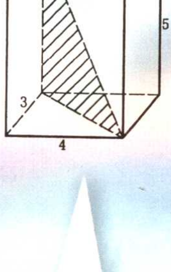
沪科版

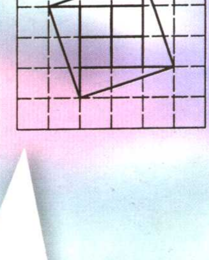
初中数学

教材全解

八年级·下册

《新时代数学》编写组 编





上海科学技术出版社

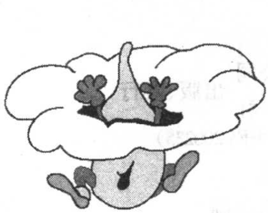
沪科版

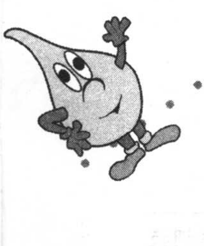
初中数学

教材全解

八年级·下册

《新时代数学》编写组 编





·上海科学技术出版社·

内 容 提 要

本套丛书是根据全国新课标沪科版初中数学教材编写而成，内容紧密配合教材. 丛书邀请教材编写组的专家和实验区的资深教师负责编写，具有权威性. 本书供八年级第二学期学生使用.

全书针对教材的每章每节安排学习目标、教材解读、重点剖析、错点反思、方法总结、知识巩固、能力提高等内容，帮助学生切实掌握教材每章每节中的要点、攻克难点和避免易错点，引导学生积极思考、总结经验，并帮助学生循序渐进地掌握教材的内容.

本书所选的例题和习题都是有代表性的题目，密切联系实际生活，着重于解题思路和解题方法的指导，帮助学生增强探究能力和灵活运用知识的能力.

图书在版编目(CIP)数据

沪科版初中数学教材全解. 八年级. 下册/《新时代数学》编写组编. —上海：上海科学技术出版社，2007.1

ISBN 978-7-5323-8719-9

Ⅰ. 沪…　Ⅱ. 新…　Ⅲ. 数学课—初中—教学参考资料

Ⅳ. G 634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 148294 号

责任编辑　周玉刚　王韩欢

装帧设计　陈　蕾

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社　出版、发行

(上海钦州南路 71 号　邮政编码 200235)

新华书店上海发行所经销

常熟市兴达印刷有限公司印刷

开本 850×1168　1/32　印张 7.875　字数 204 000

2007 年 1 月第 1 版　2007 年 1 月第 1 次印刷

印数：1—2 300 元

ISBN　978-7-5323-8719-9

定价：11.00 元

出版说明

本套丛书是根据全国新课标沪科版初中数学教材编写而成，内容紧密配合教材. 本套丛书邀请教材编写组的专家和实验区的资深教师负责编写，具有权威性.

本套丛书按每学期一册编写，旨在同步地对学生进行辅导，编写时注重对教材进行全面的分析，讲解细致入微，帮助学生理解教材、吃透教材. 本套丛书按章编写，章下设节，章一级的栏目有：本章综合、本章自测. 每节内设如下栏目：学习目标、教材解读、重点剖析、错点反思、方法总结、知识巩固、能力提高.

本套丛书特点：

1. 紧扣教材，一切以教材为基础.

2. 重点难点详细讲析，既有解题过程又有思路点拨.

3. 解题方法细，一题多解，多题一法，变通训练，总结规律.

4. 根据考点要求，精讲精练，使学生举一反三，触类旁通.

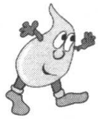
5. 练习配置精，注重典型性，避免随意性；注重迁移性，避免孤立性，实现由知识到能力的过渡.

参加本书编写的有曹秋敏、秦家林、吴中枞、苏明强、葛美安、雷弘瑞等.

上海科学技术出版社

2007 年 1 月

导读



学习目标 根据新课标的要求，对本节内容进行概括

教材解读 一方面对与本节相关的曾学过的概念、定理、性质、方法等知识进行回顾整理，另一方面对本节要学的新概念、新定理、新性质、新方法等新知识进行归类整理

重点剖析 通过例题对本节内重点进行讲解、辨析

错点反思 通过好的例题对本节内学生在解题时容易出错的地方进行讲解

方法总结 将本节中比较典型的解题方法提炼出来，加以说明

知识巩固 针对本节（课）的一些基础性训练，旨在巩固本节（课）所学到的主要知识

能力提高 有一定灵活性和难度的题目

本章综合 对综合应用本章知识来解的例题加以分析，并且针对中考，对中考热点、趋势等加以分析

本章自测 一份针对中考要求的测试卷

目　录

第18章　勾股定理

在本章之前，学生已学习了直角三角形的概念，掌握了直角三角形的部分性质和一个三角形是直角三角形的条件. 在此基础上，本章学习的主要内容是关于直角三角形的勾股定理、勾股定理的逆定理及其应用. 勾股定理是几何学中的最重要定理之一，它揭示的是直角三角形三边之间的数量关系，是解直角三角形的主要依据. 勾股定理在数学及其他自然科学中有着广泛的应用，在生产生活实际中有广泛的用途. 本章大体分为两大节：

第一大节：勾股定理；

第二大节：勾股定理的逆定理.

本章重点：勾股定理及其逆定理.

本章难点：勾股定理的发现过程中所体现的数学思想，以及逆定理的证明方法.

18.1　勾股定理

学习目标

1. 经历对问题情景的观察、分析、一般化等思维活动，提出猜想，体验勾股定理的探索过程.

2. 了解勾股定理的证明，培养学生良好的学习和思维习惯；通过数学史话介绍，培养学生爱国主义的思想情感.

3. 会运用勾股定理解决简单的实际问题，提高实践能力与创新精神.

教材解读

一、温故

1. 直角三角形的概念

有一个角是直角的三角形叫做直角三角形.

2. 直角三角形的性质

(1) 直角三角形的两个锐角互余;

(2) 在直角三角形中,如果一个锐角等于 30°,那么它所对的直角边是斜边的一半. 反之,如果一条直角边等于斜边的一半,那么这条直角边所对的角等于 30°;

注意 这两个互逆定理成立的前提是“在直角三角形中”,其他三角形中这个结论不成立,千万不能乱用!

(3) 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

3. 平方根的概念

如果一个数的平方等于 a,那么这个数就叫做 a 的平方根. 换句话说,如果 $x^2 = a\ (a \geqslant 0)$,那么 x 就叫做 a 的平方根,记作:$x = \pm\sqrt{a}$.

4. 开平方

求一个数 a 的平方根的运算,叫做开平方.

注意 开平方与平方的比较如表所示:

平　方	在式子 $x^2 = a$ 中,已知 x 求 a
开平方	在式子 $x^2 = a$ 中,已知 a 求 x
关　系	开平方与平方互为逆运算

二、知新

1. 勾股定理(又名毕达哥拉斯定理)

如果直角三角形两直角边分别为 a, b,斜边为 c, 那么 $a^2 + b^2 = c^2$, 即:直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方. 它

反映了一个直角三角形三边之间的数量关系，也是直角三角形的一条重要性质.

注 我国古代把直角三角形中较短的直角边称为勾，较长的直角边称为股，斜边称为弦，如图 18－1 所示，勾^2＋股^2＝弦^2.

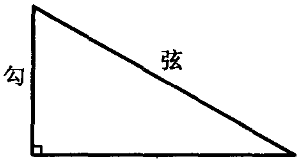


图 18－1

2. 勾股定理的验证

几何图形经过割补拼接后，只要没有重叠，没有空隙，面积不会改变，再利用面积公式进行计算论证. 这种割补法是验证勾股定理的有效方法. 勾股定理的证明方法很多，教材是利用面积法给出证明的，其关键是利用面积关系列出等式.

注意 勾股定理的发现过程体现了一般化的数学思想.

3. 勾股定理的应用

已知直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=c$，$BC=a$，$AC=b$，则

已 知	求
a, b	$c=\sqrt{a^2+b^2}$
a, c	$b=\sqrt{c^2-a^2}$
b, c	$a=\sqrt{c^2-b^2}$

注意 勾股定理只有在直角三角形中才成立，因而运用勾股定理解决问题时，关键要能从具体的问题中找到直角三角形；当有几个直角三角形时，要弄清它们之间的关系.

重点剖析

例 1 如图 18－2 所示，由 Rt△ABC的三边向外作正方形，若最大正方形的边长为 5 cm，则图中两个阴影正方形的面积之和为________ cm^2.

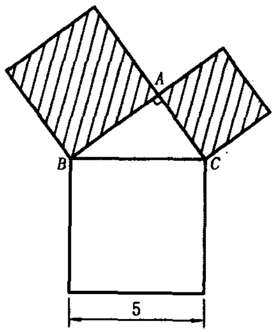


图 18－2

分析 根据题意，我们发现：图中两个阴影正方形的面积之和为 AB^2+AC^2，又因为△ABC 是直角三角形，由勾股定理可知：

$AB^2+AC^2=BC^2$，而 BC 已知，问题可解.

解　因为$\triangle ABC$ 是直角三角形，由勾股定理可知：

$$AB^2+AC^2=BC^2.$$

又 $BC=5$，而图中两个阴影正方形的面积之和为AB^2+AC^2，所以 $AB^2+AC^2=BC^2=5^2=25$，故填 25.

注意　在解决涉及直角三角形三边的关系问题时，常常利用勾股定理来求解.

例 2　如图 18－3 所示，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$，垂足为 D，若 $\angle B=30^\circ$，$CD=6$，求 AB 的长.

分析　根据题意，利用勾股定理构造方程可以求解.

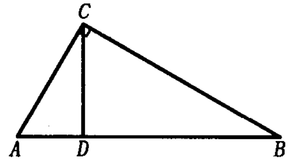


图　18－3

解　设 AB 的长为 $2x$，则 AC 的长为 x.

在直角三角形 CDB 中，$\because$ $CD=6$，$\angle B=30^\circ$，$\therefore$ $BC=12$.

在直角三角形 ABC 中，由勾股定理，得

$$12^2+x^2=(2x)^2.$$

解方程，得 $x=4\sqrt{3}$（负的舍去），故 $AB=8\sqrt{3}$.

注意　本例考查直角三角形的有关计算，关键是利用好 30°角所对边的性质和勾股定理，借助方程往往使计算简化.

例 3　一个直立的火柴盒在桌面上倒下，启迪人们发现了勾股定理的一种新的证明方法. 如图 18－4 所示，火柴盒的一个侧面 $ABCD$倒下到$AB'C'D'$的位置，连接 CC'，设 $AB=a$，$BC=b$，$AC=c$，请利用四边形 $BCC'D'$ 的面积证明勾股定理：$a^2+b^2=c^2$.

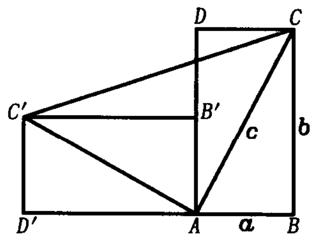


图　18－4

分析　此题把生活中非常熟悉的一种简单的运动现象融入问题，创设了一幅

图形运动的动态情景，让学生从中发现图形的变化过程和本质特征. 其主要目的是考查运用面积法证明勾股定理的能力.

解 因为四边形 $BCC'D'$ 是直角梯形，

$\therefore\ S_{梯形BCC'D'}=\frac{1}{2}(BC+C'D')\cdot BD'=\frac{(a+b)^2}{2}.$

$\because\ Rt\triangle ABC\cong Rt\triangle AB'C'$，$\therefore\ \angle BAC=\angle B'AC'.$

$$\therefore\ \angle CAC'=\angle CAB'+\angle B'AC'=\angle CAB'+\angle BAC=90^\circ.$$

$$\therefore\ S_{梯形BCC'D'}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle CAC'}+S_{\triangle D'AC'}=\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2+\frac{1}{2}ab=\frac{c^2+2ab}{2}.$$

$\therefore\ \frac{(a+b)^2}{2}=\frac{c^2+2ab}{2}$，即：$a^2+b^2=c^2$.

注意 此题通过图形的运动变化给学生展示了丰富的想象空间，通过对梯形面积 $S_{梯形BCC'D'}$ 不同形式的表示，建立面积等式，化简后得勾股定理.

例 4 如图 18 - 5 所示，已知边长为 5 的等边三角形 ABC 纸片，点 E 在边 AC 上，点 F 在边 AB 上，沿 EF 折叠，使点 A 落在边 BC 上的点 D 的位置，且 $DE\perp BC$，则 CE 的长是(　　).

A. $10\sqrt{2}-15$　　B. $10-5\sqrt{3}$

C. $5\sqrt{3}-5$　　D. $20-10\sqrt{3}$

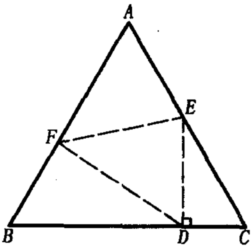


图 18 - 5

分析 由折叠可知$\triangle DEF\cong\triangle AEF$，所以 $DE=AE$，由此得 $DE=5-EC$，在 $Rt\triangle EDC$ 中，$\angle EDC=90^\circ$，$\angle C=60^\circ$，由勾股定理可以求出 CE 的长.

解 $\because\ DE\perp BC$，

$\therefore\ \triangle DEC$ 是直角三角形.

$\because\ \triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore\ \angle C=60^\circ$，

$\therefore\ DC=\frac{1}{2}EC.$

又因为 $\triangle DEF$ 是由 $\triangle AEF$ 折叠而成，

$\therefore\quad \triangle DEF \cong \triangle AEF$; $\therefore\quad DE = AE$.

而 $AE = AC - EC = 5 - EC$，$\therefore\quad DE = 5 - EC$.

由勾股定理，得　$(5 - EC)^2 + \left(\frac{1}{2}EC\right)^2 = EC^2$.

解方程，得　$EC = 20 - 10\sqrt{3}$. 故选 D.

注意　解决此类图形折叠型题目的关键是要抓住折叠的本质，即通过折叠形成了轴对称图形，因此对应的线段和角都相等.

错点反思

例 5　已知 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B = 90°$，$a = \sqrt{2}$，$c = 2\sqrt{2}$，求 b.

错解　由勾股定理，得 $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{8-2} = \sqrt{6}$.

反思　这里错在盲目套用勾股定理“$a^2 + b^2 = c^2$”，而此题给出的是$\angle B = 90°$，即 b 为斜边，所以正确的表达式为

$$a^2 + c^2 = b^2.$$

正解　由勾股定理，得 $b = \sqrt{c^2 + a^2} = \sqrt{8+2} = \sqrt{10}$.

例 6　若直角三角形的三边长为 2、4、x，则 x 的可能值有(　　).

A. 1 个　　　　B. 2 个

C. 3 个　　　　D. 4 个

错解　由勾股定理可知：$2^2 + 4^2 = x^2$. 解方程，得 $x = 2\sqrt{5}$(负舍)，故选 A.

反思　此题旨在考查学生的分类思想意识，强调在直角三角形中边不明确的情况下，应注意较大的边可以是直角边，也可以是斜边，即 4 和 x 谁是斜边，故应该分两种情况进行讨论. 它有利于培养学生思维的科学性和严密性等思维品质.

正解　应分两种情况进行讨论：

(1) 当 4 是直角边时，由勾股定理可知：$2^2 + 4^2 = x^2$，$\therefore\quad x = 2\sqrt{5}$(负舍)；

(2) 当 4 是斜边时，由勾股定理可知：$2^2+x^2=4^2$，

$\therefore\quad x=2\sqrt{3}$(负舍).

故应选 B.

方法总结

勾股定理是几何中几个最重要的定理之一，也是直角三角形的一条重要性质，它把直角三角形中一个直角的“形”的特征，转化为三边之间“数”的关系. 几何中有关线段的计算题目，经常利用勾股定理. 在无直角条件的题目中，还经常适当作垂线，以便能够利用勾股定理. 如：

例 7 如图 18－6 所示，在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC=13$ cm，$BC=10$ cm，求三角形的面积.

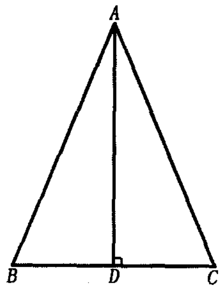


图 18－6

分析 求三角形的面积，必须先求出底边上的高，而求高则必须借助于直角三角形，根据勾股定理求解.

解 如图 18－6 所示，作 BC 边上的高 AD.

$\because\quad AB=AC,\ BC=10$，

$\therefore\quad BD=5$.

在直角三角形 ABD 中，由勾股定理，得 $AD^2+BD^2=AB^2$，

即：$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$，

$$\therefore\quad S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=60(\text{cm}^2).$$

上述的例 2 和例 4 也是最终化归到直角三角形求解.

勾股定理的验证方法很多，用面积验证比较简捷(如例 3). 用面积法解题是一种重要的解题方法，在有距离或垂线段的条件的题目中运用面积法解题比较方便.

知识巩固

一、选择题*

1. 把直角三角形两直角边同时扩大到原来的 2 倍，则其斜边扩大到原来的(　　).

A. 2 倍　　B. 4 倍　　C. $\sqrt{2}$倍　　D. 3 倍

2. 若一个直角三角形的两边长为 12 和 5，则第三边长为(　　).

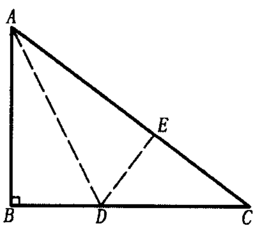
A. 13　　B. 13 或$\sqrt{119}$

C. 13 或 5　　D. 15

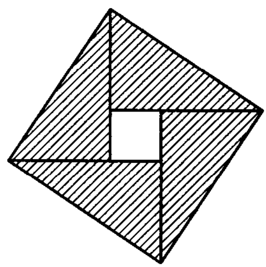
3. 如图，有一块直角三角形纸片，两直角边 $AB = 6$ cm，$BC = 8$ cm，现将三角形纸片沿直线 AD 折叠，使点 B 落在斜边 AC 上，则 BD 等于(　　).

A. 2 cm　　B. 3 cm

C. 4 cm　　D. 5 cm



(第 3 题)


(第 4 题)

4. 2002 年 8 月，在北京召开的国际数学家大会会标如图所示，它是由四个相同的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形. 若大正方形的面积是 13，小正方形的面积是 1，直角

* 本书中的选择题，每小题都给出了代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把你认为正确结论的代号写在题后的括号内，下同.

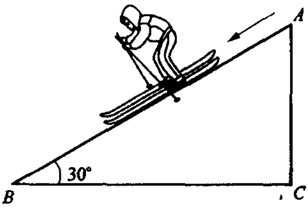
三角形的较长直角边为 a，较短直角边为 b，则 a^3+b^4 的值为（　　）.

A. 35　　B. 43　　C. 89　　D. 97

二、填空题

5. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AB=17$，$BC=8$，则 $AC=$________.

6. 如图，一名滑雪运动员沿着倾斜角为 30° 的斜边，从 A 处滑行至 B 处. 已知这名滑雪运动员的高度下降了 80 m，问该滑雪运动员滑行了________m.



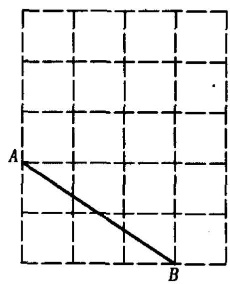
（第 6 题）

7. 某种洗衣机的包装箱外形是长方体，其高为 1.2 m，体积为 1.2 m^3，底面是正方形，则该包装箱的底面边长为________m.

8. 在直角三角形中两直角边为 5 和 12，则斜边长为________，斜边上的高线为________.

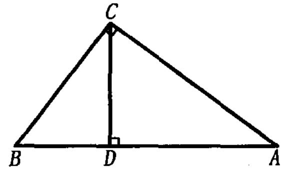
三、解答题

9. 如图所示，A、B 是 4×5 网格中的格点，网格中的每个小正方形的边长为 1，请在图中清晰地标出使以 A、B、C 为顶点的三角形是等腰三角形的所有格点 C 的位置.



（第 9 题）

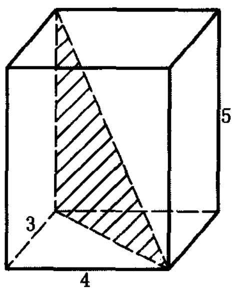
10. 如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90^\circ$，$AB = 5$ cm，$BC = 3$ cm，$CD \perp AB$ 于点 D，求 CD 的长.



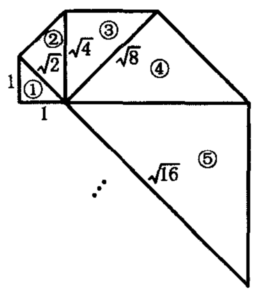
（第 10 题）

能力提高

1. 如图，是一个长方体，阴影部分的面积为________.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 用刻度尺和圆规作一条线段，使它的长度为 $\sqrt{5}$ cm.