

数学

谭本远 著

信息 引论

青海人民出版社

数学信息引论

谭本远 著



青海人民出版社

2007·西宁

图书在版编目(CIP)数据

数学信息引论/谭本远著. —西宁:青海人民出版社,
2007.3

ISBN 978-7-225-02892-7

I. 数... II. 谭... III. 数学—信息—研究 N. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 035219 号

数学信息引论

谭本远 著

出 版 青海人民出版社 (西宁市同仁路10号)
发 行 : 邮政编码 810001 电话 6143426(总编室)
发行部(0971)6143516 6123221
印 刷: 青海新华印刷厂
经 销: 新华书店
开 本: 850mm×1168mm 1/32
印 张: 11.5
字 数: 285 千
版 次: 2007 年 3 月第 1 版
印 次: 2007 年 3 月第 1 次印刷
印 数: 1—1 000 册
书 号: ISBN 978-7-225-02892-7
定 价: 28.00 元

版权所有 翻印必究

(书中如有缺页、错页及倒装请与工厂联系)

前 言

本书系作者多年的教学实践摸索和进行较深入系统的理论研究所成。作者曾先后深入到十多所大中院校进行调研,召开座谈会12次,分发“数学信息意识调查问卷”和“数学信息交流调查问卷”500多份,回收418份,并对这些调查问卷分别做了调查问卷分析,写出了分析报告。根据分析结论,开展数学教改实验。

2001年,“数学信息意识研究”获湖南人文科技学院科研立项。主要研究了“数学信息的特征与功能”、“数学信息意识的培养”、“数学信息的元认知”、“数学信息意识评价”、“数学信息的审美”等。2002年结题,湖南人文科技学院的蒋建初教授与湖南大学的廖安平教授认为:本课题“具有较高的理论意义,有很大的实用价值,是一个很有研究价值的项目。”2003年,“数学交流及其教学”又获院级科研立项,2004年结题。在这一阶段,主要研究了“数学信息心理过程分析”,“数学信息量与价值量的关系”。“数学信息的转换策略”,“数学信息解题技巧例谈”。“数学信息交流中的人文精神”、“数学信息交流的人文价值”,“对优化高等数学教学的思考”等。湖南农业大学李小平教授与湖南师大昌国良教授认为:“所获成果达到了国内先进水平,对解决数学教育中信息的转换、利用以及学生数学表达、交流能力的培养具有指导意义。”

在前两次研究的基础上,2004年,“数学信息交流及其教学”又获湖南省教育厅教学改革研究项目立项。在这次研究中,我们探索总结出数学信息传递与交流的模式,具有可操作性。

数学信息传递与交流,体现了教师的主导作用,以传递知识信

息为手段,以启迪思维、发展智力、提高素质为目的,以善导达到会学的目的。体现出学生的主体地位,在学习中主动探索,有强烈的求新意识、求异意识、批判意识、创新意识。在合作交流中,学生选择适合自己的学习方法,在学习实践中,对自己的学习方法不断自我总结,自我评价,自我改进,不断修改、补充、完善,形成切合自身特点的、高效的学习方法体系。

运用数学信息传递与交流的模式进行教学,体现出以人为本的教学思想,学生通过合作与交流,主动建构学习过程,主动获取知识与技能,师生在平等尊重的氛围中形成完美的人生态度和情感体验,形成良好的人生观和价值观,从而促进了良好学风的形成。从实验班学生的学习风气、心理素质、学业成绩等指标来看,明显优于对比班。

就这样按信息论观点和方法研究数学教学,把数学教学过程作为数学信息传递、交流和信息不断转换的过程,即从数学信息的获取、加工、传递、储存和使用过程来研究数学教学过程的运动规律,通过对数学信息流的分析和处理,来实现对数学教学过程的优化控制,达到优化数学教学的目的,从而形成了这本书。

人类社会的生存和发展无时无刻都离不开信息的获取、传递、加工、控制和应用。当今已是经济全球化、信息网络化的知识经济时代,善于掌握和处理信息并进行科学决策的人,就能在信息时代立于不败之地。面对瞬息万变的信息社会,在国人意识到“创新是一个民族乃至一个国家的灵魂”的时候,培养学生的创新精神和数学信息意识已刻不容缓地摆在教育界面前。

在数学教育中,要培养学生具有一定的接受、传递、加工、应用数学信息的能力。通过符号标识、语言文字、图形表格传达丰富内涵的信息是新时代的特色。培养学生数学信息意识,就是要使获取数学信息成为学生的自觉行为,具有更强的数学应用能力。知识的记忆是暂时的,只有获得了数学思想与能力,才具有旺盛的生

命力。通过数学信息的培养与熏陶的人才,在观察问题的全面性与深刻性,反思总结的批判性与概括性,前景预测的前瞻性与多样性是独具优势的。具有良好信息素质的人能高瞻远瞩,运筹帷幄,建构完美的知识体系。

本书的撰写,得到我院院长、教授、博士姜正国同志的热情鼓励与大力支持,在此表示衷心感谢。本书写作的过程中,参考过的主要书目列在书后,有的资料作了重点引用,作者向这些著作或论文的作者一并致谢。

把信息论应用于数学教学是一项重大课题,我国数学信息交流还处在实验当中,加之本人水平有限,难免出现缺点错误,对于不足之处,敬请专家、学者和同行给予批评指正。

作 者

2006 年 6 月于湖南人文科技学院

序

控制论、信息论、系统论是 20 世纪 40 年代末在西方首先出现的新兴学科,三者之间相互联系,相互渗透,组成一个统称为信息科学或系统科学的学科群,有时,人们也简称为“三论”。

自“三论”产生后,在其发展过程中,不仅促进了物理科学、生命科学、数学科学等多学科的交叉和综合,而且大大推动了哲学、自然科学、社会科学、思维科学的渗透和统一。如今,“三论”已成为众多现代学科的基础的重要组成部分。

“三论”与教育科学的关系十分密切,国内关于这方面的系统研究首先见于 20 年前查有梁先生的著作《控制论、信息论、系统论与教育科学》(四川省社会科学出版社 1986 年 4 月版)。该书在深入分析“三论”的基本原理和主要范畴对教育科学的意义的基础上,导出许多关于教育科学的重要结论,如教育哲学的三规律(原理——适应与转化,目的——发展与创造,手段——系统与控制);教育艺术的三原则(情感转移原理,和谐奇异原理,多样统一原理);教育技术的三原则(简单与可靠相统一,经济与有效相统一,需要与可行相统一);教学方法的三原则(明确意义,增强兴趣;逐步深化,周期循环;掌握结构,培养能力);教学理论的三组范畴(整体范畴,分析范畴和综合范畴)等。这些结论在教育界引起了反响,尤其是从事学科教育研究的同志,对该书颇感兴趣,从中受到许多启发。

遗憾的是,近 20 年来运用“三论”对具体的学科教育作系统深入研究的著作并不多见,谭本远同志的这本《数学信息引论》可以说是填补了这方面的一个空白。

本书主要研究了“三论”中的一论——“信息论”与数学教学的关系。作者根据信息论的观点,认为数学教学过程就是数学信息不断传递与交流的过程,因此,本书是围绕“数学信息”这个中心展开研究的。书中首先讨论了数学信息的基本特征和功能,接着运用现代认知心理学的有关理论,对数学信息的心理过程作了较为详尽的分析,并着重阐述了对数学信息元认知的认识。在以上所述理论基础上,本书分别论述了数学信息的交流艺术和数学信息的转换策略。最后,对数学信息意识的评价也作了较深入的探讨。

我有幸在本书付梓前粗读了一遍,感觉印象深刻的有这样两点:

第一,本书属交叉学科的论著,作者潜心钻研,将信息论、数学教育心理学和数学教学论的相关知识融会贯通,组成了一个新的综合学科体系。单就这一点而论,就颇具新意。

第二,本书又属应用学科的论著。作者运用相关学科已有的基本概念和原理,着重解决数学教学中的实际问题。书中数学教学实例丰富,内容翔实,对数学教学实践具有较强的参考价值。

诚如作者在前言中所说,本书系他“多年的教学实践探索和进行较深入系统的理论研究所成”,因此,本书的出版对作者个人来说,固然标志着一项重要的科研成果问世,但我以为,本书的更大价值还在于它的传播,也许会进一步促进同行们对数学教育理论和实践的更深入研究。

李求来

2006年10月

目 录

序	(1)
第一章 绪论	(1)
第一节 信息论的产生和发展	(1)
第二节 信息的有关概念	(4)
第二章 数学信息的特征	(10)
第一节 数学信息的依附性和可析取性	(10)
第二节 数学信息的传递性和储存性	(16)
第三节 数学信息的时效性与科学性	(18)
第四节 数学信息的共享性和创造性	(28)
第三章 数学信息的功能	(31)
第一节 数学信息的反馈功能	(31)
第二节 数学信息的调控功能	(40)
第三节 数学信息的优化功能	(47)
第四节 数学信息审美功能	(83)
第四章 数学信息心理过程分析	(104)
第一节 数学信息的认知结构	(104)
第二节 数学信息的一般心理过程	(112)
第三节 数学概念学习的心理过程	(125)
第四节 数学解题的心理过程	(137)
第五章 数学信息元认知	(150)
第一节 数学信息元认知知识	(151)
第二节 数学信息元认知体验	(158)
第三节 数学信息元认知监控	(164)

	第四节 数学信息元认知的信息加工过程	(172)
第六章	数学信息的合作与交流	(181)
	第一节 数学信息的合作与交流	(181)
	第二节 数学信息交流与合作的主体与主导 ...	(195)
	第三节 数学信息交流与合作的人文价值	(205)
	第四节 数学信息交流中的人文精神	(217)
第七章	数学信息的交流艺术	(227)
	第一节 语言艺术	(229)
	第二节 幽默的艺术	(235)
	第三节 板书艺术	(240)
	第四节 数学问题情境的创设艺术	(250)
	第五节 解题艺术与纠错艺术	(257)
	第六节 课堂结尾的艺术	(269)
第八章	数学信息的转换策略	(275)
	第一节 文字信息与符号信息的转换	(275)
	第二节 符号信息与图像信息的转换	(285)
	第三节 文字信息、符号信息与图像信息之间的转换	(292)
	第四节 数学问题解决中的信息转换	(298)
第九章	数学信息意识的评价	(322)
	第一节 数学信息意识评价的原则	(322)
	第二节 数学信息意识评价的维度	(326)
	第三节 数学信息意识评价体系	(339)
	第四节 数学信息意识评价的策略	(344)
	数学信息意识评价表	(352)
	主要参考文献	(356)

第一章 绪论

人类社会的生存和发展无时无刻都离不开信息的获取、传递、加工、控制和利用。特别是进入 21 世纪高度信息化的时代,信息的重要性更是不言而喻的。

第一节 信息论的产生和发展

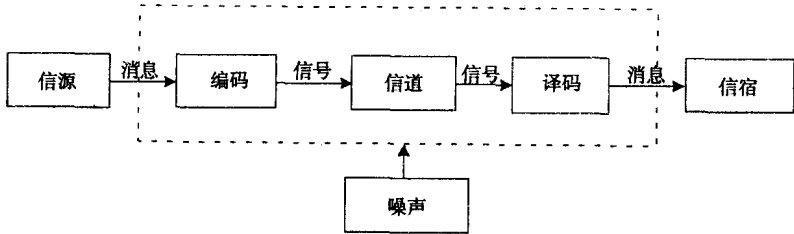
在人类文明的早期,人们就已经知道利用信息与信息传递等手段来实现某些目的要求。如原始人的“结绳记事”是最初期的表达、存储和传递信息的方法。我国古代的“烽火台”就是用烽烟来传递外敌入侵的信息。语言和文化则是人类社会用来表达和传递信息的最根本工具。自从造纸术和印刷术的发明,使信息表达和存储方式产生了一次重大的变化,使文字成为信息的记录、存储和传递的有效手段。随着生产和科学技术的发展,近百年来,信息的处理、传输、存储、提取和应用的方式及手段达到了更高、更新的水平。

1924 年,奈奎斯特(H. Nyquist)发表了“影响电报速率因素的确定”一文,标志着信息论研究工作的开始。1928 年,哈特莱(R. V. Hartley)发表的“信息传输”,最早研究系统传输信息的能力,给出了信息度量的方法。

1948 年,美国数学家香农(Shannon)在《贝尔系统技术》杂志上发表了“通讯的数学理论”的文章,这是关于现代信息论的开创性权威论文,他讨论了信源和信道特性,给出了信息度量的数学公

式,为现代信息论的创新奠定了基础。

香农研究通讯系统的模式为



香农理论的核心是:揭示了在通信系统中采用适当的编码后能够实现高频率和高可靠的传输信息,并给出了信源编码定理和信道编码定理,从数学观点来看,这些定理是最优编码的存在定理。

从1948年开始,信息理论的出现,引起了一些知名数学家如柯尔莫哥洛夫、范恩斯坦(A. Feinstein)、沃尔夫维兹(J. Wolfowitz)等人的兴趣,他们将香农已谈到的数学结论作了进一步的严格论述和推广,使这一理论具有更为坚实的数学基础。

同年,美国数学家维纳(N. Wiener)出版了《控制论》(Cybernetics)一书。维纳认为:“控制论是关于动物和机器中控制和通信的科学。”他还说:“控制论的目的在于创造一种语言和技术,使我们有效地研究一般的控制和通讯问题。”同时也给出了一套恰当思想和技术,以便通讯和控制问题中的各种特殊问题,都能借助于一系列概念加以分类与分析。他把既是机器又是动物中的控制和通讯理论的整个领域叫做控制论。而柏拉图把控制论称为管理人的艺术。

几乎同时,系统论也被提了出来。一般系统论是由奥地利生物学家柏塔兰飞(Tudwin Von Bertalanffy)首先提出的。他在研究生物机体运动时,得出一个重要的结论,一切生物体都是在一定的时间和空间中呈现出复杂的、有层次的结构,是由各要素组成的有

机整体,整体的功能大于组成它的各部分功能的总和。这一结论符合人们的认识规律。

信息论、控制论、系统论均是萌芽于 20 世纪 20 年代,经过第二次世界大战的考验与激励,到 1948 年左右形成。三论的基本思想、基本方法有许多类似之处,它们的观点有以下几个重要的共同点:

- ①综合整体观点,从个别的分析到综合的研究;
- ②从机械的、静止的观点到动态的观点和方法;
- ③从物质、能量二者的交换发展到物质、能量和信息三者的交换;
- ④信息反映了系统的重要特性,反映了系统的组织化、复杂化,系统愈复杂,信息愈重要。

虽然信息论、控制论、系统论各有其本身的学术领域和发展方向,但是三论紧密结合,不可分割。

现在无论在基本理论方面,还是在实际应用方面,信息论都取得了巨大的进展。

信息理论与技术不仅在通信、计算机以及自动控制等电子学领域中得到直接的应用,而且还广泛地渗透到生物学、医学、生理学、语言学、社会学和经济学等各领域。在信息论与自动控制、系统工程与人工智能、仿生学、计算机等学科互相渗透、互相结合的基础上形成一门综合性的新兴学科——信息科学。信息科学是以信息的运动规律和信息的利用原则作为主要研究对象,以扩大人的信息功能。

随着信息论和信息科学的发展以及计算机的广泛应用,信息论已得到不断发展,其应用领域日益扩大,信息的概念和方法已广泛地渗透到各个领域,信息论和信息科学的发展,将会为人们揭示客观世界和人类主观世界的内在规律,创造性地建立各种性能优异的信息获取系统、信息传输系统、信息控制系统以及信息吸收与

利用系统提供有力的依据。

第二节 信息的有关概念

在当今信息社会中,人们在生产、生活、科学研究和社会活动中无处不在获取信息,交流和应用信息。正确处理好信息,充分利用信息,就能促进科学技术和国民经济的飞跃发展。

1. 关于信息的科学定义

信息的定义目前众说纷纭,他们都是从不同的侧面和不同的层次来揭示信息的本质。最早对信息进行科学定义的是哈特莱,他在1928年发表的《信息传输》一文中,首先提出“信息”这一概念,他认为发信者所发出的信息就是他在通信符号中选择符号的具体方式。并主张用选择的自由度来度量信息。

1948年维纳在《控制论——动物和机器中通信与控制问题》一书中这样来论述信息的,他指出:“信息是信息,不是物质,也不是能量。”后来,他在《人有人的用处》一书中指出:“信息是人们适应外部世界,并且使这种适应反作用于外部世界的过程中,同外部世界进行相互交换内容的名称。”接收信息和使用信息的过程就是使我们适应外部世界环境的偶然性变化的过程,也就是我们在这个环境中有效地生活的过程。要有效地生活,就必须有足够的信息。

香农在“通信的数学理论”中,从研究通信系统传输的实质出发,对信息做出了定义:“信息是事物运动状态或存在方式的不确定性的描述。”香农的定义能反映信息的某些本质特征,但是存在局限性,它的适用范围受到严重的限制。

事实上,信息就是关于事物运动的状态和方式的知识。只要有运动的事物,就会产生各种各样事物运动的状态和方式,就会产

生信息。信息有别于其他事物的本质属性,其基本特征为:

①普遍性:无论在自然界,人类社会,还是在人类思维领域,绝对的“真空”是不存在的,绝对不运动的事物也是没有的。因此,信息是普遍存在的。

②动态性:客观事物本身都在不停地运动变化,信息也在不断发展更新。事物运动状态及方式的效用是会随时间的推移而改变的。因此,在获取与利用信息时必须树立时效观念,不能一劳永逸。

③相对性:客观上信息是无限的,但相对于知识主体来说,人们实际获得的信息总是有限的。并且由于不同主体有着不同的感受能力、不同的理解能力和不同的目的性。因此,不同的人从同一事物中获取的信息也是不同的。

④依存性:信息本身是看不见,摸不着的,它必须依附于一定的物质载体,如:纸张、计算机、多媒体等,不可能脱离物质单独存在。信息没有语言、文字、图像、符号等记录手段便不能表述,没有物质载体便不能存储和传播。但其内容并不因记录手段或物质载体的改变而发生变化。

⑤可传递性:信息可以通过多种渠道,采用多种方式进行传递。我们把信息从时间或空间上的某一点向其他点移动的过程称为信息传递。信息传递要借助于一定的物质载体,实现信息传递功能的载体又称为信息媒介。

⑥可加工性:信息可以被分拆或综合,扩充或浓缩,即可以对信息进行加工处理。何谓信息加工,就是把信息从一种形式变换成另一种形式,同时,在这个过程中保持一定的信息量。

⑦可共享性:信息区别于物质的一个重要特征是它可以被共同占有,共同享用。信息交换与物质交换也不同,信息交换的双方不仅不会失去原有的信息,而且还会增加新的信息。信息还可以广泛地传播扩散,供全体接收者共享。

需要指出的是,信息与“情报”、“知识”、“消息”等不能等同,它们之间既有联系,又有区别。

“情报”往往是军事学,文献学方面的惯用词。如对敌方情况的报告,文献资料中对于最新情况的报道或者进行资料整理的成果等行为情报。在“情报学”这一新学科中,它们对于“情报”是这样定义的:“情报是人们对于某个特定对象所见、所闻、所理解而产生的知识。”可见情报的含义比“信息”窄得多,它只是一类特定的信息,不是信息的全体。

“知识”是人们根据某种目的,从自然界收集得来的数据中,整理、概括、提取得到有价值的、人们所需的信息。知识是一种具有普遍性和概括性的高层次的信息,它以实践为基础、通过抽象,思维,对客观事物规律性的概括。知识信息是人类社会中客观存在的部分信息,所以知识是信息,但也不等于信息的全体。

“消息”是由符号、文字、数字或语言组成的序列。一份电报、一句话、一段文字和报纸上登载的新闻都是消息。消息中不确定的内容构成信息,消息是信息的载体,信息是消息的内涵。

一个完整的信息传递过程必须具备信源、信道、编码和译码四要素。信息的传递过程:首先由信源发出消息,由编码将原始消息变为信号,并进入信道成为信道的输入信号,输入信号经信道的传送,到达另一端,形成输出信号:输出信号经译码变为消息,这种消息是原始消息的还原。还原消息最终由接收者接收,实现信息的传递目标。

“信源”就是人们获取信息的来源。即个人为满足其信息需要而获得信息的来源。信息是物质的普遍属性,一切事物的存在方式和运动状态都会形成某种信息,因此,自然界和人类社会实践活动都是信源的最终源头。

“编码”就是对信源的原始符号按照一定的数学规则进行的一种变换。也就是把一定的意义,信息转换为代码的过程。所谓

“码”,就是按照一定规则排列起来的符号或信号序列。通过编码,人类的思想才得以交流,信息才能从一个系统传递到另一个系统。编码主要有三方面的作用,一是可以简化信息传递的形式,以提高信息传递效率和准确度;二是可以对信息单元的识别提供一个简单、清晰的代号,以便于信息的存储与提取;三是可以显示信息单元的重要意义,以协助信息的选择和操作。

“译码”也称解码,通过与编码相反的过程可以把这些代码还原成编码前的信息形式,这个过程称为译码。两个系统必须具有共同的编码和译码机制才能进行信息交流。

“信道”就是信息的通道。其作用是以信号方式传输信息和存储信息。经过编码的消息或信号通过信道的传输,到达的接收站称为信宿。信息在传输过程中受到干扰,这些干扰效应通常称之为噪声。人们在信息交流过程中,总是千方百计排除噪声,使交流取得最好的效果。

2. 数学信息

数学信息是经过传递为接收者所理解,并对研究数学及发展方向,探索数学未知领域或解决数学问题有用的,预先不知道的新资料、新知识。如新的数学概念、定理、公式、法则、以及数学思想、方法等。数学教学实质就是将数学信息进行编码,经过编码,便组成数学信息的信号系统,数学教学过程则是一种持续不断的数学信息传递与交流的过程,数学教学的任务就是对数学知识所含的各种信息进行分析 and 阐释。学生的学习过程就是学生通过吸收数学信息并加以阅读、理解,最后转换成数学知识被接受和掌握。师生通过数学信息的反馈与交流,不断改进教学方法,从而促进教学效率的提高。

3. 数学信息意识

意识是指人的头脑对于客观事物的反映。信息意识是指人脑对信息在社会发展中的性质、地位、价值和功能的认识和反映。数