

中等职业学校文化基础课程教学用书

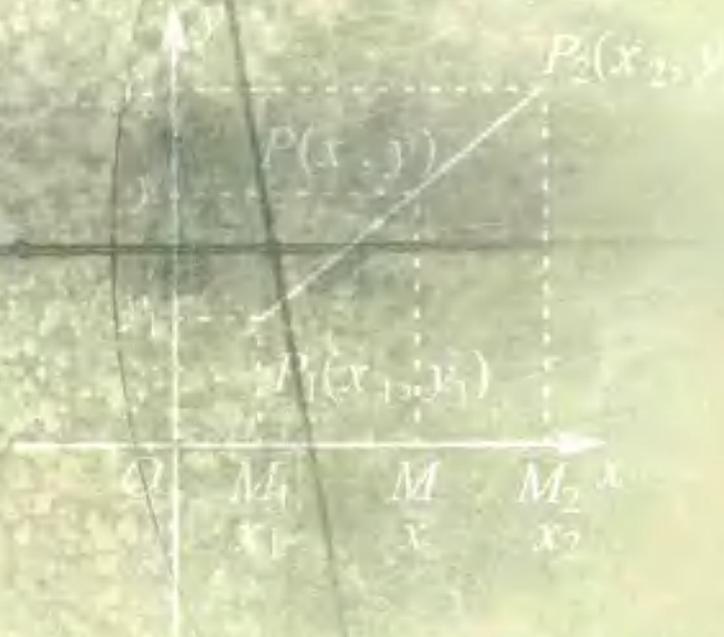
数学

(基本教材) ▶ SHUXUE

教师助教手册

张秋立 主编

SHUXUE



语文出版社

中等职业学校文化基础课程教学用书

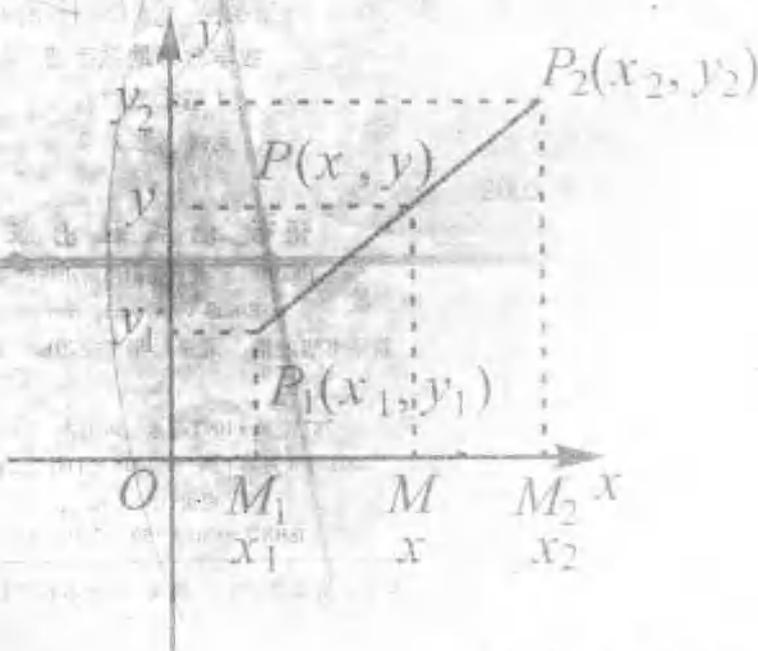
数学

(基本教材)

▶ SHUXUE

教师助教手册

张秋立 主编



张秋立 主编

SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE

张秋立 主编

目 录

第一章 集合	(1)
I 教学要求	(1)
II 教材分析和教学建议	(1)
III 习题答案或提示	(4)
第二章 不等式	(8)
I 教学要求	(8)
II 教材分析和教学建议	(8)
III 习题答案或提示	(11)
第三章 函数	(16)
I 教学要求	(16)
II 教材分析和教学建议	(16)
III 习题答案或提示	(23)
第四章 指数函数与对数函数	(28)
I 教学要求	(28)
II 教材分析和教学建议	(28)
III 习题答案或提示	(33)
第五章 任意角的三角函数	(39)
I 教学要求	(39)
II 教材分析和教学建议	(39)
III 习题答案或提示	(45)
第六章 直线与圆	(51)
I 教学要求	(51)
II 教材分析和教学建议	(51)
III 习题答案或提示	(64)

第一章 集合

I 教学要求

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念。
2. 了解属于、包含于、相等关系的意义。
3. 掌握有关的符号，并能正确使用。
4. 能进行简单的集合运算。

II 教材分析和教学建议

一、编写思路

1. 在复习已有的关于集合的点滴知识基础上，系统介绍集合相关概念。

本章教材是中职数学课的开篇，为了使学生对数学的学习具有连续性，教材首先搜集了学生在初中数学中所学的有关集合的点滴知识，加以复习，由此引入，使学生一开始学习，就感到一种熟悉的亲近感，为本章的教学创造一种自然和谐的氛围。

2. 例题题型集中在集合概念本身，减少其它概念对集合知识学习的干扰。

考虑到学生的知识状况，在例题中，突出了数集和简单不等式解集的应用，在有限集中，所举例题大多是整数集。在无限集中，都是简单不等式的解集，这样可以使学生精力集中在集合概念本身的学习上，以减少不必要的干扰，如整除，质数等概念均没在教材中出现。对于教材中出现的如数的关系，奇数，偶数等知识，教材还给出了复习，以减少学生学习的困难。

3. 随堂练习，习题与教材中的例题相匹配，并减少了数量，以保证练习题与习题的充分利用。

教材为了使例题不仅是相关知识的解析与应用，还能使它们成为学生进行随堂练习与完成习题作业的参考，在编写时，注意了随堂练习，习题的题目与例题相匹配，以减少学生完成作业时的困难。同时在数量上作了必要调整，以保证这些题目的充分利用。

4. 集合的概念及其基本理论，是近代数的内容之一。许多重要的数学分支，如数理逻辑、近代代数、概率统计，等等，都建立在集合理论的基础上，集合思想还广泛渗透到自然科学的许多领域，集合术语在科技文章和科普读物中经常出现，中职数学教材安排的集合知识，可以使学生对初中数学的一些基本概念理解得更深刻，有些内容表达得更准确，同时也为学生阅读一般科技读物和进一步学习做好准备。

本章教材的重点是集合的概念及其各种符号的意义，如 \emptyset ， \in ， \notin ， \subseteq ， \supseteq ， $=$ ， \cap ，

$\cup, C_{U}A$ 等.

本章教材的难点是对集合的概念及其各种符号的准确理解与区分,如元素与符号,子集与真子集,属于与包含于,交集与并集等.

二、课时分配

本章教学时间约需 6 课时,分配如下(仅供参考):

§ 1.1 集合及其表示法	约 2 课时
§ 1.2 集合的关系与运算	约 3 课时
归纳与总结	约 1 课时

三、内容分析

§ 1.1 集合及其表示法

1. 集合概念是现代数学中最基础、最重要的概念.自从 19 世纪末德国数学家康托尔(Georg Cantor 1845—1918 年)提出集合论后,由于构成集合对象的广泛性和集合性质应用的普遍性,使它很快就渗透到了数学的各个领域,成为现代数学的重要基础.

集合概念是数学中的原始概念之一,我们不能用其他更基本的概念来给它下定义,它同点,直线,平面等概念一样,属不定义概念,教材中给出的“把一些可以确定对象看成一个整体,这个整体叫做集合”,只是对集合概念的一种描述性说明,不是定义.但集合中元素的性质特征,是区别于其他集合的标准,不能含糊不清或模棱两可,必须是可以确定的.

2. 集合中的元素应具有三个特征:

(1) 确定性:集合中的元素必须是能确定的,即任何一个对象,都能明确的确定它是或不是某一集合的元素.

例如,对于{偶数},只要是偶数,就应是这个集合的元素,奇数就不是这个集合的元素;

又如,对于{大于 1 的实数},只要是比 1 大的实数都是它的元素,而小于或等于 1 的实数都不是它的元素;

再如,根据“很大的数”这一特征,就不能形成集合,因为没有确切的客观标准,据此难以判断某一个数是否“很大”.

(2) 互异性:同一集合中不允许出现相同的元素,如方程 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的解集就不能表示成 $\{2, 2\}$,但也不能表示成 $\{2\}$,不然会与方程 $x - 2 = 0$ 的解集混淆不清.为了表示 2 是方程的重根,一般把它写成 $\{2(2)\}$.这种情况在教材中没有出现,也不必对学生做这种要求.

(3) 无序性:用列举法表示集合时,它的元素是不必考虑顺序的,例如对于集合 $\{1, 2, 3\}$,也可以写成 $\{2, 1, 3\}$, $\{3, 2, 1\}$, $\{1, 3, 2\}$ 等.

但在列举法中用了省略号“...”的集合,则应按一定顺序书写,如 $\{2, 4, 6, \dots\}$ 不能写成 $\{2, 6, 4, \dots\}$.这种顺序不是集合本身对元素的要求,而是其表示方法对顺序的要求.

3. 符号 \in ,读做“属于”,是用来表示元素与集合关系的符号,在符号 \in 的前边应该是元素或表示元素的小写字母,而其后边则应是集合或表示集合的大写字母,如 $2 \in \{1, 2, 3\}$, $a \in M$ 等.

4. 以数为元素的集合, 叫做数集. 教材中的例题大多列举的是数集, 因此教学中, 应对初中学过的实数做些复习, 以扫除学习中的障碍. 对于 \mathbf{N} , \mathbf{N}_+ , \mathbf{Z} , \mathbf{Q} , \mathbf{R} 等符号所代表的数集, 应要求学生加以熟记.

5. 表示集合的方法通常有两种: 列举法和描述法. 列举法又叫外延法, 它可以把集合中的元素一一列举出来. 描述法又叫内涵法, 它可以把集合中的元素所具有的特征性质指出来. 至于采用哪种方法表示集合, 要根据具体问题而定.

(1) 有些集合的元素特征不明显, 难以概括, 不便于用描述法表示, 这时只能用列举法, 例如, 集合 $\{-3, 0, 2, 5\}$ 和集合 $\{a^2, 3a-2, a^2-1\}$ 就不宜用描述法.

(2) 有些集合的元素不能无遗漏地一一列举, 或不便于、不需要一一列举, 此时常用描述法. 例如, 大于 3 的实数的集合, 100 以内的质数的集合等, 就适宜用描述法.

(3) 用描述法表示一个集合时, 必须准确地找出集合中元素的特征性质, 这个性质应是集合中的每个元素所共有, 而集合之外的元素不具有. 例如, 把集合 $\{1, 3, 5, 7\}$ 用描述法表示时, 应为 $\{8 \text{ 以内的正奇数}\}$, 但是要表示成 $\{\text{正奇数}\}$ 或 $\{\text{小于 } 8 \text{ 的奇数}\}$ 就不对了.

§ 1.2 集合的关系与运算

1. 包含是集合之间的一种特殊关系, 被包含的集合叫子集, 子集的定义包括下面两部分:

(1) 对于两个非空集合 A 和 B , 如果集合 B 的每一个元素都是集合 A 的元素, 那么集合 B 叫做集合 A 的子集;

(2) 空集是任何集合的子集.

2. 真子集是子集中的特殊情况, 即集合中至少有一个元素不在子集中时, 这个子集就是真子集, 或者说与原来集合不等的那些子集都是真子集.

特别需要强调的是, 空集不能是空集的真子集, 空集只能是非空集合的真子集.

3. 对于集合的相等, 教材采用了比较直观的定义方法, 即“如果两个非空集合元素完全相同, 那么我们就说这两个集合相等”, 虽然不太严格, 但这样容易使学生理解与接受.

4. 集合运算不同于代数运算中的加减乘除, 它是根据两个集合, 按照某种设定的法则, 构造出一个新的集合, 因此, 对于集合的每一种运算, 教学的重点都是讲清构造新集合的法则.

交集是由两个集合的公共元素组成的集合, 并集是由两个集合的所有元素组成的集合, 补集是由全集中去掉其子集的元素后所余下的元素组成的集合.

归纳与总结

1. 教材采用填空题的形式对本章知识要点进行复习, 由学生完成, 目的是让学生参与教学过程.

2. 对本章重点与难点的归纳, 由教师讲解, 结合学生情况, 可适当调整例题或补充一两个例题.

§ 1.1 集合及其表示法

随堂练习 1

- (1) (4) (5) 不能组成集合, 因为对象无法确定;
(2) (3) (6) 可以组成集合, 因为对象是可确定的.
- (1) 4, 6, 8, 10; (2) -1, 1.
- (1) \notin ; (2) \in ; (3) \notin ; (4) \in ; (5) \in ; (6) \notin .

随堂练习 2

- (1) $\{0, 1\}$; (2) $\{4, 6, 8\}$; (3) $\{-1, 3\}$; (4) $\{-1, 1\}$.
- (1) 有限集; (2) 空集; (3) 无限集; (4) 有限集; (5) 无限集; (6) 无限集.

习题 1.1

- (1) D; (2) C.
- (1) \in ; (2) \notin ; (3) \notin ; (4) \in .
- (1) $\{-1, 0, 1\}$; (2) $\{-2, 2\}$; (3) $\{-2, 2\}$; (4) $\{-2, 8\}$.

§ 1.2 集合的关系与运算

随堂练习 1

- 子集: $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$; 真子集: $\emptyset, \{1\}, \{2\}$.
- (1) 正确; (2) 不正确; (3) 不正确; (4) 正确; (5) 不正确; (6) 不正确.
- (1) \in ; (2) \supsetneq ; (3) \supsetneq ; (4) \notin ; (5) \notin ; (6) $=$.

随堂练习 2

1.

\cap	\emptyset	A	B
\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
A	\emptyset	A	$A \cap B$
B	\emptyset	$B \cap A$	B

- (1) $\{2, 4\}$; (2) $\{1\}$; (3) \emptyset ; (4) \emptyset .
- $\{x | 1 < x \leq 4\}$.

随堂练习 3

1.

U	\emptyset	A	B
\emptyset	\emptyset	A	B
A	A	A	$A \cup B$
B	B	$B \cup A$	B

2. (1) $\{1, 2, 3, 4, 6\}$; (2) $\{1, 2, 3, 4\}$; (3) $\{1, 2, 3, 4\}$; (4) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

3. \mathbf{R} .

4. $\{b, c, d\}$.

习题 1.2

1. $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$.

2. $\emptyset, \{a\}, \{b\}$.

3. (1) $M \cong N$; (2) $P = Q$; (3) $A \cong B$; (4) $C \cong D$.

4. (1) \mathbf{Q} ; (2) \mathbf{Z} ; (3) \mathbf{N} ; (4) \mathbf{N} .

5. (1) $\{2, 3\}$; (2) $\{2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}, \{2, 3\} \subseteq \{2, 3, 4\}$; (3) $\{1, 2, 3, 4\}$;

(4) $\{2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}, \{2, 3, 4\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$.

6. (1) $\{2, 4\}, \{1, 2, 3\}$; (2) $\{4\}$; (3) $\{1, 3\}$; (4) $\{2\}$.

复习题 一

A 组

1. (1) \in, \subseteq ; (2) 列举, 描述; (3) 2; (4) $\langle 2, 3, 3, 2 \rangle$; (5) $\{2\}$; (6) $\{1, 2, 3\}$.

2. (1) C; (2) C; (3) C; (4) B.

3. (1) $\{0, 2, 4\}$; (2) $\{-1, 1, 3\}$; (3) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$; (4) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

4. $A \cap B = \{0\}, A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

5. $A \cap B = \{x \mid 1 < x < 5\}; A \cup B = \{x \mid 0 < x < 6\}$.

6. $A \cap B = \{x \mid 2 < x < 3\}; A \cup B = \mathbf{R}$.

7. (1) $\complement_U A = \{1, 3, 4, 5, 6\}; \complement_U B = \{1, 2, 4, 8\}$;

(2) $A \cap (\complement_U B) = \{2, 8\}; (\complement_U A) \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

8. $\{x \mid x < 1\}$.

B 组

1. (1) C; (2) C; (3) C; (4) D.

2. (1) $A = B$ 或 $A = \emptyset$ 时不成立;

(2) $A = B$ 或 $B = \emptyset$ 时不成立;

(3) $A \cap B = \emptyset$ 时不成立;

(4) $A = B$ 时不成立.

3. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

4. $a = -1, b = 0$.

5. $\{2, 3, 5\}$.

6. $a=0$.

助学手册答案

练习 1

- (1) 有限集, 无限集; (2) 确定性, 互异性, 无序性; (3) \emptyset ; (4) Q_+ .
- (1) C; (2) D; (3) D.
- (1) 3, 5; (2) -2, 2; (3) -3, 3; (4) 0, 1, 2, 3, 4.

练习 2

- (1) C; (2) B; (3) B; (4) C.
- (1) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; (2) $\{0, 1\}$; (3) $\{-2, 4\}$; (4) $\{0, -1\}$.

练习 3

- (1) M, N; (2) Q, P; (3) A, B; (4) D, C; (5) 3; (6) 0.
- (1) D; (2) D; (3) D.
- $\emptyset, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}$.
- $\{b\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$.
- $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$.

练习 4

- (1) $\{0\}$; (2) \emptyset ; (3) $\{-1, 0\}$; (4) $\{0\}$; (5) \emptyset ; (6) A; (7) 4; (8) \emptyset .
- (1) \supseteq ; (2) $=$; (3) \subseteq ; (4) \subseteq .
- $\{c\}$.
- $\{1\}$.
- $\{x|0 < x < 1\}$.
- $a=2$.

练习 5

- (1) $\{-1, 0, 1\}$; (2) $\{-1, 0\}$; (3) $\{-1, 0\}$; (4) $\{-1, 0\}$; (5) A; (6) A; (7) 4; (8) $\emptyset, \{1\}$.
- (1) \subseteq ; (2) $=$; (3) \supseteq ; (4) \subseteq ; (5) $=$; (6) \subseteq .
- $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- $\{x|x < 2\}$.
- (1) $\{1, 3\}$; (2) $\{2, 4, 5\}$.

自测题

- (1) \notin ; (2) $=$; (3) \subseteq ; (4) \notin .
- (1) C; (2) D; (3) C; (4) C.
- $\left\{\frac{1}{2}\right\}, \left\{\frac{1}{3}\right\}, \left\{\frac{1}{4}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$.

4. $A \cap B = \{b, d\}$; $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$.

5. $A \cap B = \{x \mid 2 < x < 5\}$; $A \cup B = \{x \mid 0 \leq x \leq 6\}$.

6. $(\complement_A A) \cup (\complement_B B) = \{b, d, a\}$.

第二章 不等式

I 教学要求

1. 掌握实数大小的基本性质, 会比较两个实数的大小.
2. 掌握不等式的基本性质, 并能用求差比较法对它进行证明.
3. 理解不等式的解集及区间的概念.
4. 会解一元二次不等式.
5. 会解含绝对值的一元一次不等式.
6. 了解不等式的简单应用.

II 教材分析和教学建议

一、编写思路

1. 结合中职学生思维特点, 强化知识的可操作性, 便于学生对所学知识的掌握与应用.

教材对不等式的性质, 只集中介绍了三条最重要与最常用的, 并对其进行了简单说明, 同时给出了比较两个实数大小的方法——求差比较法. 这些知识都具有可操作性, 通过随堂练习及习题的完成, 学生是可以掌握的.

2. 对于一元二次不等式的解法, 直接给出结论, 让学生直接利用它们解一元二次不等式.

考虑到学生的实际, 在给出一元二次不等式解法时, 没有涉及二次函数的知识, 而是直接利用二元不等式与二次方程的关系, 将不等式的解集加以总结, 让学生利用二次方程的根直接写出二次不等式的解集以达到只要学生会解一元二次方程, 就能解一元二次不等式的目的. 为此, 教材还复习了一元二次方程的求根公式.

3. 严格控制不等式的性质, 把绝对值不等式控制在一元一次的范围.

对于绝对值不等式 $|ax+b| > c$ 或 $|ax+b| < c$ 型不等式, 绝对值符号内限定为 x 的一次式, 而 c 则不出现负数或零, 同时使随堂练习及习题的难度与例题相一致, 以便可以保证各种水平的学生都能达到会解绝对值不等式的要求.

4. 教材分为三部分. 在第一部分中, 首先介绍了实数的一个基本性质, 并在此基础上, 给出了比较两个实数大小的方法——求差比较法. 为了减轻负担, 教材只对不等式的三个基本性质给出了证明, 并把几个推论安排在练一练及随堂练习中. 在第二部分中, 先介绍不等式解集的区间表示法, 然后给出了一元二次不等式及含绝对值的一元一次不等式及含绝对值的一元一次不等式的解法. 对于一元二次不等式的解法, 教材没有涉及一元二次函数的概念, 而是直接利用一元二次方程的根, 确定一元二次不等式的解集. 对于含绝对值的一元一

次不等式的解法. 在给出 $|x| > a$ 和 $|x| < a$ ($a > 0$)的解集之后, 直接利用换元法解, 而没有给出 $|ax + b| > c$ 和 $|ax + b| < c$ ($c > 0$)的解集. 在第三部分中, 简单介绍了用不等式解应用题. 这一部分, 教师在教学中, 可结合本专业的情况, 适当补充一些例题.

本章教材的重点是一元二次不等式和含绝对值的一元一次不等式的解及解的区间表示.

本章教材的难点是不等式基本性质的证明, 含绝对值的一元一次不等式的解法.

二、课时分配

本章教学时间约需 8 课时, 分配如下 (仅供参考):

§ 2.1 不等式的性质	约 2 课时
§ 2.2 不等式的解法	约 4 课时
§ 2.3 列不等式解应用题	约 1 课时
归纳与总结	约 1 课时

三、内容分析

§ 2.1 不等式的性质

1. 本节内容包括两部分, 前半部分介绍实数大小的基本性质, 后半部分证明不等式的三个基本性质.

2. 实数大小的基本性质

$$a - b > 0 \Leftrightarrow a > b,$$

$$a - b = 0 \Leftrightarrow a = b,$$

$$a - b < 0 \Leftrightarrow a < b,$$

反映了实数运算的性质和实数大小顺序之间的关系, 它是本章整个内容的出发点, 是证明不等式基本性质的依据.

3. 求差比较法是实数大小的基本性质的一种应用.

求差比较法应分为四个步骤, 即

做差——变形——判断正负——确定大小关系.

在教学中, 应针对每个例题分别指出这四个步骤.

4. 例 1 和例 2 是两个比较分数大小的例题. 在“变形”这一步涉及到分数通分运算, 讲前需进行适当复习. 例 3 是一个比较代数式大小的例题, 比较两个代数式的大小, 实际上是比较它们值的大小, 因此仍然是在比较两个实数的大小, 应使学生建立这种概念.

5. 学生在初中已知知道了不等式的一些性质. 这一节教材, 只总结了三个基本性质并给出证明. 性质 1 通常叫做不等式的传递性; 性质 2 叫做不等式加法的单调性或保序性, 为了便于学生理解, 不增加不必要的学习障碍, 教材把它叫做加法法则; 性质 3 通常叫做不等式乘法的单调性, 同样的理由, 教材中把它叫做不等式的乘法法则. 至于它们的几个重要推论, 则安排在“练一练”和“随堂练习”中, 以便让学生参与到教学过程中来. 在教学中应告诉学生, 这几个推论可在做题中直接应用.

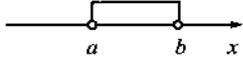
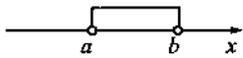
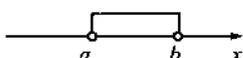
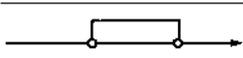
§ 2.2 不等式的解法

1. 本节内容包括三部分. 第一部分是**不等式的解集与区间**；第二部分讲解了一元二次

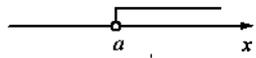
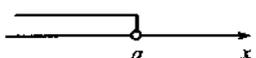
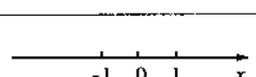
不等式的解法，第三部分讲解了含绝对值的一元一次不等式的解法。

2. 在集合一章中，我们用集合的描述法来表示不等式的解集，并可以把不等式的解集在数轴上表示。不等式的解集还有另一种表示形式，这就是区间，将它们归纳起来，可有下面两种情况：

(1) $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a < b$

集合	名称	区间	数轴表示
$\{x a < x < b\}$	开区间	(a, b)	
$\{x a \leq x \leq b\}$	闭区间	$[a, b]$	
$\{x a \leq x < b\}$	半闭半开区间	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	半开半闭区间	$(a, b]$	

(2) $a \in \mathbf{R}$

集合	区间	数轴表示
$\{x x > a\}$	$(a, +\infty)$	
$\{x x < a\}$	$(-\infty, a)$	
$\{x x \geq a\}$	$[a, +\infty)$	
$\{x x \leq a\}$	$(-\infty, a]$	
\mathbf{R}	$(-\infty, +\infty)$	

3. 关于一元二次不等式的解法，考虑到学生的接受能力，我们在教材中没有涉及一元二次函数的知识，而是借助于一元二次方程的根，利用区间分析法，直接给出一元二次不等式的解集。

这种解法分三种情况，分别举例，通过分析归纳出结论，解一元二次不等式时可直接利用结论写出解集。因此教学重点应放在让学生能利用相关结论写出不等式的解集上。

解一元二次不等式时，应分两个步骤：

(1) 解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ；

(2) 写出一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0$ ($a > 0$) 的解集。

4. 在讲解一元二次不等式解法时，应加强对缺项的二次不等式的教学，这种情况学生很容易出错。如，将 $x^2 > 4$ 错解成 $x > \pm 2$ ，将 $x^2 > x$ 错解成 $x > 1$ 等。

5. 关于含绝对值的一元一次不等式的解法，教材是先通过例题分析归纳出 $|x| > a$ 及 $|x| < a$ ($a > 0$) 型不等式的解集，然后利用换元法解 $|ax + b| > c$ 及 $|ax + b| < c$ ($c > 0$)

型的不等式. 显然这里换元法是个难点. 在教学中, 重点应放在例 9 的分析讲解上, 帮助学生掌握解不等式的过程.

§ 2.3 列不等式解应用题

1. 教材是通过两个例题, 来介绍如何列不等式解应用题的. 例 1 是列一元一次不等式解应用题, 例 2 是列一元二次不等式解应用题.

2. 解应用题, 关键在于审题, 应用题都是用文字来描述的, 题目有时比较长, 涉及的名词、概念也较多, 因此需要学生能耐心、细致地读题, 在这个过程中, 教师应帮助他们弄清每个名词、概念, 分析已知条件和所求结论的数学意义, 准确理解题意.

理解题意之后, 要帮助学生分析题目中的数量关系, 并把这些关系用符号语言及数学式表达出来, 在此基础上, 列出符合题目要求的不等关系式, 即把实际问题抽象为不等式问题, 从而求得解答.

归纳与总结

1. 教材采用填空题的形式对本章知识要点进行了复习, 由学生完成, 目的是让学生参与教学过程.

2. 本章的重点与难点, 教师在讲解时, 可结合学生情况, 适当调整例题或补充一些例题以突出针对性.

III 习题答案或提示

§ 2.1 不等式的性质

随堂练习 1

1. (1) $<$; (2) $<$; (3) $>$; (4) $<$.
2. (1) $>$; (2) $<$; (3) $>$; (4) $>$.

随堂练习 2

1. 略.
2. 略.

习题 2.1

1. (1) $<$; (2) $<$; (3) $<$; (4) $>$.
2. (1) $>$; (2) $>$; (3) $>$; (4) $>$.
3. (1)正确; (2)不正确; (3)正确; (4)不正确.
4. 略.

§ 2.2 不等式的解法

随堂练习 1

1. (1) $(-\infty, -2)$; (2) $(2, 5)$; (3) $(-\infty, 2]$; (4) $(-\infty, +\infty)$; (5) $[-1, 1]$; (6) $(-3, 3]$.

2. (1) $\{x|2 < x < 3\}$; (2) $\{x|-3 \leq x \leq 1\}$;
 (3) $\{x|x < 2\}$; (4) $\{x|x \leq 0\}$;
 (5) $\{x|x \geq 1\}$; (6) $\{x|x > -1\}$.
 3. $A \cap B = (1, 2)$; $A \cup B = (-\infty, +\infty)$.

随堂练习 2

1. (1) $(-\infty, -1] \cup (5, +\infty)$; (2) $(-3, -1)$; (3) $[-1, 4]$; (4) $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$.
 2. (1) $(-1, 5)$; (2) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$.

随堂练习 3

1. (1) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; (2) \emptyset ; (3) \mathbf{R} ; (4) \emptyset .
 2. (1) $(+\infty, 2) \cup (2, +\infty)$; (2) \emptyset ; (3) \mathbf{R} ; (4) \emptyset .
 3. (1) \mathbf{R} ; (2) \emptyset .

随堂练习 4

- (1) $\{x|x < -3 \text{ 或 } x > -1\}$; (2) $\{x|-1 < x < 2\}$;
 (3) $\left\{x|x < -2 \text{ 或 } x > -\frac{2}{3}\right\}$; (4) $\{x|-4 < x < 12\}$;
 (5) $\{x|x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 2\}$; (6) $\{x|-1 \leq x \leq 3\}$.

习题 2.2

1. (1) $(-3, -1)$, $\{x|-3 < x < -1\}$; (2) $[-3, 0]$, $\{x|-3 \leq x \leq 0\}$;
 (3) $[-4, 1)$, $\{x|-4 \leq x < 1\}$; (4) $(-\infty, 3]$, $\{x|x \leq 3\}$;
 (5) $[3, +\infty)$, $\{x|x \geq 3\}$; (6) $(0, +\infty)$, $\{x|x > 0\}$;
 (7) $[0, +\infty)$, $\{x|x \geq 0\}$; (8) $(-\infty, 0)$, $\{x|x < 0\}$;
 (9) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, $\{x|x \neq 0 \text{ 且 } x \in \mathbf{R}\}$;
 (10) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$, $\{x|x \neq 1 \text{ 且 } x \in \mathbf{R}\}$.
 2. (1) $\{x|x < -6 \text{ 或 } x > 2\}$, $(-\infty, -6) \cup (2, +\infty)$;
 (2) $\{x|-3 < x < 5\}$, $(-3, 5)$;
 (3) $\{x|x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 5\}$, $(-\infty, -2] \cup [5, +\infty)$;
 (4) $\{x|-4 \leq x < 3\}$, $[-4, 3)$;
 (5) $\left\{x|x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 1\right\}$, $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$;
 (6) $\left\{x|0 < x < \frac{3}{2}\right\}$, $(0, \frac{3}{2})$;
 (7) $\left\{x|-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right\}$, $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$;
 (8) $\{x|x \neq 0 \text{ 且 } x \in \mathbf{R}\}$, $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;
 (9) \mathbf{R} , $(-\infty, +\infty)$;
 (10) $\{x|1 - \sqrt{6} \leq x \leq 1 + \sqrt{6}\}$, $[1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6}]$.

3. (1) $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$; (2) $\left\{x \mid x < -\frac{3}{2} \text{ 或 } x > \frac{3}{2}\right\}$;
 (3) $\{x | 1 < x < 5\}$; (4) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 0\}$;
 (5) $\{x | -4 < x < 2\}$; (6) $\{x | 1 < x < 3\}$.

§ 2.3 列不等式解应用题

随堂练习

提示: 设第三次测验考 x 分以上, 得

$$\frac{76+88+x}{3} > 85$$

答案是第三次测验应考 91 分以上.

习题 2.3

1. 提示: 设买 13 元一支的钢笔 x 支, 得

$$13x + 8(12 - x) \leq 120.$$

答案是买 13 元一支的钢笔 4 支, 8 元一支的钢笔 8 支.

2. 提示: 设最高定价 $(2 + 0.2x)$ 元/本, 得

$$(2 + 0.2x)(100000 - 5000x) \geq 224000.$$

答案是杂志最高定价为每本 3.2 元.

复习题 二

A 组

1. (1) $\frac{6}{13}$; (2) $-\frac{7}{23}$; (3) $\left\{x \mid x < -\frac{2}{3} \text{ 或 } x > \frac{2}{3}\right\}$; (4) $\left\{x \mid -\frac{1}{6} < x < \frac{1}{6}\right\}$; (5) $\{x | x < -3$
 或 $x > 3\}$; (6) $\{x | 0 < x < 4\}$.
2. (1)A; (2)B; (3)B; (4)C; (5)B; (6)C.
3. (1) $<$; (2) $>$.
4. (1) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}, (-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$;
 (2) $\{x | -5 < x < 1\}, (-5, 1)$;
 (3) $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}, (-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$;
 (4) $\{x | -3 \leq x \leq 2\}, [-3, 2]$;
 (5) $\left\{x \mid -1 < x < -\frac{1}{2}\right\}, \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$;
 (6) $\left\{x \mid x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 1\right\}, \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$.
5. (1) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$; (2) \mathbf{R} ; (3) $\{x | x \neq -1 \text{ 且 } x \in \mathbf{R}\}$;
 (4) $\{x | -1 - \sqrt{2} < x < -1 + \sqrt{2}\}$; (5) $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$; (6) $\{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$.
6. (1) $\{x | -2 < x < 8\}$; (2) $\{x | x < -8 \text{ 或 } x > 2\}$;
 (3) $\{x | -2 < x < 1\}$; (4) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$.
7. 提示: 设每月至少生产 x 件产品, 得

$$20x - 50000 \geq 200000$$

答案是每月至少生 7500 件产品.

B 组

1. (1)D; (2)D; (3)C; (4)D.

2. (1) $\left\{x \mid x < \frac{1}{3} \text{ 或 } x > 2\right\}$; (2) R;

(3) $\left\{x \mid x < \frac{1-\sqrt{2}}{2} \text{ 或 } x > \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right\}$; (4) $\{x \mid 2-\sqrt{10} < x < 2+\sqrt{10}\}$;

(5) $\left\{x \mid -\frac{3}{2} < x < \frac{9}{2}\right\}$; (6) $\left\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > \frac{4}{3}\right\}$.

3. $a=1, b=-6$.

4. 提示: 设图书最高定价为 $(25+x)$ 元, 得

$$(25+x)(8000-200x) \geq 200000.$$

答案是图书最高定价为 40 元.

助学手册答案

练习 1

1. (1)① $a-b>0$; ② $a-b=0$; ③ $a-b<0$;

(2)①做差, ②变形, ③判断符号, ④确定大小.

2. (1) $<$; (2) $>$.

3. (1) $<$; (2) $<$; (3) $>$; (4) $<$.

练习 2

1. (1) $a>b, b>c, a>c$;

(2) $a>b, a+c>b+c$;

(3) $a>b, c>0, ac>bc; a>b, c<0, ac<bc$;

(4) $a<1$; (5) $\frac{1}{2}$; (6) $<$; (7) $>$; (8) \geq .

2. (1)D; (2)C.

3. 略.

练习 3

1. (1) $[2, 3]$; (2) $(2, 3)$; (3) $[-1, 3)$; (4) $(-1, 3]$; (5) $[0, +\infty)$; (6) $(-\infty, 0)$.

2. (1) $|x| - 2 \leq x \leq 0$; (2) $|x| 0 < x < 1$;

(3) $|x| x \leq 5$; (4) $|x| x > -5$.

3. $A \cap B = (2, 3)$; $A \cup B = (-\infty, +\infty)$.

练习 4

1. (1) $x_1=1, x_2=2$;

(2) $x_1=-2, x_2=-1$;

(3) $x_1=-1, x_2=5$;

(4) $x_1=-5, x_2=1$;