



# 理解与实践高中数学新课程 ——与高中数学教师的对话

王尚志 张饴慈 吕世虎 马芳华 编著



高等教育出版社

# 理解与实践高中数学新课程

## ——与高中数学教师的对话

编 著 王尚志 张怡慈  
吕世虎 马芳华



高等教育出版社

## 内容提要

本书以问答的形式,紧紧把握“高中数学课程标准(实验)”针对新课程实施中教师已遇到或即将遇到的实际问题而编写。本书强调问题设计的针对性、实用性,对高中数学新课程的理念与目标、内容的定位、教学评价及推进中出现的问题等方面进行了阐述。

本书由课标组专家牵头编写,可供高中数学教师新课程培训和继续教育使用,也可供数学教研员和其他数学教育工作者参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

理解与实践高中数学新课程:与高中数学教师的对话 /  
王尚志等编著. —北京:高等教育出版社,2007.3

ISBN 978 - 7 - 04 - 015359 - 0

I. 理… II. 王… III. 数学课 - 教学研究 - 高中  
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 013832 号

策划编辑 张忠月      责任编辑 李 陶      封面设计 于文燕  
责任绘图 尹文军      版式设计 余 杨      责任校对 朱惠芳  
责任印制 陈伟光

---

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100011	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
总 机	010 - 58581000		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	<a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
印 刷	北京市白帆印务有限公司		<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
		畅想教育	<a href="http://www.widedu.com">http://www.widedu.com</a>
开 本	787 × 960 1/16	版 次	2007 年 3 月第 1 版
印 张	12.25	印 次	2007 年 3 月第 1 次印刷
字 数	220 000	定 价	14.60 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 15359 - 00

# 前 言

我们荣幸参加了高中数学课程标准的研制、教材编写、教师培训、网站建设等工作，并多次深入实验区，听课，座谈，交流等，也参加了很多有关的国内外学术活动，这些工作和活动使我们学习到很多东西，特别是从一些教研员、一线教师那里学到很多生动活泼的东西。我们由衷地感到做好一件事太不容易了，尤其是这次课程改革更是如此。这次课程改革涉及面广，有课程目标的调整，有课程内容的变化，有选择功能的拓展，有教学方式的改进等。这是一项巨大的工程，需要不同方面的合作，例如数学研究者和数学教育工作者的合作，大学与中小学的合作等。这要求同存异，有不同意见和看法是很正常的，坐下来相互倾听、交流、讨论，非常有益。在高中数学课程研制的过程中，召开过数十次不同形式的座谈、交流会，对标准研制起了非常大的作用。美国在数学教育方面曾发生过争论，前一阶段，争论的双方坐在一起，认真地讨论了共识和分歧，结果共识远远多于分歧。

高中数学新课程实验已经一年多的时间，整个进程比较顺利，积累了一些很好的经验，也提出了一些具有挑战性的问题。根据实验过程中的经验，针对出现的问题，本书拟从高中课程的数学内容定位的角度，谈谈我们对一些问题的看法。

重视“双基”是我们很好的传统，“双基”需要与时俱进也是我们的共识，本书希望从以下几个方面引起教师的思考，丰富“双基”的内涵。

整体把握数学课程是值得特别关注的。知识和技能是需要一个一个地学习，数学课也需要一节一节地上，但是，在高中数学课程中，还是有一些“思想”更重要，更基本，贯穿在课程的始终，例如，在本书中反复强调的“函数”、“运算”、“图形”、“算法”等，它们的作用不能等同于知识点，不能等同于技能，也不能等同于一般的思想方法，它们反映了数学中更为丰富的东西，它们将伴随着学生将来的学习和工作，我们需要把这些东西留在学生的头脑中。我们把它们看作贯穿高中课程的主线，它们相对独立，又彼此交叉，把整个高中课程有机地编织成了一个整体。为了加深对这个整体的认识和理解，每一个知识、每一个技能都会作出贡献。同样，学会用整体的视角看待每一个知识和技能，一定会更好地理解它们的作用和意义。有了这样的思想，在教学中我们就会不仅关注如何设计好一节课，而且会更加关注如

何设计好一章的课程，一学期的课程，一学年的课程，关注设计好整个高中的课程。有了这样的思想，在考试命题中我们就会关注主要的、基本的东西，关注通性通法 (skill)，淡化那些小技巧、小把戏 (trick)。

数学教学不是要把容易的东西变难了，而是希望把难理解的变得容易理解。在本书中，我们结合具体内容反复强调两点建议：一个是多画一些“图”，多用一些“图形的语言”。几何图形给我们带来的好处不仅仅是逻辑，还有直观。越复杂、越抽象东西越需要直观，需要图形；另一个是，在学习数学时，应该养成一个习惯，无论思考多么抽象的问题，头脑中一定有具体的“实例”，例如，非负整数数列是理解等差数列好的实例；复利储蓄是理解等比数列的好实例；路程与速度的关系是理解牛顿-莱布尼茨定理的好实例。有好的实例支持，抽象的概念就不会“落空”。

“演绎推理”和“归纳抽象”是认识数学的两个基本方面，在高中数学课程中要给予同等的重视，不可偏废。从一般到特殊，从具体到抽象，都是重要的。但是实际教学中，常常忽视后者。例如，有的教师以为知道映射的定义，就应该理解函数的定义，了解一般函数概念自然就能理解特殊的函数，这样的认识是片面的，两个方面都不可忽视。

高中数学的一些内容是需要遵循“螺旋”上升的认知规律。例如对于“函数”、“算法”等的认识是需要一个比较长的时间的积累，不可能“一步到位”，太急了，反而“欲速则不达”。在实验区，一些教师在高一就开始进行高考训练，我们感到不妥，因为不仅要考虑知识，还要考虑学生的认知水平。

这本书主要从数学的角度对高中数学新课程以及高中数学课程实验中出现问题进行思考，这些思考融会了标准研制过程很多人的想法，也有我们自己的一些思考，写出来供教师作参考。本书一定会有很多不妥之处，希望作为引玉之砖。

本书的内容包括六部分：什么是数学；高中数学课程的理念与目标；整体把握高中数学课程；高中数学课程的定位；高中数学新课程教学中的问题；高中数学新课程推进的进程、经验和问题。除第六单元外，其余各部分均以问题的形式出现。全书共 149 个问题。采用问题解答的形式，是为了突出重点，有针对性地解答老师们在理解高中数学新课程和实验中出现的问题。当然，这些解答只是我们的一些思考，难免谬误，仅供老师们参考和讨论。

王尚志 张怡慈 吕世虎 马芳华  
2005年12月15日

# 目 录

<b>第一单元 什么是数学</b> .....	1
1. 为什么数学是基础? .....	2
2. 为什么数学是科学语言和有效工具? .....	3
3. 为什么“数学是思维的体操”? .....	4
4. 如何理解数学的应用价值? 数学是技术? .....	5
5. 为什么数学是文化? .....	6
6. 如何理解数学在育人中的作用? .....	6
<b>第二单元 高中数学课程的理念与目标</b> .....	8
7. 如何把握高中数学课程的定位? .....	9
8. 如何与时俱进的看待“双基”? .....	10
9. 高中数学新课程为什么要提倡多种学习方式? .....	11
10. 高中数学课程为什么要强调发展学生的应用意识? .....	13
11. 为什么在高中数学课程中要注重提高学生的数学思维能力? .....	15
12. 如何把握数学本质与适度的形式化? .....	15
13. 高中课程为什么要强调选择性? .....	18
14. 如何把握高中数学课程的基础性? .....	19
15. 高中数学课程为什么要体现数学的文化价值? .....	20
16. 如何把握信息技术与数学课程的整合? .....	21
17. 如何建立合理科学的评价体系? .....	22
18. 如何理解数学课程中的过程性目标? .....	22
19. 如何理解情感态度价值观是课程的目标? .....	24
20. 课程目标中, 为什么要提倡独立获取数学知识的能力? .....	25
21. 为什么把三大能力变成五大能力? .....	26
<b>第三单元 整体把握高中数学课程</b> .....	29
22. 为什么需要整体把握高中数学课程? .....	30

23. 如何整体地把握高中数学课程? .....	30
24. 为什么“函数思想”是高中数学课程的主线之一? .....	36
25. 为什么“运算思想”是高中数学课程的主线之一? .....	41
26. 为什么“几何思想(把握图形)”是高中数学课程主线之一? .....	42
27. 为什么“算法思想”是高中数学课程的主线之一? .....	43
28. 为什么“统计思想”和“随机思想”函数是高中数学课程的主线之一? .....	45

**第四单元**

**高中数学课程内容的定位**

——针对实验中出现的问題 .....	47
--------------------	----

必修课程的定位 .....	48
---------------	----

29. 为什么“集合初步”定位在语言表述工具? .....	48
30. 哪些函数模型应该留在学生头脑中? .....	48
31. 如何理解函数与函数解析表达式? 为什么淡化求函数的定义域和值域? .....	49
32. 为什么“幂函数(整数指数幂)”, “指数函数”, “对数函数”, “三角函数”是基本的初等函数? .....	50
33. 如何认识函数和映射? .....	51
34. 如何理解指数函数形成的逻辑关系? .....	51
35. 在函数研究中, 为什么单调性是最基本的性质? .....	54
36. 如何理解高中数学课程中反函数的定位? .....	55
37. 为什么要引入用二分法求解方程? .....	56
38. 如何理解函数的应用? .....	57
39. 高中学习几何学的目的是什么? .....	59
40. 如何理解几何课程的整体设计思想? .....	60
41. 如何处理立体几何的证明? .....	64
42. $\tan \alpha$ 是刻画直线斜率的唯一方式吗? .....	66
43. 如何理解“数形结合”的思想在高中数学课程中的作用? .....	67
44. “统计”学科是研究什么的? 必修部分的统计有哪些内容? .....	68
45. 如何理解“抽样”? .....	68
46. 如何理解整理数据和画统计图表? .....	69
47. 如何把握“数据的数字特征”的教学? .....	69
48. 如何理解“结果的随机性”? .....	70

49. 如何把握“线性相关性”的教学? .....	71
50. 建立回归方程应注意什么? .....	71
51. 为何在“统计”的教学中强调案例教学? .....	72
52. 高中课程必修部分对概率是如何定位的? 为什么在排列、 组合前讲概率? .....	73
53. 如何理解概率的定义? .....	73
54. 如何理解事件的互斥和独立? .....	75
55. 如何理解古典概率模型? .....	76
56. 如何把握几何概率与随机模拟的教学? .....	77
57. 为什么在高中数学课程中加入算法的内容? .....	77
58. 如何理解算法在高中课程中的定位? .....	79
59. 如何理解赋值? .....	80
60. 如何理解函数在循环结构中的作用? .....	81
61. 如何理解周期现象与三角函数的关系? .....	81
62. 初中、高中三角函数有什么差异? .....	83
63. 为什么弧度比角度难理解? .....	84
64. 如何用解析几何思想理解三角函数定义? .....	84
65. 在中学数学中为什么要引入向量? .....	85
66. 向量对于学生理解数学运算有哪些作用? .....	87
67. 如何理解向量与物理中矢量的关系? .....	88
68. 如何把握向量的教学? .....	88
69. 如何理解三角恒等变换的定位? .....	91
70. 如何理解“解三角形”的定位? .....	93
71. 如何理解数列在数学中的作用以及数列在中学数学中的定位? .....	93
72. 如何理解在等差、等比数列中“知三求二”的基本要求? .....	94
73. 如何理解数列的应用? .....	94
74. 如何理解不等关系与恒等关系? .....	95
75. 如何把握必修课程中不等式的要求? .....	97
76. 如何理解函数、不等式、方程的关系? .....	100
选修1、选修2系列课程的定位 .....	101
77. 选修1和选修2内容有哪些是相同的, 有哪些是不同的? .....	101
78. “常用逻辑用语”与大纲中的“简易逻辑”有什么差异? .....	101
79. 充分条件、必要条件为什么很重要? .....	102
80. 如何理解充分必要条件在数学中的重要意义? .....	103



81. “全称量词”与“存在量词”教学的定位? .....	103
82. “全称量词”与“且”,“存在量词”与“或”有关系吗? .....	104
83. 如何理解“且”与“或”的定位? .....	104
84. 如何理解微积分的定位? .....	105
85. 为什么在中学要学微积分? .....	105
86. 不讲极限能否讲导数——标准与大纲的差异? .....	106
87. 如何理解复数的定位? .....	106
88. 为什么在选修1中加“框图”? .....	107
89. 如何把握选修1和选修2中统计的定位? .....	107
90. 什么是聚类分析? .....	108
91. 如何理解独立性检验的基本思想? .....	108
92. 如何把握选修课中“回归分析”的定位? .....	108
93. 如何把握“假设检验”的教学? .....	109
94. 如何处理空间向量? .....	109
95. 用向量方法处理立体几何的意义何在? .....	109
96. 如何理解“计数原理”的定位? .....	110
97. 分步计数原理与分类计数原理在证明二项式定理中有何作用? .....	111
98. 为什么分布列可以描述离散随机现象的规律? .....	111
99. 如何研究分布列? 两个基本的分布模型——二项分布、 超几何分布是什么? .....	112
100. 分布的均值与方差的意义何在? .....	113
101. 如何把握正态分布? .....	113
102. 如何看待概率论的应用? .....	114
<b>选修3、选修4系列课程的定位</b> .....	<b>115</b>
103. 如何从总体上认识系列3和系列4? .....	115
104. 为什么要设置“数学史选讲”? .....	116
105. 如何开设“数学史选讲”? .....	116
106. 信息安全与数学有何关系? .....	117
107. 什么是“公开密钥体制”? 它的基本原理是什么? .....	118
108. 为什么要设置“球面几何”? .....	119
109. 球面几何专题的基本内容是什么? .....	119
110. 为什么设置“对称与群”? .....	120
111. “对称与群”专题是如何定位的? .....	120
112. 为什么设置“欧拉公式与闭曲面分类”? .....	121

113. “欧拉公式与闭曲面分类”专题是如何定位的? .....	122
114. 为什么开设“三等分角与数域扩充”? .....	123
115. “三等分角与数域扩充”专题是如何定位的? .....	123
116. 为什么开设“几何证明选讲”? 本专题的基本内容是什么? .....	125
117. 如何把握“几何证明选讲”专题的内容? .....	125
118. 为什么设置“矩阵与变换”? .....	126
119. “矩阵与变换”专题是如何定位的? .....	126
120. 为什么设置“数列与差分”? .....	127
121. 如何把握“数列与差分”专题的内容? .....	128
122. “坐标与参数方程”是如何定位的? .....	129
123. “不等式选讲”专题的基本内容是什么? .....	129
124. “不等式选讲”专题是如何定位的? .....	130
125. “初等数论初步”专题的定位是什么? .....	130
126. “初等数论初步”专题的重点是什么? .....	131
127. “试验设计”讨论的是什么问题? .....	131
128. 什么是优选法? .....	132
129. 统筹法讨论的是什么问题? .....	133
130. “统筹法与图论初步”专题中“图论初步”的 内容是如何定位的? .....	135
131. “风险与决策”专题的定位是什么? .....	136
132. 为什么设置“开关电路与布尔代数”? .....	137
133. “开关电路与布尔代数”专题的定位是什么? .....	137

**第五单元 高中数学教学中应注意的几个问题** ..... 140

134. 新课程的教学中所强调的教学原则是什么? .....	141
135. 在教学中, 为什么要倡导教学方式的多样化? .....	141
136. 在教学中如何激发学生的学习积极性? .....	142
137. 在教学中, 如何培养学生养成好的学习习惯? .....	142
138. 如何提高课堂教学的效率? .....	145
139. 如何创造性地使用教材? .....	146
140. 在基础知识的教学中, 如何抓住数学的本质? .....	149
141. 在基本技能的教学中, 如何抓住通性通法? .....	150
142. 在教学中, 如何体现数学的基本思想? .....	151
143. 在教学中, 如何帮助学生积累数学活动的经验? .....	152

144. 在教学中, 如何发展学生的创新意识? .....	153
145. 在教学中, 如何体现数学文化的价值? .....	156
146. 在课堂教学中, 如何有效地启发学生的思维? .....	157
147. 在教学中, 如何使得概念的引入自然和让学生容易 接受且抓住数学本质? .....	158
148. 信息技术在中学数学课堂中的使用原则是什么? .....	160
149. 如何在日常教学中体现过程性评价? .....	165
<b>第六单元 高中数学新课程推进的进程、经验和问题</b> .....	<b>167</b>
一、高中数学新课程的研制过程 .....	167
二、教材编写 .....	169
三、高中数学新课程实验中的跟踪调研 .....	169
四、高中数学新课程实验中的经验和问题 .....	169
五、高中数学新课程实验中的教师培训 .....	172
<b>主要参考文献</b> .....	<b>185</b>

# 第一单元

## 什么是数学

在高中数学课程标准研制过程中，我们认真思考了以下几个问题：

根据课程改革纲要要求，如何把“三维课程目标”与数学课程有机地联系起来？

什么是数学？

在高中阶段，什么是学生需要掌握的基本数学思想和内容？选择什么“内容”有助于学生的发展？

如何帮助学生有效地学习？如何提高学习数学的兴趣？

如何帮助教师提高数学教学效率？

对于每一个从事数学研究和数学教育的工作者来说，这些都是大家十分关心的问题。当然，我们不可能准确地回答这些问题，但是，在标准研制过程中，结合每个人的学习实际、工作实际，认真思考这些问题对于研制课程标准是非常重要的。对于每一位数学教师来说，结合自己的学习和教学实际，思考这些问题，将有助于提高自己的专业水平，提高教学的效率。对于每一位正在学习数学的高中学生来说，结合自己的学习实际，思考这些问题，将有助于提高学习兴趣和效率，有助于加深对理解数学，有助于提高学习成绩。

特别是对于“什么是数学”，我们应该认真思考。这不仅对于从事数学研究的专业人士是重要的，对在一线教授数学的老师也同样重要。我们应该帮助学生更好地、更全面理解数学。本单元中，我们从几个不同的视角来体会数学，体会数学的作用：数学是基础；数学是科学的语言、有效的工具；数学是“思维的体操”；数学有广泛的应用——数学是技术；数学是文化；数学是育人的载体等。这些来自不同的视角的思索有区别，又有密切联系。



### 单元学习目标

- 对数学的价值和作用有进一步的认识
- 能从不同角度不断思考什么是数学的问题
- 能在教学过程中引导学生思考什么是数学的问题



## 重要概念

数学    数学课程    数学语言    数学思维    数学应用    数学文化



## 学习建议

阅读下列参考书目的相关内容：

[1] 严士健, 张奠宙, 王尚志. 普通高中数学课程标准解读. 南京: 江苏教育出版社, 2004.

[2] 柯朗, 罗宾. 什么是数学. 左平, 张饴慈译. 上海: 复旦大学出版社, 2005.

[3] 李文林. 数学史概论. 北京: 高等教育出版社, 2000.

结合高中数学课程标准和教学实际, 不断思考什么是数学? 在高中阶段, 学生需要掌握的基本数学思想和内容是什么? 如何帮助学生有效地学习数学, 提高学习数学的兴趣和本领? 如何提高数学教学效率等问题。

### 1. 为什么数学是基础?

数学科学是自然科学与技术科学的基础, 并在经济科学、社会科学、人文科学的发展中发挥越来越大的作用。

恩格斯说“数学是研究空间形式和数量关系的科学。”最近, 对数学又有一种新的描述, “数学是研究模式与秩序的科学”。在数学中, 出现的各种“空间形式”、“数量关系”、“模式”、“秩序”, 它们以不同的方式出现在现实世界和各个学科中, 反映和描述其中蕴涵的规律。数学科学是自然科学与技术科学的基础, 已经成为社会的共识。

不仅如此, 数学在经济学、社会科学、人文科学的发展中发挥越来越大的作用。对于一些学科和学科方向而言, 例如, 数理经济学, 社会统计学, 数字音乐, 电脑美术, 电子文献学等, 数学已经成为它们的基础之一。现在, 大学的大部分文科院、系开设了数学课程, 大学的一些传统的文科院、系开始招收“理科学生”。这种变化应该引起中、小学教师和学生的关注。

现代生活处处充满着数学。如每日天气预报中用到的降水概率、正数、负数及表示空气污染程度的百分数; 个人和家庭在购物、购房、购买股票、参加保险等项投资活动中所采用的具体方案策略; 外出旅游中的路线的选择; 选取房屋的装修设计和装修费用的估算; 还有对新闻媒介带给人们的各种各样信息的分析, 这些都与数学有着密切的联系。大众媒体、日常生活中用到越来越多

的数学概念，如纬度、统计、变化率等都成为常用的词语。”“数量意识和用数学语言进行交流的能力已经成为公民基本的素质和能力，它们能帮助公民更有效地参与社会生活。数学是科学的语言，数学也是一种日常生活语言。

一些数学基本能力已经成为人的生活基本能力的重要组成部分。在高中课程中，数学课程是重要的基础课程。

## 2. 为什么数学是科学语言和有效工具？

数学是刻画自然规律和社会规律的科学语言和有效工具。

语言的主要作用是描述、表达、交流，让其他人了解我们的意思。数学语言是人类语言的重要组成部分，它包括：由数学概念、结果等组成的数学自然语言，符号语言，图形语言，等等。它的基本特点是准确和简洁。它能帮助我们更好地进行交流，当我们用数学语言进行交流，一般说来，十分准确，不会出现任何歧义，而且简洁、明了，这是其他语言很难实现的。在很多情况下，特别是在刻画自然规律和社会规律时，在科学、技术交流中，数学语言常常是不可替代的。

社会要求人们学会并使用数学语言。数学语言（符号系统）现在已成为通用的语言，在现代社会中，许多事物均用数学语言来表征。从基本的度量如长度、面积、容积、质量到门牌号码、电话号码、邮政编码，体格检查如体温、血压、肝功能、血脂、白血球等等，无一不用数字来表示。各个民族都有自己的语言，有些语言为多个民族所共用，但只有数学的“语言”为世界各民族所共用。数学语言是迄今为止唯一的世界通用的科学语言。科学数学化、社会数学化的过程，乃是数学语言的运用过程；科学成果也是用数学语言表述的，正如伽利略所说：“自然界的伟大的书是用数学语言写成的。”一切数学的应用，都是以数学语言为其表征的。数学语言已成为人类社会中交流和贮存信息的重要手段。因此，数学语言是每个人都必须学习使用的语言，使用数学语言可以使人在表达思想时做到清晰、准确、简洁，在处理问题时能够将问题中各种因素之间的复杂关系表述得条理清楚、结构分明。

数学作为有效工具，我们可以通过“典型案例”——数学软件加以说明。教师已经十分熟悉计算机和计算机软件，也熟悉一些“数学软件”，例如，“几何画板”等。实际上，还有很多在功能上比“几何画板”强得多的“数学软件”。只要我们能按照规定，把要做的事情“告诉数学软件”，例如把要解的方程的系数按照规定“输入”，这些“数学软件”，就能帮助我们解方程，求解不等式等。现在常用的一些“数学软件”功能非常强，它几乎可以帮助我们完成“教科书上所有的习题”。可以把“数学软件”比喻为“字典”，也

可以比喻为家庭的“工具箱”，会直接帮助我们解决一些问题。“数学软件”充分展示了“数学的工具性”。实际上，“数学的工具性”比“数学软件”要丰富得多。

### 3. 为什么“数学是思维的体操”？

数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展过程中发挥着独特的、不可替代的作用。

数学在培养人的思维能力、发展人的智力方面具有不可或缺的突出作用。加里宁曾说：“数学是锻炼思维的体操。”数学思维不仅有生动活泼的探究过程，其中包括想象、类比、联想、直觉、顿悟等方面，而且有严谨理性的证明过程，通过数学培养学生的逻辑思维能力是最好、最经济的方法。在学习数学知识及运用数学知识、思想和方法解决问题的过程中，能培养辩证唯物主义世界观，培养实事求是、严谨认真和勇于创新等良好的个性品质。这对于人的身心发展，无疑将起重大作用。

数学，作为人类思维的表达形式，反映了人们积极进取的意志、缜密周详的推理、对完美境界的追求，数学的基本要素是：直观和逻辑，分析和构造，个别性和一般性。虽然不同的时期、不同的传统可以强调不同的侧面，然而，正是这些相互对立的力量相互作用，才能构成数学科学的生命、用途和它的崇高价值。

由于时代的发展，在不同时期的数学教育中，人们常常会强调某些侧面，而忽视另一些侧面，这是我们应特别予以关注的。19世纪到20世纪，数学家对数学内部的体系化，严格化，公理化给予了特别的重视，这是数学发展的必然，很自然这种数学发展的特点直接影响数学教育，从20世纪，这样的发展有一种极端化的趋势，影响数学的学习者对数学的理解，20世纪40年代，很多著名数学家看到了这种趋势的危害，这里，我们再引一段柯朗（R. Courant）的论述：

“目前，过分强调数学的公理演绎特点的风气，似乎有盛行起来的危险。事实上，创造发明的要素，起指导和推动作用的直观要素，常常不能用简单的公式来表述，但是，它们却是任何数学成就的核心，即使在最抽象的领域也是如此。如果说完善的演绎形式是目标，那么，直观和构造是动力。”

有一种观点对科学本身是严重的威胁，它断言数学不是别的东西，只是从定义和公理推导出来的一组结论，只要保证这些定义和公理不矛盾，可以由数学家根据他们的意志随意创造。如果这种说法是正确的，数学将不会吸引任何有理智的人。它将成为定义、规则和演绎法的游戏，既没有动力，也没有目

标。认为灵感能创造出有意义的公理体系的想法，是骗人的和似是而非的伪真理。

尽管逻辑分析的思辨并不代表全部数学，但是，它却能使我们对数学事实和它们之间的依赖关系有更深刻的理解，对数学主要概念有更深刻的理解，并由此发展了可以作为一般科学态度的典范的近代数学的观点。”

当我们强调“数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展过程中发挥着独特的、不可替代的作用。”的时候，应比较全面理解数学思维给我们带来的好处。例如，当我们强调几何是培养学生逻辑思维能力的载体时，我们同时还应该认识到几何在培养空间想象、洞察、直观能力中的作用。

#### 4. 如何理解数学的应用价值？数学是技术？

数学应用的广泛性是数学的基本特征，人们很早就接受了这个事实。但是，从 20 世纪中期以后，数学的应用发生了非常大的变化。这些变化反映在几个重要的方面。

20 世纪产生一批应用数学的分支，例如，控制论，信息论，博弈论，规划论等。这些数学分支涉及的问题已经成为数学重要的研究方向、课题。

数学的应用几乎渗透到每一个研究领域，不仅是自然科学、技术科学、环境科学、生命科学、材料科学，也包括很多人文社会科学的许多领域，例如，经济科学，语言学，历史学，等等。

随着时代的发展，形成了许多新的学科方向，有许多都是与数学有关，例如，生物数学，经济数学，计算化学，计量历史学，……有人甚至说，任何一个学科加上数学就可以成为一个新的交叉学科。

著名数学家图灵 (A. Turing)、冯·诺伊曼 (J. von Neumann) 被公认为计算机之父，数学对计算机发展起到不可替代的作用。计算机科学的飞速发展超出人们想象，同样，对数学的发展起到了不可估量的影响。使人们对“数学应用的广泛性”认识发生了很大变化。这里，我们引用一句“时髦”的论述：

“高科技本质是数学技术。”(David——美国总统科学顾问委员会主席)

当今社会，在天文、地质、工业、农业、经济、军事、国防、医学等领域，越来越多的实例不断地印证这个论述，反映了数学应用的广泛性。例如，1979 年的医学和生理学的诺贝尔奖授予了美国科学家柯马克 (A. Cormack) 和英国工程师洪斯费尔德 (G. Housfield)，柯马克首创了 CT 理论，洪斯费尔德利用这个理论制作了第一台 CT 机。现在做 CT 检查已是常规检查，可是，很少有人知道这项技术的核心技术就是数学技术。事实上，CT 的数学模型是以拉东变换为核心，这是古典分析中一个积分变换方法。



姜伯驹院士曾多次强调“数学已经从幕后走到台前，在很多方面为社会直接创造价值。”这是对数学变化的一个很好的概括。

## 5. 为什么数学是文化？

数学在人类文明发展中占有特殊的地位，数学是人类文化的重要组成部分。

数学课程应适当反映数学的历史、应用和发展趋势，数学对推动社会发展的作用，数学的社会需求，社会发展对数学发展的推动作用，数学科学的思想体系，数学的美学价值，数学家的创新精神。数学课程应帮助学生了解数学在人类文明发展中的作用，逐步形成正确的数学观。为此，高中数学课程提倡体现数学的文化价值，并在适当的内容中提出对“数学文化”的学习要求，设立“数学史选讲”等专题。

我们讲授数学不只是一要教推理，不只是一要把它作为科学的语言来讲授——虽然这些都很重要——而要让人们知道，如果不从数学在思想史上所起的重要作用方面了解它，就不可能完全理解人文学科，自然科学，人的所有创造和人类世界。

## 6. 如何理解数学在育人中的作用？

数学教育是教育的组成部分，它在发展和完善人的教育活动中、在形成人们认识世界的态度和思想方法方面、在推动社会进步和发展的进程中起着重要的作用。在课程标准解读中，提出了数学在育人中四个方面的作用。

(1) 向受教育者提供参与社会生活与建设必要的数学基础知识和基本技能；

(2) 向受教育者提供必要的智能训练和思维工具，提高思维水平；

(3) 向受教育者展示数学对于社会发展的多方面的应用，从而认识数学在人类社会中的独特而重要的作用；

(4) 向受教育者提供提出问题、思考问题、解决问题的机会。

这里，有必要提一下数学在“美育”中的作用。在生活中，艺术（音乐、美术等）、体育、文学给我们带来了美的享受，丰富了我们的生活。数学在“美育”中的作用常常被忽视。在数学中，到处都可以使我们感受到准确、简洁、对称、抽象等特点，这些特点以不同的形式展现出来。例如，在数学中，数学语言的简洁、精炼、准确处处可见，图形语言、符号语言等都是数学所特有的语言，当我们画一个直角三角形，并指出其直角边分别是  $a$  和  $b$ ， $c$  是它