新课程新考纲

高考数学题型精解

姚沧海 编著

华南理工大学出版社

高考数学

题型精解

新课程新考纲

高考数学题型精解

姚沧海 编著

华南理工大学出版社
·广州·

内 容 简 介

本书从基础知识入手，以系统知识为主线来编排，不追求“难而全”，随复习的深入逐渐加大知识跨度，增加题型的综合程度。内容包括集合与函数、数列、概率、统计、三角函数、平面向量与立体几何和解析几何。作者集十多年辅导高考数学的经验，所选题型为近年高考常出现的题型，书中注重基本题型归纳、解题思路以及解题方法上的探索，对提高考生的解题技巧和理顺数学知识体系有很大的帮助。

图书在版编目（CIP）数据

高考数学题型精解/姚沧海编著．—广州：华南理工大学出版社，2007.8
ISBN 978-7-5623-2691-5

Ⅰ．高…　Ⅱ．姚…　Ⅲ．数学课-高中-解题-升学参考资料　Ⅳ．G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 139673 号

总 发 行：华南理工大学出版社（广州五山华南理工大学 17 号楼，邮编 510640）
营销部电话：020-87113487　87110964　87111048（传真）
E-mail:scutc13@scut.edu.cn　http://www.scutpress.com.cn
责任编辑：黄丹丹　林炳清
印 刷 者：广州家联印刷有限公司
开　　本：787mm×1092mm　1/16　**印张**：15.5　**字数**：377 千
版　　次：2007 年 8 月第 1 版　2007 年 8 月第 1 次印刷
印　　数：1～4 000 册
定　　价：24.00 元

序

现在市面上有关高考复习的数学辅导书很多，而这些书都是名校、名师的杰作。正因为是名校、名师，他们面对的是高、精、尖的学生，所以他们编的书对于一般学生来说，确实是太难了。鉴于这种情况，本书作者专为普通学生“量身定做”了这本高考数学辅导书。这是一本很“瘦”的书，因为作者没有追求“难与全”，把过难和不是热点的问题作了大胆的删减，相信学生会喜欢。

本书有如下特点：一是起点低而要求不低。所谓起点低，就是从最基础的知识开始复习。本书前面所选例题的题型较单一，综合程度不高，所用的知识跨度不大，且都预先作了复习，后面逐渐加大了知识的跨度，增强了题型的综合程度。所谓要求不低，就是本书所介绍的题型与方法，涵盖了历年的高考题型，当然也包括压轴题。二是题型完善，系统性强，特别重视对细节问题的总结。三是例题讲过的内容，在巩固练习和能力拓展中又再出现，做到了一种题型可以重复三次。

本书所选的习题可供不同层次的读者朋友使用。如果说例题是以练习“分解动作”为主，那么在巩固练习和能力拓展中则加强了“连贯动作”的训练。本书更精彩之处在于收集了作者十多年来积累的丰富解题经验，如“指数式的处理是先处理指数中的常数”，又如化简三角函数式的指导思想是“一角二名三常数”，等等。因此，本书也是解题经验的荟萃。关于怎样解题，作者作了这样的歌诀：“定型定类定方位，化简认形先考虑，分层分类分方法，细节格式要注意。”也就是在解题时，首先要判断出本题属哪一类题型，然后再看此类型的题有多少种解决方法，这样解起题来就不会“短路”。当判断不了题型的时候就进行“化简”，化简的方向在哪里？书中自有回答。“认形”就是从形式特征来发现解题的突破口。“认形”从哪些方面入手？书中自有回答。“分层转移”是对综合题而言的，因为综合题就是由几种题型组成的题，所以由一种题型转移到另一种题型的分析方法，就叫分层转移，这也是“化归”数学思想的体现。怎样训练“分层转移”？书中自有回答。因此，本书也是解题技巧集。

本书的作者是一位颇有建树的数学高级教师，从事高中毕业班教学有15年之久，有极为丰富的教学经验，在高考中培养出不少高分考生。本书的出版，有助于读者朋友理顺高中数学的知识体系，有助于读者朋友完善题型，有助于读者朋友提高解题技巧。

张帝成

2007 年 3 月于平远

前　言

“什么是解题？解题就是把题归结为已经解过的题。”这是苏联数学家C·A雅诺夫斯卡亚在一次对奥林匹克数学竞赛参加者发表演讲时的回答。由此可见，要解好题，首先必须有“已经解过的题”，即要记住题型，这就是“化归”的数学思想。因此，为了帮助读者朋友对高中数学各章节的题型有更全面、更深刻的理解，作者根据多年的教学经验，集百家之长，编撰了这本《高考数学题型精解》。

本书以复习课教案的形式来组织内容，以“算法”——程序化的思想来阐述解题过程，以及时复习、重复复习的记忆理论来组织巩固练习和习题。每节内容主要由三部分组成：一是本节所复习的知识及相关知识；二是归纳出应用这些知识的基本题型、基本解题方法及注意问题；三是应用举例。

本书最显著的特点是以系统知识为主线来编排，对课本的章节作了适当的合并与调整，并注重基本题型归纳、解题思路以及解题方法上的探索，而且保证了知识的连贯性、完整性和系统性。

本书另一特点是编排了系统而充分的练习。练习由两部分构成：巩固练习和能力拓展。巩固练习所选的习题，大部分是所讲题型的“克隆”版；在能力拓展部分则加入了一些提高能力的综合题。本书所选的例题与练习，层次分明，没有难题与怪题，更没有“脑筋急转弯”的，且解答题基本上都有详解。在所选讲的例题中，一般都作了分析或提示，对容易出错的地方作了特别说明。

本书带有*的节为理科适用。

在本书编著过程中，得到了德高望重的中学数学特级教师张帝成老师和现任平远中学校长、中学数学高级教师余平老师的鼎力支持和悉心指导，在此谨表衷心的感谢。

由于本人水平有限，错误和不妥之处在所难免，望读者朋友批评、指正。

作　者

2007年3月于平远

特 别 提 示

本书给出的性质与结论，如果课本没有证明的，在“解答题”中不能作定理用，但在解“选择题、填空题”时可以用，望读者朋友注意。

目　　录

第一部分　集合与函数

第二部分　数列、概率、统计

第一部分　集合与函数

本部分新课标要求

1. 集合

1）集合的含义与表示

（1）通过实例，了解集合的含义，体会元素与集合的"属于"关系。

（2）能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题，感受集合语言的意义和作用。

2）集合间的基本关系

（1）理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集。

（2）在具体情境中，了解全集与空集的含义。

3）集合的基本运算

（1）理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集。

（2）理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集。

（3）能使用 Venn 图表达集合的关系及运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用。

2. 函数及其表示

（1）通过实例，进一步体会函数是描述变量之间依赖关系的重要数学模型，在此基础上学习用集合与对应的语言来刻画函数，体会对应关系在刻画函数概念中的作用；了解构成函数的要素，会求一些简单函数的定义域和值域；了解映射的概念。

（2）在实际情境中，会根据不同的需要选择恰当的方法（如图象法、列表法、解析法）表示函数。

（3）通过具体的实例，了解简单的分段函数，并能简单应用。

3. 函数的基本性质

（1）通过已学过的函数特别是二次函数，理解函数的单调性、最大（小）值及其几何意义；结合具体函数，了解奇偶性的含义。

（2）学会运用函数图象理解和研究函数的性质。

4. 基本初等函数（Ⅰ）

1）指数函数

（1）通过具体实例（如细胞分裂，考古中所用的^{14}C的衰减，药物在人体内残留量的变化等），了解指数函数模型的实际背景。

（2）理解有理函数幂的含义，通过具体实例了解实数指数幂的意义，掌握幂的运算。

（3）理解指数函数的概念和意义，能借助计算器或计算机画出具体指数函数的图象，探索并理解指数函数的单调性与特殊点。

（4）在解决实际问题的过程中，体会指数函数是一类重要的函数模型。

2）对数函数

（1）理解对数函数的概念及其运算性质，知道换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数；通过阅读材料，了解对数的发展历史以及对简化运算的作用。

（2）通过具体实例，直观了解对数函数模型所刻画的数量关系，初步理解对数函数的概念，体会对数函数是一类重要的函数模型；能借助计算器或计算机画出具体对数函数的图象，探索并了解对数函数的单调性与特殊点。

（3）知道指数函数$y=a^x$与对数函数$y=\log_a x$互为反函数（$a>0$，$a\neq1$）。

3）幂函数

通过实例，了解幂函数的概念；结合函数$y=x$，$y=x^2$，$y=x^3$，$y=\frac{1}{x}$，$y=x^{\frac{1}{2}}$的图象，了解它们的变化情况。

5. 函数的应用

1）函数与方程

（1）结合二次函数的图象，判断一元二次方程根的存在性及根的个数，从而了解函数的零点与方程根的关系。

（2）根据具体函数的图象，能够借助计算器用二分法求相应方程的近似解，了解这种方法是求方程近似解的常用方法。

2）函数模型及其应用

（1）利用计算工具，比较指数函数、对数函数以及幂函数增长差异；结合实例体会直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义。

（2）收集一些社会生活中普遍使用的函数模型（指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等）的实例，了解函数模型的广泛运用。

6. 不等式

1）不等关系与不等式

通过具体情境，感受在现实世界和日常生活中存在着大量的不等关系，了解不等式（组）的现实背景。

2）一元二次不等式

（1）经历从实际情境中抽象出一元二次不等式的模型的过程。

（2）通过函数图像了解一元二次不等式与相应函数、方程的联系。

（3）会解一元二次不等式，对给定的一元二次不等式，尝试设计求解的程序框图。

3)基本不等式：$\sqrt{ab} \leqslant \frac{a+b}{2}(a, b \geqslant 0)$

(1)探索并了解基本不等式的证明过程。

(2)会用基本不等式解决简单的最大(小)问题。

7. 常用逻辑用语

1)命题及其关系

(1)了解命题的逆命题、否命题与逆否命题。

(2)理解必要条件、充分条件与充要条件的意义，会分析四种命题的相互关系。

2)简单的逻辑联结词

通过数学实例，了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义。

3)全称量词与存在量词

① 通过生活和数学中的实例，理解全称量词与存在量词的意义。

② 能正确地对含有一个量词的命题进行否定。

8. 导数及其应用

1)导数概念及其几何意义

(1)通过对大量实例的分析，经历由平均变化率过渡到瞬时变化率的过程，了解导数概念的实际背景，知道瞬时变化率就是导数，体会导数的思想及其内涵。

(2)通过函数图象直观地理解导数的几何意义。

2)导数的运算

(1)能根据导数定义，求函数 $y=c$，$y=x$，$y=x^2$，$y=\frac{1}{x}$的导数。

(2)能利用给出的基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则求简单函数的导数，能求简单的复合函数(仅限于形如$f(ax+b)$)的导数。

(3)会使用导数公式表。

3)导数在研究函数中的应用

(1)结合实例，借助几何直观探索并了解函数的单调性与导数的关系；能利用导数研究函数的单调性，会求不超过三次的多项式函数的单调区间。

(2)结合函数的图象，了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件，会用导数求不超过三次的多项式函数的极大值、极小值，以及闭区间上不超过三次的多项式函数最大值、最小值；体会导数方法在研究函数性质中的一般性和有效性。

4)生活中的优化问题举例

例如，通过使利润最大、用料最省、效率最高等优化问题，体会导数在解决实际问题中的作用。

5)定积分与微积分基本定理*

通过实例，从问题情境中了解定积分的实际背景；借助几何直观体会定积分的基本思想，初步了解定积分的概念；直观了解微积分基本定理的含义。

6)数学文化

收集有关微积分创立的时代背景和有关人物的资料，并进行交流；体会微积分的建立在人类文化发展中的意义和价值。具体要求见本标准中“数学文化”的要求。

1 集　合

1.1 知识与解题技巧

(1)定义：集合，子集，真子集，交集，并集，补集。

(2)集合的子集个数：2^n。

(3)注意问题：①元素与元素的关系；②元素与集合的关系；③集合与集合的关系；④由集合求出的参数值要检验，即注意集合中无重复元素；⑤集合表示的意义。

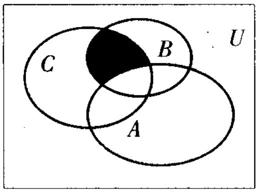
(4)充要条件：定义略；注意问题：分清楚条件与结论。

(5)命题及其相互关系，命题的否定，简单的逻辑联结词(略)。

(6)相关知识：解二次方程、二次不等式、对数方程。

练　习

(1)如右图，集合 A、B、C 分别用圆表示，U 是全集，则图中阴影部分的集合可以写成________。



(A)$A\cap(B\cap C)$　　(B)$(\complement_U A)\cap(B\cap C)$

(C)$[\complement_U(A\cap C)]\cap B$　　(D)$(\complement_U A)\cup(B\cap C)$

(2)已知条件 p：$|x+1|>2$；条件 q：$5x-6>x^2$，则$\neg p$ 是$\neg q$ 的________。

(A)充分条件　(B)必要条件　(C)充要条件　(D)既非充分又非必要条件

(3)已知集合 $P=\{(x,y)\mid y=2^x,\ x>0\}$，集合 $Q=\{(x,y)\mid y=x^2,\ x>0\}$，则 P 与 Q 的关系是________。

(A)$P=Q$　　(B)$Q\subsetneqq P$

(C)$P\cap Q=\{2,4\}$　　(D)$P\cap Q=\{(2,4),(4,16)\}$

(4)已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$，$B=\{(x,y)\mid kx-y-2\leqslant 0\}$，其中 x，$y\in\mathbf{R}$，若 $A\subseteq B$，则实数 k 的取值范围是________。

(A)$[0,\sqrt{3}]$　(B)$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$　(C)$[-\sqrt{3},0]$　(D)$[-\sqrt{3},\infty)$

(5)下列判断正确的是________。

(A) $x^2\neq y^2\Leftrightarrow x\neq y$ 或 $x\neq -y$

(B)命题："a、b 都是偶数，则 $a+b$ 是偶数"的逆否命题是"若 $a+b$ 不是偶数，则 a、b 都不是偶数"

(C)若"p 或 q"为假命题，则$\neg p$ 且$\neg q$ 是真命题

(D)已知 a、b、c 是实数，关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c\leqslant 0$ 的解集是空集，必有 $a>0$ 且 $\Delta\leqslant 0$。

解　(1)(分析：此题属于图形运算，一般先考虑补集，后交集，并集)

阴影部分不在 A 内，则一定在$(\complement_U A)$内；阴影部分在 B 内，而且在 C 内，即在 $B\cap C$ 内，所以应是$(\complement_U A)$，B，C 的交集，即$(\complement_U A)\cap B\cap C$，所以选(B)。

(2)(提示：集合类的充要条件问题，子集就是充分性。有时要转换为逆否命题来判断)

条件 p 为：$x>1$ 或 $x<-3$；$\neg p$ 为：$-3\leqslant x\leqslant 1$。条件 q 为：$2<x<3$；$\neg q$ 为：$x\leqslant 2$

或 $x \geqslant 3$。

即$\neg p \supsetneqq \neg q$，所以选(A)。

(3)(注意集合表示的意义)若集合 P 与 Q 表示的是定义域(x)，则选(A)；表示值域(y)，则选(B)；表示两曲线的交点[(x, y)]，则选(D)。显然 P、Q 是两个点集，所以选(D)。

(4)B 集合表示过定点(0, -2)的直线包含原点的区域，因此此区域要包括 A 集合表示的圆。所以选(B)。

(5)(注意四种命题的转换及它们的等价性)(A)联结词错误；(B)全称命题的否定应是特称命题；(D)判别式的等号不成立，所以应选(C)。

例 1 已知 $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$，$B = \{x \mid \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}$，$C = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$，且 $A \cap B \supsetneqq \varnothing$，$A \cap C = \varnothing$，求 a 的值。

(提示：集合运算的目的，就是判断出元素与集合的关系，如本例中要判断出 $3 \in A$。另外，由集合求出的参数，要代回去检验，看是否有重复元素)

解 由方程 $\log_2(x^2 - 5x + 8) = 1$ 解得：$x_1 = 2$ 或 $x_2 = 3$，即 $B = \{2, 3\}$；由方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 解得：$x_1 = 2$ 或 $x_2 = -4$，即 $C = \{-4, 2\}$。

因为 $A \cap C = \varnothing$ 所以 $-4, 2 \notin A$。又因为 $A \cap B \supsetneqq \varnothing$即 A，B 为非空集合，所以 $3 \in A$，所以 3 是方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 的解，化为：$a^2 - 3a - 10 = 0$，解得：$a = -2$ 或 $a = 5$。

(1)当 $a = 5$ 时，方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 化为 $x^2 - 5x + 6 = 0$，解得：$x_1 = 2$ 或 $x_2 = 3$，即 $A = \{2, 3\}$；

此时 $A \cap C = \{2\}$，与 $A \cap C = \varnothing$矛盾，所以 $a = 5$ 是增根。

(2)当 $a = -2$ 时，方程 $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 化为 $x^2 + 2x - 15 = 0$，解得：$x_1 = -5$ 或 $x_2 = 3$，即 $A = \{-5, 3\}$；此时 $A \cap C = \varnothing$，且 $A \cap B = \{3\}$，即所求的 a 值是 -2。

例 2 已知关于 x 的不等式 $(ax - 5)(x - a) < 0$ 的解集为 M。(1)当 $a = 4$ 时，求集合 M；(2)若 $3 \in M$ 且 $5 \notin M$，求实数 a 的取值范围。

(分析：$3 \in M$ 即 3 是不等式 $(ax - 5)(x - a) < 0$ 的解；$5 \notin M$ 即 5 不是不等式 $(ax - 5)(x - a) < 0$ 的解，也就是说 5 是不等式 $(ax - 5)(x - a) \geqslant 0$ 的解，即此时我们考虑的是 M 的补集，这也是"正难则反"的解题方法。所谓"正难则反"就是从补集的角度或相反方向来考虑问题)

解 (1)当 $a = 1$ 时，原不等式化为：$(x - 5)(x - 1) < 0$，解得：$1 < x < 5$，即 $M = \{x \mid 1 < x < 5\}$。

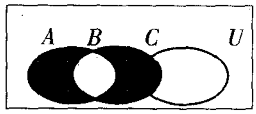
(2)依题意：$3 \in M$ 等价于 $(3a - 5)(3 - a) < 0$，解得：$a < \frac{5}{3}$或 $a > 3$，即$\{a \mid a < \frac{5}{3}$或$a > 3\}$。又 $5 \notin M$ 即原不等式等价于：$(5a - 5)(5 - a) \geqslant 0$，解得：$1 \leqslant a \leqslant 5$，即$\{a \mid 1 \leqslant a \leqslant 5\}$。

$\left\{a \mid a < \frac{5}{3}\text{或 } a > 3\right\} \cap \left\{a \mid 1 \leqslant a \leqslant 5\right\} = \left\{a \mid 1 \leqslant a < \frac{5}{3}\text{或 } 9 < a \leqslant 5\right\}$。

所以，所求的 a 的取值范围是 $1 \leqslant a < \frac{5}{3}$或 $3 < a \leqslant 5$。

1.2 巩固练习

1. 右图中，阴影部分表示的集合是________。



(A)$(\complement_U(A \cap B)) \cap C$　　(B)$(A \cap B) \cap C$

(C) $[\complement_U(A\cap B)]\cap(A\cup B)$　　　　(D) $(B\cap C)\cup[\complement_U(A\cap B)]$

2. 设甲、乙、丙三个命题：如果甲是乙的必要条件，丙是乙的充分条件不是乙的必要条件，那么丙是甲的________。

(A)充分条件　　　　(B)必要条件

(C)充要条件　　　　(D)既不是充分条件也不是必要条件

3. 设M、N、P为集合，则“$M\cap P=N\cap P$”是“$M=N$”的________。

(A)充分不必要条件　　　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　　　(D)既不充分也不必要条件

4. 已知集合$M=\{(x,y)\mid x+y=2\}$，$N=\{(x,y)\mid x-y=4\}$，则$M\cap N=$________。

(A) $\{x=3,\ y=-1\}$　　(B) $(3,\ -1)$　　(C) $\{3,\ -1\}$　　(D) $\{(3,\ -1)\}$

5. 已知集合$M=\{y\mid y=x+1\}$，$N=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\}$，则集合$M\cap N$中元素的个数是________。

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)多个

6. 已知集合$P=\{(x,y)\mid |x|+|y|=1\}$，$Q=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$，则________。

(A) $P\subset Q$　　(B) $P=Q$　　(C) $Q\subset P$　　(D) $P\cap Q=Q$

7. 已知集合M有10个元素，求：(1)集合M的子集个数；(2)集合M的所有真子集的个数；(3)集合M的所有非空真子集的个数。

8. 设方程$x^2+\frac{1}{2}px+1=0$的解集为A，$2x^2+x+q=0$的解集为B，$A\cap B=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，求$A\cup B$。

1.3 能力拓展

9. 命题“$x+y\neq -2$”是命题“x，y不都为-1”的________。

(A)充分不必要条件　　　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　　　(D)既不充分也不必要条件

10. 设全集$U=\{1,2,3,4,5\}$，集合S和T满足$S\cap T=\{2\}$，$\complement_U S\cap T=\{4\}$，$\complement_U S\cap\complement_U T=\{1,5\}$，则________。

(A) $3\notin S$, $3\notin T$　　(B) $3\notin S$, $3\in T$　　(C) $3\in S$, $3\in T$　　(D) $3\in S$, $3\notin T$

11. 含有三个实数的集合既可以表示为$\left\{a,\ \frac{b}{a},\ 1\right\}$，也可以表示为$\{a^2,\ a+b,\ 0\}$，则$a^{2003}+b^{2004}=$________。

12. 已知集合$A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,4,6,8\}$，定义集合$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A,\ y\in B\}$，集合$A\times B$中属于集合$\{(x,y)\mid \log_x y\in N\}$的元素个数是________。

13. 若$U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid 2\cos x<1\}$，$B=\{x\mid x^2-36\leqslant 0\}$，求$(\complement_U A)\cap B$。

14. 设$A=\{x\mid x^2+4x=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$，(1)若$A\cap B=B$，求$a$的值；(2)若$A\cup B=B$，求$a$的值。

15. 已知集合$A=\{x\mid (x+1)(5-x)>0,\ x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x^2-2x+2m<0,\ x\in\mathbf{R}\}$。(1)若$A\cap B=\{x\mid -1<x<4\}$，求实数$m$的值；(2)若$A\cup B=A$，求实数$m$的取值范围。

2 函数的定义域与值域

2.1 知识与解题技巧

(1)定义域只能在原式中求，否则会改变定义域的范围。常见基本初等函数的定义域：①无理函数的定义域是负数不能开偶次方；②分式函数的定义域是分母不为零；③对数函数的定义域是真数大于零(注意底数)；④正切函数的定义域是：$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$。

(2)求函数定义域关键在于分清楚函数是由多少种基本初等函数构成的。

(3)求函数值域的方法：①观察法(分子化为常数，分母化为二次函数或可用均值不等式的形式，直接判断出取值范围，注意边界值的确定)；②最值法(函数的最值范围即是函数的值域，包括配方法、判别式法、均值不等式法、$a\sin x+b\cos x$ 的最值、单调性(抽象函数常用单调性))。

(4)相关知识：对数函数的定义域，简单三角不等式的解法，二倍角公式。

例1 求函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{64-x^2}}+\lg\sin x$ 的定义域。

(分析：此题是由分式函数、无理函数、对数函数、三角函数组成，分别求各自的定义域，然后取交集)

解 依题意：$\begin{cases}\sqrt{64-x^2}\neq 0\\ 64-x^2\geqslant 0\\ \sin x>0\end{cases}$ 化为$\begin{cases}64-x^2>0\\ 2k\pi<x<2k\pi+\pi\end{cases}$，

解得：$-2\pi<x<-\pi$ 或 $0<x<\pi$ 或 $2\pi<x<8$。

所求函数的定义域是$\{x|-2\pi<x<-\pi$ 或 $0<x<\pi$ 或 $2\pi<x<8\}$。

例2 完成下列各题：

(1)设函数$f(x)$的定义域是$[0, 1]$，求下列函数的定义域。

①$y=f(x^2)$ ②$y=f(\sin x)$

(2)已知函数 $y=f(2x+1)$的定义域为$[3, 5]$，求函数 $y=f(x)$的定义域。

解 (1)(分析：本题是求抽象函数的定义域，即抽象函数中自变量不一定就是一个"x"，还可以是一个代数式，如本题的 x^2，$\sin x$ 都是自变量。此类题要注意定义域与值域之间的转换)

①依题意：$0\leqslant x^2\leqslant 1$，所以 $-1\leqslant x\leqslant 1$，即 $f(x^2)$的定义域是$[-1, 1]$。

②因为 $0\leqslant \sin x\leqslant 1$，所以 $2k\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\pi(k\in \mathbf{Z})$，即 $f(\sin x)$的定义域是$[2k\pi, 2k\pi+\pi](k\in\mathbf{Z})$。

(2)因为 $3\leqslant x\leqslant 5$，所以 $7\leqslant 2x+1\leqslant 11$，所以函数 $y=f(x)$的定义域是$[7, 11]$。

例3 求函数 $y=\dfrac{12}{x^2-2x+4}$的值域。

(分析：此题特点是分母含有未知数，且最高次是二次。把上式看成关于 x 的二次方程，利用 x 是实数，即关于 x 的二次方程中，判别式要大于或等于零，由 $\Delta\geqslant 0$ 解出 y 的