

导波光學

曹庄琪 编著

 科学出版社
www.sciencep.com

导 波 光 学

曹庄琪 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书以电磁场理论为基础,采用分析转移矩阵方法和改进的微扰理论,系统总结了作者二十余年来在导波光学领域的研究成果。内容涵盖了多层波导、矩形介质波导、周期性波导、渐变折射率波导、多量子阱波导和衰减全反射原理等导波光学重要内容。

本书可作为理工科院校光学、光电子技术和光通信等专业的高年级本科生、研究生的教材,也可作为相关专业研究人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

导波光学/曹庄琪编著. —北京:科学出版社,2007

ISBN 978-7-03-018922-6

I. 导… II. 曹… III. 导波光学 IV. TN25

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 063582 号

责任编辑:张 静 杨 然/责任校对:包志虹

责任印制:赵德静/封面设计:王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 5 月 第 一 版 开本:B5(720×1000)

2007 年 5 月 第一次印刷 印张:17

印数:1—3 000 字数:319 000

定价:38.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

前 言

导波光学是 20 世纪 60 年代后期发展起来的一门新兴的综合性很强的学科。由于其在未来信息社会具有巨大的应用潜力, 长期以来, 一直受到学术界和技术界的高度重视。经过 30 多年的发展, 特别是近年来随着材料科学、光电子学以及微加工技术的进步, 不少制约导波光电子器件进一步发展的障碍被扫除, 使得导波光学日益成熟, 目前已初步形成一门体系较为完整的学科。随着科学技术的发展, 一系列具有新原理、新材料和新结构的光波导功能器件和系统在技术上日益成熟。以导波光学为基础的光通信和光传感等技术正以异常迅猛的势头走向市场。这种快速发展不仅引发了人们对于导波光学的更多关注, 同时对导波光学的进一步发展也寄予热切的希望。近年来, 在器件的计算机模拟、材料处理、工艺技术的优化以及结构的创新, 特别是已成为研究热点的平面集成光路(PLC)、波导光子带隙结构、纳米阵列结构、等光子激元学(plasmonics)、光纤-波导的耦合和器件的封装等领域, 导波光学已经显示出其强大的生命力。

在上海交通大学出版社的支持下, 1987 年出版了以笔者为主来编著的《光波导技术物理基础》一书, 2000 年又出版了笔者独立编著的《导波光学中的转移矩阵方法》。但随着时间的推移, 首先, 笔者感觉第一本书的内容已略显陈旧, 难以适应教学和科研的发展需要, 而第二本书又过于专门化, 领域过于狭窄; 其次, 在近几年的教学、科研过程中又有一些新的体会。鉴于以上原因, 有必要在上两本书的基础上, 整理、总结和提高有关内容和研究进展, 重新编写一本构思更新颖、内容更丰富、结构更合理的学术著作, 以回报广大读者的鼓励和厚爱。

本书的主要目的不是系统介绍导波光学的知识, 而重在通过对各类光导波性质及器件原理的学习, 培养学生的自主创新精神, 提高学生分析问题和解决问题的能力, 因此在编写上有以下特点:

(1) 本书是作者多年来在光波导领域工作的总结。由于研究工作不可能涉及导波光学所有的领域, 因此许多同类书籍已描述过的大同小异的内容, 如光纤理论、耦合模理论和各种数值计算方法等, 本书不再赘述。

(2) 分析转移矩阵和微扰是本书运用最多的两种数学工具。实践证明, 这两种技术不仅简单实用, 而且具有导出解析公式的潜力。本书许多实际问题的解决, 都是运用这两种技术的结果。

(3) 对于波导中的场分布函数, 本书用指数形式代替传统的正弦和余弦形式的解, 得到了物理意义更加明确的传输型色散方程。在多层平板波导中, 利用这

种传输型的色散方程，可揭示 WKB 等近似忽略的子波的作用，为建立渐变折射率波导的精确色散方程奠定了坚实的理论基础。

(4) 由于薛定谔方程与光波导波动方程的相似性，本书专门用一章的篇幅研究了分析转移矩阵方法在求解薛定谔方程时的应用，得到了实物粒子在任意分布势场中运动满足的精确量子化条件和符合量子力学波粒二象性要求的动量表达式，并把这些结果推广应用到二维、三维、变质量和势垒贯穿等量子系统，有兴趣的读者可参考有关论文。

(5) 全反射时发生的古斯-汉欣(Goos-Hänchen)位移是一个物理内涵深刻而又十分令人感兴趣的课题，近年来又产生了有关因果律佯谬问题的争论。本书利用光波导中的研究结果把争论的焦点和自己的观点同时向读者阐明，以便起到抛砖引玉的作用。

(6) 表面等离子波和金属包覆光波导以及与此相关联的衰减全反射原理是作者研究的主要课题之一，本书系统介绍了相关理论基础以及近期发展的亚毫米尺度金属包覆波导、自由空间耦合技术、超高阶导模和光波导振荡场传感器等新概念和新器件。

由于作者水平有限，书中的不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

曹庄琪

2006年10月

目 录

前言

第 1 章 光波导分析基础	1
1.1 光波基本方程	1
1.1.1 麦克斯韦方程	1
1.1.2 物质方程	1
1.1.3 波动方程	2
1.1.4 电磁场边界条件	3
1.1.5 坡印亭矢量	4
1.2 平面电磁波的反射与折射	5
1.2.1 反射定律与折射定律	5
1.2.2 菲涅耳(Fresnel)公式	6
1.2.3 布儒斯特(Brewster)角	7
1.2.4 全反射	8
1.2.5 古斯-汉欣位移	9
第 2 章 介质平板波导	12
2.1 平板光波导的线光学模型	12
2.1.1 平板光波导	12
2.1.2 平板波导的模式	13
2.1.3 平板波导的导模	13
2.1.4 平板波导的传播常数	15
2.2 平板波导的电磁理论	20
2.2.1 平板波导的波动方程	20
2.2.2 模式的定性分析	22
2.2.3 TE 导模	23
2.2.4 TM 导模	27
2.2.5 波导的归一化参数	28
参考文献	30
第 3 章 转移矩阵理论	31
3.1 转移矩阵及其基本性质	31
3.1.1 转移矩阵的建立	31

3.1.2 转移矩阵的基本性质	33
3.2 模式本征方程	38
3.2.1 TE 导模	38
3.2.2 TM 导模	39
参考文献	39
第 4 章 多层平板波导	40
4.1 非对称多层平板波导	40
4.1.1 非对称四层平板波导	40
4.1.2 非对称多层平板波导	44
4.2 对称多层平板波导	46
4.2.1 对称三层平板波导	46
4.2.2 对称五层平板波导	47
4.2.3 “W”型波导	49
4.2.4 平板耦合波导	52
参考文献	55
第 5 章 渐变折射率波导	56
5.1 光线近似方法	57
5.1.1 色散方程	57
5.1.2 转折点处的相移	58
5.2 WKB 法近似	60
5.2.1 场的近似表示	60
5.2.2 转折点附近的近似解	61
5.2.3 存在两个转折点时的解	62
5.2.4 存在突变折射率时的解	63
5.2.5 突变折射率附近的“埋入”模	64
5.2.6 WKB 方法的近似实质	66
5.3 分析转移矩阵(ATM)方法	67
5.3.1 模式本征方程	68
5.3.2 转折点处的相移	71
5.3.3 折射率不连续平板波导的计算实例	72
5.3.4 线性谐振子“事件”	74
5.3.5 积分形式的散射子波相位贡献	74
5.3.6 场分布的计算	76
参考文献	77

第 6 章 泄露波导	79
6.1 四层泄露波导	79
6.1.1 泄露波导的色散方程	79
6.1.2 传播常数的变化	81
6.1.3 转移矩阵理论	81
6.2 弯曲波导	83
6.2.1 直波导等效法	83
6.2.2 四层波导近似法	88
6.2.3 保角变换矩阵分析方法	91
参考文献	95
第 7 章 光波导特征参数的表征	96
7.1 棱镜-波导耦合系统	96
7.1.1 工作原理和 m 线光谱学	96
7.1.2 反射率公式与衰减全反射(ATR)谱	98
7.1.3 光波导薄膜厚度和折射率的测量	101
7.2 光波导传输损耗的测量	103
7.2.1 光波导传输损耗的微扰计算	103
7.2.2 端面耦合法	106
7.2.3 滑动棱镜法	107
7.2.4 数字化散射方法	107
7.3 光波导非线性光学参数的测量	109
7.3.1 极化聚合物薄膜电光系数的测量	109
7.3.2 聚合物薄膜热光系数的测量	110
参考文献	112
第 8 章 矩形介质波导	114
8.1 马卡提里近似解析法	115
8.1.1 近似假设	115
8.1.2 $E_{m,n}^x$ 模式分析	116
8.1.3 $E_{m,n}^y$ 模式分析	119
8.1.4 平板波导变换	119
8.2 有效折射率法	121
8.2.1 分析基础	121
8.2.2 模式本征方程	122
8.2.3 脊形波导和条载波导	123
参考文献	126

第 9 章 表面等离子波	127
9.1 金属的光学性质	127
9.1.1 波在导体中的传播	127
9.1.2 金属介电常数的初等电子理论	129
9.2 金属与介质界面上的表面等离子波(SPW)	130
9.2.1 表面等离子波的存在条件	131
9.2.2 损耗	132
9.2.3 表面等离子波的激发	133
9.2.4 场的增强效应	135
9.3 双波长法测量金属薄膜的厚度和介电系数	136
9.3.1 测量原理	136
9.3.2 实验与测量	138
9.4 金属薄膜结构中的长程表面等离子波(LRSPW).....	139
9.4.1 色散关系	139
9.4.2 损耗	142
9.4.3 长程表面等离子波的激发	144
9.4.4 长程表面波场的增强效应	145
9.5 单次扫描法测量金属薄膜的厚度和介电常数	146
9.5.1 测量原理	147
9.5.2 实验和测量	148
参考文献	149
第 10 章 金属包覆介质波导	150
10.1 非对称金属包覆介质波导	150
10.1.1 色散性质	150
10.1.2 损耗	154
10.2 对称金属包覆介质波导	157
10.2.1 色散性质	157
10.2.2 TM_0 模和 TM_1 模	158
10.2.3 TM_0 模和 TM_1 模的简并	161
10.3 对称金属包覆介质波导的直接耦合方法	163
10.3.1 耦合原理	163
10.3.2 亚毫米尺度波导中的超高阶导模	164
参考文献	165
第 11 章 非均匀光波导折射率分布的测量	167
11.1 IWKB 法	167

11.1.1 有效折射率对应坐标的确定	167
11.1.2 IWKB法的局限性	169
11.2 IATM 法	169
11.2.1 有效折射率对应坐标的确定	169
11.2.2 IATM 和 IWKB 两种方法的比较	169
11.3 近表面折射率的确定	170
11.3.1 理论模型	171
11.3.2 数值论证	172
11.3.3 实验方法与测量结果	174
11.4 利用两种偏振模确定少模波导的折射率分布	176
11.4.1 全介质波导与单面金属包覆波导	176
11.4.2 少模波导折射率分布的测量	177
参考文献	179
第 12 章 周期性波导	180
12.1 矩形皱阶周期性波导	180
12.1.1 从矩形皱阶周期性波导到多层光学薄膜的变换	180
12.1.2 转移矩阵与耦合系数	182
12.1.3 前进波与后退波	185
12.2 任意形状皱阶周期性波导	190
12.2.1 分布反馈系数的解析公式	190
12.2.2 典型的周期性皱阶	193
参考文献	197
第 13 章 多量子阱光波导	198
13.1 阶跃折射率分布多量子阱光波导	198
13.1.1 无限扩展周期性多层薄膜中的等效介电系数	198
13.1.2 多量子阱波导的等效折射率	199
13.2 任意折射率分布多量子阱光波导	204
13.2.1 等效折射率方法	204
13.2.2 非等效折射率方法	208
13.3 分层复合材料中的非线性增强效应	212
13.3.1 无限扩展分层复合材料中的非线性一次增强效应	212
13.3.2 分层复合材料光波导中的非线性二次增强效应	216
参考文献	218
第 14 章 衰减全反射型光器件	219
14.1 迅衰场传感器	219

14.1.1	SPR 传感器	219
14.1.2	泄漏波导(LW)传感器	221
14.1.3	反对称波导(RSW)传感器	221
14.2	光波导振荡传感器	222
14.2.1	溶液浓度传感器	223
14.2.2	位移传感器	224
14.3	灵敏度分析	225
14.3.1	灵敏度的定义	225
14.3.2	传感效率的意义	226
14.4	光波导滤波器	227
14.4.1	可调谐窄带滤波器	227
14.4.2	可调谐梳状滤波器	229
14.5	反射型聚合物波导电光器件	230
14.5.1	电光调制器	230
14.5.2	电光衰减器	233
	参考文献	233
第 15 章	由古斯-汉欣位移引出的几个问题	235
15.1	光波导中的困惑	235
15.1.1	光线理论与电磁场理论的碰撞	235
15.1.2	侧向相移分量的引入	236
15.2	盖尔斯-特纳尔斯干涉仪中的因果律佯谬	237
15.2.1	盖尔斯-特纳尔斯干涉仪	237
15.2.2	因果律佯谬的解释	238
15.3	等离子镜面上全反射的因果律佯谬	239
15.3.1	等离子镜面上的全反射	239
15.3.2	因果律佯谬的解释	240
15.3.3	光波导中的深入分析	240
15.4	古斯-汉欣时间的一般形式	242
15.4.1	平板波导的群速	242
15.4.2	古斯-汉欣时间的一般形式	244
15.5	共振激发引起的侧向位移增强效应	245
15.5.1	表面等离子波共振	245
15.5.2	导波共振	246
	参考文献	247

第 16 章 薛定谔方程	248
16.1 一维任意势阱的能量本征值方程	248
16.1.1 一维方势阱	248
16.1.2 一维任意势阱	251
16.2 一维任意双势阱的能级分裂	254
16.2.1 一维方形双势阱	254
16.2.2 一维任意对称双势阱	256
16.3 一维系统中精确的量子化条件	258
16.3.1 经典与半经典的量子化条件	258
16.3.2 精确的量子化条件	259
参考文献	259

第 1 章 光波导分析基础

介质光波导是在光波导器件和集成光路中用于限制和传输光的元件,它包括具有圆形截面的波导(光纤)以及平板波导、条形波导等。介质光波导中传输光的波长通常处于可见和近红外波段范围。研究光波导通常以光的电磁场理论和介质光学特性的理论为基础。本章将阐述支配光波导现象的麦克斯韦方程和光传输的原理,进而推导作为光波导波动理论基础的波动方程。

1.1 光波基本方程

本节简要总结麦克斯韦方程、物质方程和边界条件等必要的基础知识。同时介绍在导波光学中具有重要应用的反射、透射以及古斯-汉欣(Goos-Hänchen)位移等重要概念。

1.1.1 麦克斯韦方程

光是一种电磁波,可由以位置矢量 \mathbf{r} 和时间 t 为函数的四个场矢量:电场 \mathbf{E} 、磁场 \mathbf{H} 、电位移 \mathbf{D} 和磁感应矢量 \mathbf{B} 表征,它们满足麦克斯韦方程

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (1.2)$$

式中, \mathbf{J} 为电流密度矢量。若电荷密度为 ρ ,则电荷守恒或电流连续性方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.3)$$

由矢量公式 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$,容易由方程(1.1)和方程(1.2)导出

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.5)$$

方程(1.1)、(1.2)、(1.4)和(1.5)通常称为麦克斯韦方程。

1.1.2 物质方程

要能够从给定的电流和电荷分布唯一地确定各个场矢量,还必须对麦克斯韦方程补充一些描述电磁场作用下物质特性的关系式,它们称为物质方程。对于常

用的各向同性介质,有

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1.7)$$

式中,介电常数(或电容率) ϵ 和磁导率 μ 由以下两式定义:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (1.8)$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (1.9)$$

式中, ϵ_0 和 μ_0 分别为真空电容率和真空磁导率, ϵ_r 和 μ_r 分别为物质的相对电容和相对磁导率。对非磁性物质, $\mu_r=1$ 。若真空中的光速用 c 表示,则有

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (1.10)$$

导体中的电流密度 \mathbf{J} 可表示为

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.11)$$

式中, σ 为电导率。

物质的折射率可表示为

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (1.12)$$

在各向同性介质中, ϵ 和 μ 均为标量,但对各向异性介质, ϵ 和 μ 都是二阶张量,这时,方程(1.6)和方程(1.7)分别改写为

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} E_j \quad (1.13)$$

$$B_i = \sum_{j=1}^3 \mu_{ij} H_j \quad (1.14)$$

这里, $i, j=1, 2, 3$ 。 i, j 分别对应于直角坐标系中的 x, y 和 z 。如果介质无吸收,则有

$$\epsilon_{ji}^* = \epsilon_{ij} \quad (1.15)$$

这里,“*”表示复共轭。

1.1.3 波动方程

假设电磁场以角频率 ω 振荡,则随时间变化复振幅形式的场矢量可写为如下形式:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)] \quad (1.16)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)] \quad (1.17)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{D}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)] \quad (1.18)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{B}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)] \quad (1.19)$$

当场中不存在自由电荷及电流($\rho=0, \mathbf{J}=0$),且对非磁性介质($\mu_r=1$),与时间无关的麦克斯韦方程可改写为

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B} = i\omega\mu_0 \mathbf{H} \quad (1.20)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i\omega \mathbf{D} = -i\omega\epsilon \mathbf{E} \quad (1.21)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1.22)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \mathbf{E}) = 0 \quad (1.23)$$

对方程(1.20)两边求旋度,并利用方程(1.21),可得

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (1.24)$$

利用矢量公式

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.25)$$

式(1.23)可重写为

$$\nabla \cdot (\epsilon_r \cdot \mathbf{E}) = \nabla_{\epsilon_r} \cdot \mathbf{E} + \epsilon_r \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

于是可得

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla_{\epsilon_r} \cdot \mathbf{E}}{\epsilon_r} \quad (1.26)$$

根据式(1.25)和式(1.26)两式,可得关于电场 \mathbf{E} 的矢量波方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left(\frac{\nabla_{\epsilon_r} \cdot \mathbf{E}}{\epsilon_r} \right) + k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0 \quad (1.27)$$

式中,真空中的波数 k_0 由下式表示:

$$k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c} \quad (1.28)$$

$$k = k_0 n \quad (1.29)$$

在介质的相对电容率 ϵ_r 为常数的情况下,矢量波方程(1.27)转化为亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad (1.30)$$

利用类似的步骤,可得关于磁场 \mathbf{H} 的亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1.31)$$

1.1.4 电磁场边界条件

对于图 1.1 所示的两种介质的分界面,设 \mathbf{n} 为垂直于界面的单位矢量,则电磁场边界条件可表述为:

(1)电场的切向分量在界面上连续,即有

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (1.32)$$

或

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (1.33)$$

式中 t 表示切向。

(2)磁场的切向分量在界面上满足

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (1.34)$$

\mathbf{J}_s 为界面上的电流面密度。若 $\mathbf{J}_s = 0$, 则有

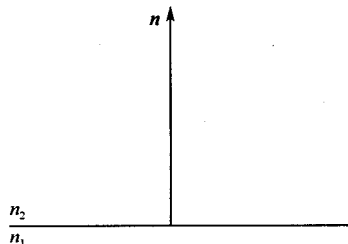


图 1.1 折射率分别为 n_1 和 n_2 的两种介质的分界面

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (1.35)$$

即在界面上没有面电流情况下,磁场的切向分量在界面上连续。式(1.35)也可改写为

$$H_{1t} = H_{2t} \quad (1.36)$$

(3)电位移的法向分量满足

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (1.37)$$

ρ_s 为面电荷密度。在界面上没有面电荷情况下,则有

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (1.38)$$

或

$$D_{1n} = D_{2n} \quad (1.39)$$

即电位移的法向分量在界面上连续。

(4)磁感应强度的法向分量在界面上连续,即有

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (1.40)$$

或

$$B_{1n} = B_{2n} \quad (1.41)$$

1.1.5 坡印亭矢量

由于电压是关于电场的积分,而电流由磁场产生。因此,电场和磁场的乘积一定与电磁场的能量有关。若对 $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 作用散度算子 ∇ , 则有

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) \quad (1.42)$$

代入方程(1.1)、方程(1.2)和方程(1.11),可得

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) &= -\mu \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \epsilon \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \sigma \mathbf{E}^2 \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) - \sigma \mathbf{E}^2 \end{aligned} \quad (1.43)$$

对式(1.43)取一封闭曲面内的体积分,并应用矢量分析中的高斯定理,可得

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV &= \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} dS \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} \epsilon \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathbf{H}^2 \right) dV - \int_V \sigma \mathbf{E}^2 dV \end{aligned} \quad (1.44)$$

式中, S 为所取的封闭曲面, V 为 S 所包围的体积, \mathbf{n} 表示垂直于 S 的法线方向上的单位矢量。式(1.44)中第二个等号右边第一项表示单位时间内体积 V 内所储电能和磁能的减少量,而第二项表示因焦耳热而引起的能量损耗率。由此可见,上式中第一个等号右边的项表示通过封闭曲面 S 流出能量的速率。坡印亭矢量

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.45)$$

表示单位时间内通过单位面积的能量,也称为能流密度矢量。若用向内的单位矢

量 $\boldsymbol{\mu}$ 代替向外的单位矢量 \boldsymbol{n} , 则通过曲面流进体积 V 内的全部功率可表示为

$$P = \int_S -(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \boldsymbol{n} dS = \int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \boldsymbol{\mu} dS \quad (1.46)$$

根据式(1.16)和式(1.17)两式, 复振幅形式的电磁场可写成

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{2} [\mathbf{E}(\boldsymbol{r}) e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^*(\boldsymbol{r}) e^{i\omega t}] \quad (1.47)$$

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{2} [\mathbf{H}(\boldsymbol{r}) e^{-i\omega t} + \mathbf{H}^*(\boldsymbol{r}) e^{i\omega t}] \quad (1.48)$$

因此, 时间平均的坡印亭矢量的法向分量为

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\mu} \rangle &= \langle (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \boldsymbol{\mu} \rangle \\ &= \frac{1}{4} \langle [(\mathbf{E} e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^* e^{i\omega t}) \times (\mathbf{H} e^{-i\omega t} + \mathbf{H}^* e^{i\omega t})] \cdot \boldsymbol{\mu} \rangle \\ &= \frac{1}{4} \langle [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H} + \mathbf{E} \times \mathbf{H} e^{-i2\omega t} + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}^* e^{i2\omega t}] \cdot \boldsymbol{\mu} \rangle \\ &= \frac{1}{4} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) \cdot \boldsymbol{\mu} \\ &= \frac{1}{2} \text{Re}[(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \boldsymbol{\mu}] \end{aligned} \quad (1.49)$$

式中, “ $\langle \rangle$ ”表示对时间平均。因此, 时间平均的功率流可表示为

$$P = \int_S \frac{1}{2} \text{Re}[(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \boldsymbol{\mu}] dS \quad (1.50)$$

在光波导分析中, $\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$ 通常是实的, 因而时间平均的功率流可直接写成

$$P = \int_S \frac{1}{2} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot \boldsymbol{\mu} dS \quad (1.51)$$

1.2 平面电磁波的反射与折射

本节总结平面电磁波入射于两种介质分界面上反射和透射的规律, 但不给出严格的推导。读者可从后面的章节中获得答案。

1.2.1 反射定律与折射定律

考虑图 1.2 所示的位于 $x=0$ 的平面分界面, 其两侧分别是折射率为 n_1 和 n_2 ($n_1 > n_2$) 的两种无损耗、各向同性的均匀介质。由 n_1 介质向分界面入射一复振幅为 A 的单色平面波, 则在 n_1 介质中产生一反射波 B , 而在 n_2 介质产生一透射波 C , 设入射角、反射角和透射角分别为 θ_i 、 θ_r 和 θ_t , 由电场和磁场的切向分量在分界面上连续的条件可得以下结论:

(1) 反射角等于入射角, 即有