x_0)$ 存在; (B) 右导数 $f'_+(x_0)$ 存在;

(C) 左、右导数均存在; (D) 左、右导数存在且相等。

3. 下列各式正确的是_____。

(A) $d(\int_a^x f(t)dt) = f(x)$; (B) $\frac{d}{dx}(\int_a^b f(x)dx) = f(x)$;

(C) $\frac{d}{dx}(\int_x^b f(t)dt) = -f(x)$;

(D) $\frac{d}{dx}(\int_a^x f(t)dt) = f(x)dx$ 。

二、填空(每题3分,共6分)

1. 设 $f(x) = \frac{x^2 - x}{(x-1)\sin x}$, 则函数的间断点为_____。

2. 设函数 $f(x) = a\ln x + bx^2$ 在 $x_1 = 1$ 和 $x_2 = 2$ 处都取得极值, 则 $a =$ _____ $b =$ _____。

三、求极限(每题4分,共12分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$;

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{2x} - \cos x}{\ln(x+1)}$ 。

四、求导数或微分(每题 4 分,共 16 分)

1. $y = \sec(3^x)$ 求 dy ; 2. $e^{xy} + \lg(x+y) = 2$ 求 $y'(0)$;

3. $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$ 求 $\frac{dy}{dx}$;

4. $\begin{cases} x = \csc t \\ y = t - \arctg t \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

五、求积分(每题 5 分,共 20 分)

1. $\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$;

2. $\int \arccos x dx$;

3. $\int_{-1}^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$;

4. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+2)(x+3)}$ 。

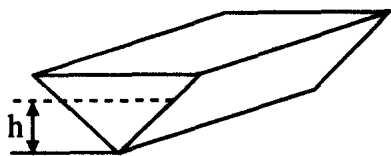
六、解微分方程(共 15 分)

1. 求 $\begin{cases} \frac{dy}{dx} + y = e^{-x} \\ y|_{x=0} = 5 \end{cases}$ 的特解; (5 分)

2. 求 $y'' - y = 3e^{2x}$ 的通解。(10 分)

七、应用题(共 22 分)

1. 有一水平放置的长为 300 米的蓄水池,其截面为倒置的等腰直角三角形(如图所示)在



时刻 $t=0$ 时,里面盛有 3 立方米水现再往里灌水 $3t^2$ 米³ ($0 \leq t \leq t_0, t_0$ 为某一常数)求:

(1) 求水深 h 与时间 t 之间的函数关系式;

(2) 求当 $t = \sqrt{3}$ 秒时,水深 h 的上升速度 ($\sqrt{3} < t_0$)。

(10 分)

2. 求曲线 $x^2 + (y-5)^2 = 16$ 所围图形绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积。(12 分)

高等数学(上册) 试卷五

一、单项选择题(每题 3 分,共 9 分)

1. 下列各题中,不能复合成一个复合函数的是_____。

(A) $y = u^2, u = 1 + \sin x$; (B) $y = \sqrt{u}, u = 1 - x^2$;

(C) $y = \arcsin u, u = 2 + x^2$; (D) $y = \frac{1}{1+u}, u = \ln^2 x$ 。

2. 对函数 $y = f(x)$ 的下列几种关系中正确的是_____。

(A) 可导必可微;

(B) 有极限必可微;

(C) 连续必可微;

(D) 可导不一定可微。

3. 函数的_____原函数,称为不定积分。

(A) 任意一个; (B) 所有; (C) 某一个; (D) 唯一。

二、填空(每题 3 分,共 6 分)

1. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{x} & x \neq 0 \\ x & x = 0 \end{cases}$

则 $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}} f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、求极限(每题 4 分,共 12 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{x}}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}{\sqrt{2x+1} - 3}$;

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \sin x \operatorname{tg} x}$ 。

四、求导数或微分(每题 4 分,共 16 分)

1. $y = \log_x(\ln x)$ 求 $y'|_{x=e}$; 2. $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ 求 dy ;
 3. 设 $y \ln(1+x) = y^3 - 8$ 求 $y'|_{x=0}$;
 4. $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t \\ y = t \operatorname{sect} \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

五、求积分(每题 5 分,共 20 分)

1. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$; 2. $\int x e^{-x} dx$;
 3. $\int_{-2}^2 |\ln x| dx$; 4. $\int_{-a}^a \frac{3-x}{\sqrt{2a-x^2}} dx$.

六、解微分方程(共 15 分)

1. 求 $y' - \frac{1}{x-2}y = 2(x-2)^2$ 的通解; (5 分)
 2. 求 $\begin{cases} y'' + y = 4xe^x \\ y|_{x=0} = 0, y'|_{x=0} = 1 \end{cases}$ 的特解. (10 分)

七、应用题(22 分)

1. 求内接于半径为 R 的半圆的周长最大的矩形的边长; (10 分)
 2. 计算圆 $(x-b)^2 + y^2 = a^2$ ($0 < a < b$) 绕 y 轴旋转一周所成
 立体体积. (12 分)