

大学物理

DAXUE WULI

张光宇 张存华 都文和 主编

哈尔滨地图出版社

大学物理

DAXUE WULI

主编 张光宇 张存华 都文和

哈尔滨地图出版社

· 哈尔滨 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理/张光宇, 张存华, 都文和主编. —哈尔滨:
哈尔滨地图出版社, 2007. 3

ISBN 978-7-80717-566-7

I. 大… II. ①张…②张…③都… III. 物理学—高等学校—教材 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 042784 号

哈尔滨地图出版社出版发行

(地址: 哈尔滨市南岗区测绘路 2 号 邮政编码: 150086)

哈尔滨庆大印刷厂印刷

开本: 787 mm×1 092 mm 1/16 印张: 18.75 字数: 433 千字

2007 年 3 月第 1 版 2007 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-80717-566-7

印数: 1~1 000 定价: 22.80 元

前 言

本书是为适应目前高等理工科院校的基础物理教学需要而编写的。全书力图在切实加强基础理论的同时,突出培养学生分析问题、解决问题及独立获取知识的能力。编写的目的是为了_{提高}大学生的科学素质及创新意识,培养 21 世纪所需要的各种复合型高素质人才。

物理学是一门与自然界的_{基本规律}有着最直接关系的基础科学,是关于自然界最基本形态的学科。物理学所研究的粒子,构成了蛋白质、基因、器官、生物体、陆地、海洋和大气等一切人造的和天然的物质。在这个意义上讲,物理学是化学、生物学、材料科学和地球物理学等学科的基础,物理学的基本概念和技术被应用到了所有的自然科学当中。因此,物理学被理工科等各门学科列为必修的基础课程。

全书共 14 章,包括质点运动学、运动定律与守恒定律,机械振动、机械波,分子热运动理论、热力学,静电场、稳恒磁场、磁介质中的磁场、电磁感应、电磁场与电磁波,光的干涉、光的衍射和光的偏振。具体分工如下:哈尔滨理工大学的张光宇编写了第一章至第五章(共 16 万字);齐齐哈尔大学的张存华编写了第六章至第九章(共 14.6 万字);齐齐哈尔大学的都文和编写了第十章至第十四章(共 11.4 万字)。全书由张光宇统稿。本书可作为工科大学各专业、理科与师范非物理专业及成人教育相关专业教材,也可供自学者使用。

由于编者水平有限,书中难免出现不妥之处,敬请同仁及广大读者批评指正。

编 者

2007 年 3 月

目 录

第一章 运动的描述	1
第一节 参考系 坐标系 物理模型	1
第二节 运动的描述	2
第三节 相对运动	15
习题一	17
第二章 运动定律与力学中的守恒定律	20
第一节 牛顿定律	20
第二节 动量 动量守恒定律	25
第三节 功 动能 势能 机械能守恒定律	30
第四节 角动量 角动量守恒定律	42
第五节 刚体的定轴转动	44
习题二	54
第三章 机械振动	57
第一节 简谐振动的动力学特征	57
第二节 简谐振动的运动学	60
第三节 简谐振动的能量	65
第四节 简谐振动的合成	67
第五节 阻尼振动 受迫振动 共振	69
习题三	72
第四章 机械波	76
第一节 机械波的形成和传播	76
第二节 平面简谐波的波动方程	79
第三节 波的能量	85
第四节 惠更斯原理 波的叠加和干涉	88
第五节 驻波	91
第六节 多普勒效应	93
习题四	95
第五章 气体热运动理论基础	98
第一节 平衡态 理想气体状态方程	98
第二节 理想气体的压强公式	100
第三节 温度的统计解释	102
第四节 能量均分定理 理想气体的内能	102
第五节 麦克斯韦气体分子速率分布律	105
第六节 气体分子的平均碰撞次数和平均自由程	108

习题五	110
第六章 热力学基础	112
第一节 内能 功和热量 准静态过程	112
第二节 热力学第一定律	115
第三节 气体的摩尔热容量	118
第四节 绝热过程	119
第五节 循环过程 卡诺循环	121
第六节 热力学第二定律	125
第七节 热力学第二定律的统计意义	128
第八节 熵 熵增加原理	131
习题六	135
第七章 静电场和稳恒电场	138
第一节 电荷 电场强度	138
第二节 电通量 高斯定理	149
第三节 电场力的功 电势	154
第四节 电场强度与电势的关系	159
第五节 静电场中的导体和电介质	161
第六节 电容 电容器	166
第七节 电流 稳恒电场 电动势	170
第八节 电场的能量	171
习题七	173
第八章 稳恒磁场	177
第一节 磁场 磁感应强度	177
第二节 磁通量 磁场的高斯定理	181
第三节 安培环路定理及其应用	186
第四节 磁场对载流导线的作用力 安培定律	192
第五节 磁场对载流线圈的作用	193
第六节 磁力的功	195
第七节 平行载流导线间的相互作用 电流单位“安培”的定义	197
第八节 运动电荷在磁场中所受的力——洛伦兹力	198
第九节 带电粒子在电场和磁场中的运动及其应用	199
习题八	201
第九章 磁介质中的磁场	203
第一节 磁介质 磁介质的磁化	203
第二节 磁场强度 磁感应强度与磁化强度之间的关系式	207
第三节 铁磁质	208
习题九	212
第十章 电磁感应	213
第一节 电磁感应定律	213

第二节	动生电动势	217
第三节	感生电动势 感生电场	220
第四节	自感	223
第五节	互感	225
第六节	磁场的能量	228
	习题十	230
第十一章	电磁场与电磁波	234
第一节	位移电流	234
第二节	麦克斯韦方程组	237
第三节	电磁波的产生和传播	239
第四节	电磁波谱	246
	习题十一	247
第十二章	光的干涉	248
第一节	光源 单色光 相干光	248
第二节	杨氏双缝干涉	250
第三节	光程与光程差	254
第四节	薄膜干涉	257
第五节	等厚干涉	261
第六节	迈克耳逊干涉仪	265
	习题十二	267
第十三章	光的衍射	268
第一节	光的衍射 惠更斯-菲涅耳原理	268
第二节	单缝夫琅和费衍射	269
第三节	圆孔衍射 光学仪器的分辨率	273
第四节	光栅衍射	275
第五节	X射线的衍射	280
	习题十三	282
第十四章	光的偏振	284
第一节	自然光与偏振光	284
第二节	偏振光的产生和检验 马吕斯定律	286
第三节	反射光和折射光的偏振 布儒斯特定律	287
第四节	光的双折射	289
	习题十四	291

第一章 运动的描述

运动学分为质点运动学、刚体运动学、流体运动学等。本章主要介绍质点运动学的基本概念和分析问题的方法。

第一节 参考系 坐标系 物理模型

一、运动的绝对性和相对性

宇宙中没有绝对静止或不运动的物体，这就叫做运动的绝对性。虽然物体的运动是绝对的，但是描述运动却是相对的。

二、参考系

如何描述某个物体的运动，是物理学面临的一个重要问题。任何物体在客观上总会占据一定的位置，而这个位置又总是相对于其他物体或彼此联系着的物体系来确定的。因此，当我们观察某个物体的位置变化时，总是自觉或不自觉选择另一个物体或物体系作为标准，这个被选做标准的物体，称为参考体，与参考体固连的拓展空间称为参考系。

在研究问题时，由于描述问题所选择的参考系不同，对同一个物体的同一种运动的描述结果有可能是不相同的。例如，一个自由下落的石块，对于地面上的观察者来说，它是在做直线运动。但是如果观察者是在附近行驶的汽车车厢内观察，则石块在做曲线运动。这就是描述运动的相对性。因此，在描述某个物体的运动时，必须指明该物体的运动是相对于哪一个参考系而言的。

在运动学中，参考系的选择一般可以是任意的。人们经常会选取与地面固连的参考系。但是有时为了使问题的描述更为方便或简洁，还可以选取其他，如：太阳、运动的汽车、运动的火箭等相对于地球有运动的物体作为参考系。

三、坐标系

有了参考系，我们就可以定性地描述物体的运动。但是作为一个科学的理论是要对运动进行定量的描述。为了定量描述物体（质点）的运动，必须将参照系进行量化。量化后的参照系就称为坐标系。不同的量化方式就形成了不同的坐标系。

力学中常用的坐标系为固定直角坐标系。固定直角坐标系又可以有平面和三维立体坐标系之分。坐标系总是和参照系固定在一起的。我们总是在参照系上选一个点作为坐标原点，选择两个（或三个）相互垂直的方向建立坐标轴，从而形成直角坐标系。

1. 笛卡儿直角坐标系

空间笛卡儿直角坐标系，有三个相互正交的坐标轴，分别称其为 x 、 y 和 z 轴，坐标原点 O 为三轴交会处。对应 x 、 y 和 z 轴的方向由单位矢量 $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 、 $\vec{k}$ 表示，它们是一组常矢量。如果坐标系只有 x 和 y 两个轴，则称其为平面笛卡儿直角坐标系（或二维坐标）。

2. 平面自然坐标系

平面自然坐标系的两个坐标轴分别称之为切向单位矢量（用符号 $\vec{e}_t$ 表示）、法向单位矢量（用符号 $\vec{e}_n$ 表示）。坐标原点在某瞬时质点所在位置是随动坐标系。

四、物理模型

实际物体常常是结构复杂，大小各异，一般都具各自的形状。当这些尺寸和形状的差异对物体运动的影响不大，且分析中不涉及物体的转动和形变时，就可考虑将其简化为质点。“质点”是物理学中最简单、最基本、最重要的一个理想模型。

一个物体究竟能否简化为质点，要具体问题具体分析。地球的尺寸很大，但是在研究地球的公转时，地球可以被简化为质点。乒乓球虽然很小，但是如果研究的是乒乓球的旋转运动，就不能把它简化为质点来处理，而如果分析的是乒乓球的运动轨迹，那么乒乓球就可以被简化为质点。可见，同一个物体，在不同的问题中，有时可以被视为质点，有时则不能被视为质点。对于那些不能简化为质点的物体，可以根据具体特点将其简化为其他模型，如质点系、刚体、理想弹性体、理想流体等。

第二节 运动的描述

一、位置矢量 位移 速度 加速度

1. 位置矢量

质点在空间的位置 P ，可以用一个从参考点 O 到质点所在位置 P 的有向线段表示，即用矢量 $\overrightarrow{OP}$ 表示。该矢量称为位置矢量，简称位矢，一般用符号 $\vec{r}$ 表示（见图 1-1）。由于空间的几何性质，质点的位置在以 O 点为坐标原点的笛卡儿直角坐标系中可以用三个坐标 (x, y, z) 来表示，且有

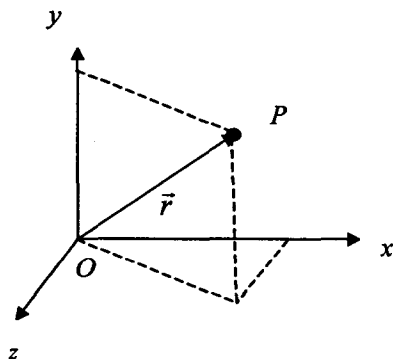


图 1-1 直角坐标下的位矢

$$\vec{r} = \overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

质点的位置也可以用位置矢量的大小和位置矢量的方向共同描述。

由矢量运算定则可知，位置矢量大小

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

而方向由其三个方向余弦确定，即

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}; \quad \cos \beta = \frac{y}{r}; \quad \cos \gamma = \frac{z}{r}$$

式中， α, β, γ 分别是位置矢量 $\vec{r}$ 与三个坐标轴的夹角，称为方向角，三个方向角

中只有两个是独立的，三个方向角满足归一化条件，即

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

由于质点是运动的，因此，质点的位置矢量是随时间变化的，是时间 t 的函数。

位置矢量随时间的变化关系 $\vec{r} = \vec{r}(t)$ 称为质点运动的参数方程，简称运动方程。它一般是时间的函数。如果已知质点随时间的变化规律，我们就可以确定任意时刻质点的位置。

对于做空间运动的质点而言，质点的运动方程还可以写成：

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

对于做平面运动的质点而言，质点的运动方程可以写成：

$$x = x(t), y = y(t)$$

或

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

对于做一维运动的质点而言，质点的运动方程可以写成： $x = x(t)$ 。

运动质点在空间经过的路径所描出的曲线称为质点的运动轨迹。如果质点运动的轨迹为直线，则称该质点做直线运动；若质点运动的轨迹为一般曲线，则称该质点做曲线运动。

质点运动轨迹方程的求解方法非常简单，只需将质点运动方程中的时间参数消去，就可得到质点运动的轨迹方程。

轨迹方程的一般形式为

$$f(x, y, z) = 0$$

消去运动方程中的时间参数的方法举例说明如下。

例 1-1 已知一质点的位矢为 $\vec{r} = R(\cos \omega t \vec{i} + \sin \omega t \vec{j})$ ，式中 R 和 ω 为常量，求该质点的轨迹方程。

解：因为质点的参数运动方程 $x = R \cos \omega t$ ， $y = R \sin \omega t$ ，如果消去参数 ωt 就可得到质点的运动轨迹方程 $x^2 + y^2 = R^2$ 。说明该质点做以坐标原点为圆心，半径为 R 的圆周运动。

例 1-2 已知一人先向正东方向走了 30 m，后又向正北方向走了 40 m，问此时人的位置在哪里？

解：先选坐标系 Oxy ，以出发点为 O 点，正东方向为 x 轴的正方向，正北方向为 y 轴的正方向，分别以 $\vec{i}$ 和 $\vec{j}$ 为 x 轴和 y 轴的单位矢量，则人的位置

$$\vec{r} = (30\vec{i} + 40\vec{j}) \text{ m}$$

由于一般情况下，质点的位置都是变化的，因此还需要了解有关位置变化的量度问题。

2. 位移

运动质点位置矢量在时间间隔 Δt 的增量，称为运动质点的位移，位移一般用符号 $\Delta\vec{r}$ 来表示（见图 1-2）。

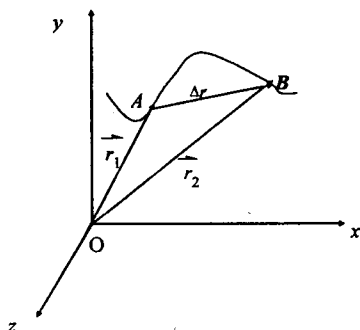


图 1-2 位移

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

质点的位移是质点的末位置矢量与质点的初位置矢量的增量。描述位移不仅需要用位移的大小，还要用位移的方向来共同描述。在笛卡儿直角坐标系中位移的矢量与位移的分量之间的关系：

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

或
$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}$$

在国际单位制 (SI) 中，位移的单位是米，西文符号是 m。当质点运动时，还可以用路程来描述质点位置的变化。路程是质点运动轨迹的长短。

例 1-3 如图 1-3 所示，一质点沿半径为 R 的圆周在 t 秒时间内从 A 点运动到了 B 点，试问在这段时间内，产生的位移是多少？位移的大小是多少？所走过的路程又是多少 (SI)？

解：研究对象：质点；

坐标：如图所示；

运动分析：在图 1-3 坐标系中 A 点的位置为 $(R, 0)$ ， B 点的位置为 $(0, -R)$ ；由于 $\overline{AB} = \sqrt{2}R$ ， AB 弧长为 $\frac{3\pi R}{2}$ 。

所以有位移： $\Delta\vec{r} = (-R\vec{i} - R\vec{j}) \text{ m}$ ；

位移的大小： $|\Delta\vec{r}| = \overline{AB} = \sqrt{2}R \text{ m}$ ；

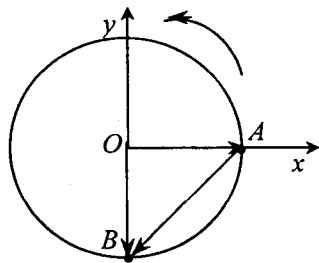


图 1-3

$$\text{路程: } \Delta s = \frac{3\pi R}{2} \text{ m.}$$

位移只能描述质点位置的变化, 如果想描述位置变化的快慢, 需要引用另一个物理量——速度。

3. 速度

(1) 平均速度

质点的位移与完成位移所经历的时间之比, 定义为质点在该时间间隔内的平均速度。

$$\bar{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

在笛卡儿直角坐标系中, 平均速度的表达式:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \vec{k}$$

平均速度也可以用其大小和方向共同来描述。由式可知, 平均速度不仅是初始时刻的函数, 也与时间间隔 Δt 有关。对于同一质点的同一运动过程, 经常随所选取的时间间隔长短而变化, 与质点实际的运动情况总会有一些差异。如果在研究质点运动过程中, 需要精确描述质点位置变化的快慢, 就需引入一个新的物理量——瞬时速度。

(2) 瞬时速度

时间间隔取得越长就越粗略, 如果将从 A 点到 B 点的时间间隔无限细分, 使 $\Delta t \rightarrow 0$, 那么, 此时描述的就是某一瞬时质点位置的变化快慢。

质点在某一瞬时刻位置矢量变化的快慢称为该质点的瞬时速度。质点在某一时刻的瞬时速度等于从该时刻开始的时间间隔 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 平均速度的极限为:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

在笛卡儿直角坐标系中,

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

瞬时速度也可以用其大小和方向共同来描述, 大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

方向沿曲线的切线方向并指向质点前进的方向。

在国际单位制 (SI) 中, 瞬时速度的单位是米/秒, 西文符号是 m/s。

4. 加速度

(1) 平均加速度

将质点的速度增量与所经历的时间之比, 定义为质点在该时间间隔内的平均加速度。

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

在笛卡儿直角坐标系中, 平均加速度的表达式:

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \vec{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \vec{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \vec{k}$$

(2) 瞬时加速度

显然平均加速度也是一个粗略描述速度变化的物理量, 为精确描述质点速度变化的快

慢, 需引入新的物理量——瞬时加速度。 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = R\omega(-\omega \cos \omega t \vec{i} - \omega \sin \omega t \vec{j})$, 显然

$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$, 该式表明, 任意时刻质点的加速度方向总和位置矢量 $\vec{r}$ 的方向相反, 命题得证。

5. $\vec{a}$ 为恒矢量时质点的运动方程

质点的直线运动: 质点的运动轨迹为直线。

坐标: 沿运动轨迹选取一维直线坐标 Ox 。

位置: $x = x(t)$

质点直线运动的速度: $v_x = \frac{dx}{dt}$

质点直线运动的加速度: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dx^2}{dt^2}$

(1) 匀加速直线运动

当做直线运动的质点的运动加速度为常矢量时, 称该质点做匀加速直线运动。

① 匀加速直线运动质点的加速度

$$\vec{a} = a_x \vec{i}$$

② 匀加速直线运动质点的速度

由加速度的定义 $a_x = \frac{dv_x}{dt}$, 将其视为微商, 等式两端同时乘 dt 则有 $dv_x = a_x dt$, 将

等式两端同时积分, 并考虑到初始条件 $t = t_0$ 时, $v = v_{0x}$ 。

$$\int_{v_{ox}}^v dv_x = \int_{t_0}^t a_x dt$$

$$v_x = v_{ox} + \int_{t_0}^t a_x dt = v_{ox} + a_x(t - t_0)$$

③匀加速直线运动质点的运动方程

由速度定义 $v_x = \frac{dx}{dt}$, 有 $dx = v_x dt$, 将等式两端同时积分, 并考虑到初始条件 $t = t_0$ 时, $x = x_0$ 。

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t [v_{ox} + a_x(t - t_0)] dt$$

当 $t_0 = 0$ 时, 有

$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$x = x_0 + v_{ox} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

这就是大家熟悉的匀加速直线运动质点的速度和位移公式。

最常见的匀加速直线运动就是自由落体运动。它是在空气阻力忽略不计的条件下, 一个物体由于重力的作用从静止开始下落的运动。自由落体运动的轨迹是一条竖直线。正如大家所知, 在地球同一地点的所有物体, 尽管它们的形状、尺寸大小和化学成分等不同, 可自由落体的加速度都一样。这一加速度就叫自由落体加速度或重力加速度。实际上, 精确实验表明: 在不同地点, 重力加速度的数值略有不同。重力加速度通常用符号 g 表示。地面附近的重力加速度的数值常采用 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 。

对自由落体运动进行定量分析时, 经常采取竖直向下的方向作为 y 轴的正方向, 以自由落体开始的位置为坐标轴的原点。此时, $a = g\vec{j}$, 初始条件为 $t = 0$ 时, $y = 0$, $v_y = 0$ 。运动规律如下:

$$v_y = gt$$

$$y = \frac{1}{2} gt^2$$

如果选取的坐标轴以竖直向上为 y 轴的正方向, 以自由落体开始的位置为坐标轴的原点。此时, $\vec{a} = -g\vec{j}$ 。不难看出, 当坐标轴变化, 或初始条件发生变化时, 所得到的同一质点的运动规律也会有一些不同的结果。因此, 在描述质点的运动规律时, 一定要指出所选取的坐标系, 一定要明确对应的初始条件。

(2) 变加速直线运动

当做直线运动的质点运动的加速度为非常矢量时, 称质点在做变加速直线运动。由于加速度是变化的, 因此, 前面学习过的匀变速直线运动中的规律就不再适用了。

①变加速直线运动质点的速度

$$v_x = v_{ox} + \int_0^t a_x dt$$

需要知道加速度的变化规律才能积分。

②变加速直线运动质点的运动方程

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t (v_{ox} + \int_{t_0}^t a_x dt) dt$$

同样需要知道加速度的变化规律才能求解具体的结果。

例 1-4 质点由坐标原点出发时开始计时，沿 x 轴运动，其加速度 $a_x = 2t$ (SI)，试求质点的运动学方程。

解：选取质点为研究对象，由加速度定义式，有 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 2t$ ，得 $dv_x = 2t dt$ ，考虑

初始条件 $t=0$ 时， $v_{ox}=0$ ，积分之， $\int_0^x dv_x = \int_0^t 2t dt$ ，得 $v_x = t^2$ 。

再由速度的定义式，有 $v_x = \frac{dx}{dt} = t^2$ ，考虑初始条件 $t=0$ 时， $x=0$ ，积分之，得

$$\int_0^x dx = \int_0^t t^2 dt, \quad \text{即}, \quad x = \frac{1}{3}t^3.$$

例 1-5 有人用绳绕过岸上一定高度处的定滑轮拉湖中的小船向岸边运动（见图 1-4）。设该人以匀速率 v_0 收绳，绳不伸长，湖水静止，则小船的运动速度如何？运动加速度又如何？

解：研究对象：小船；

坐标：如图所示， x 与定滑轮到小船之间的绳长 l 以及定滑轮与水面之间的高度 h 三者间满足

$$l^2 = h^2 + x^2$$

或

$$l = \sqrt{x^2 + h^2}$$

运动分析：根据题意，收绳的速率 $v_l = \frac{dl}{dt}$ ，因为绳长在不断减少，因此收绳的速率

$\frac{dl}{dt} = -v_0$ ，而小船的速度 $v_x = \frac{dx}{dt}$ 。由上面的几何关系可知，

$$\frac{dl}{dt} = \frac{x \frac{dx}{dt}}{\sqrt{x^2 + h^2}} = -v_0$$

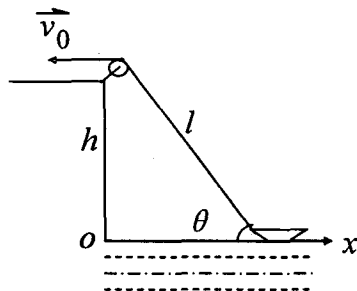


图 1-4

因此可整理得 $v_x = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x} v_o$ 。

又根据加速度定义 $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ ，计算得到

$$\begin{aligned} a_x &= -v_o \left(\frac{x \frac{dx}{dt}}{\sqrt{x^2 + h^2}} \frac{1}{x} + \sqrt{x^2 + h^2} \left(-\frac{1}{x^2} \right) \frac{dx}{dt} \right) \\ &= -v_o \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \frac{-h^2}{x^2 \sqrt{x^2 + h^2}} = -v_o \cdot v_x \cdot \frac{-h^2}{x^2 \sqrt{x^2 + h^2}} \end{aligned}$$

即可得到小船在任意瞬时的加速度：

$$a_x = -v_o \cdot \left(-\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x} v_o \right) \cdot \frac{-h^2}{x^2 \sqrt{x^2 + h^2}} = -\frac{h^2 v_o^2}{x^3}$$

二、曲线运动的描述

1. 一般的平面曲线运动

加速度的方向总是指向曲线凹的一侧。对于同一质点而言，无论是用笛氏直角坐标系还是用自然坐标系，所表示的加速度应该是等价的（图 1-5）。

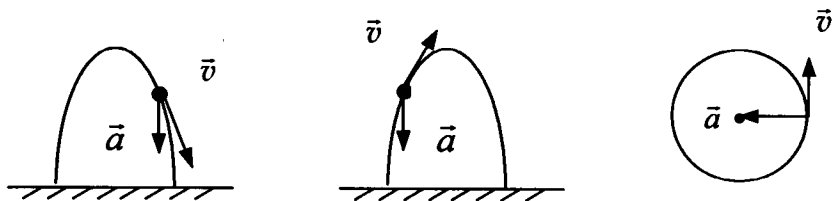


图 1-5 曲线运动中的加速度

当质点运动的加速度为重力加速度 g 时，该质点的运动就称之为抛体运动。抛体运动又可分为平抛、竖直上抛、竖直下抛、斜上抛、斜下抛等。然而，分析各类抛体运动，它们都具有相同的运动特征。

如果选取抛体运动平面为二维坐标平面 xOy ，则抛体运动的加速度为

$$\vec{a} = -g\vec{j} \text{ 或 } a_x = 0, a_y = -g$$

不同的抛体运动只是在初始条件上有差异。不同的初始条件，构成了形形色色的抛体运动问题。由此也可想见，对于运动学，初始条件的重要性。

如图 1-6。假设抛体运动质点在 $t=0$ 时， $x=x_0$ ， $y=y_0$ ， $v_x=v_0 \cos \alpha$ ， $v_y=v_0 \sin \alpha$ ，（其中 α 为初速度与水平方向之间的夹角，称为升角），其速度方程将如何？

由初始条件求得

$$v_x = v_{ax} = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_{oy} \pm gt = v_0 \sin \alpha \pm gt$$

用积分可得到质点运动的参数方程

$$x = x_0 + v_{ax}t = x_0 + v_0 t \cos \alpha$$

$$y = y_0 + v_{oy}t \pm \frac{1}{2}gt^2 = y_0 + v_0 t \sin \alpha \pm \frac{1}{2}gt^2$$

根据抛体运动质点的运动方程或速度方程，我们可以将所有的抛体运动通过改变方程中的参数来使其成为竖直上抛（ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ）、竖直下抛（ $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ ）、平抛（ $\alpha = 0$ ）、斜上抛（ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ）、斜下抛（ $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ ）等方程。也可以通过上述方程求解所有在中学物理习题中分析过的抛体运动问题。

抛体在空间运动的时间：被抛出的质点从抛出点到回落到与抛出点等高的水平位置所需的时间 $T = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$ 。

射高：抛体在空中飞行过程中所能够达到的最大高度称为射高。

$$H = y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

射程：抛体从抛出点回落到与抛出点高度相同的水平回落位置所经过的水平距离称为射程。

$$X = x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

另外，还应该指出，上述关于抛体运动的公式，都是在忽略空气阻力的情况下得出的理想结果。只有在初速度比较小的情况下，由它们计算出的结果才比较符合实际。在工程实际中，子弹或炮弹在空气中飞行的规律与理想情况的差异较大，是不能按上述公式计算的。例如，以 550 m/s 的初速沿 45° 仰角射出的子弹，按上述公式计算的射程在 30 000 m 以上。可实际上，由于空气阻力等自然环境的影响，实际射程不足 8 500 m，与前者相差 10

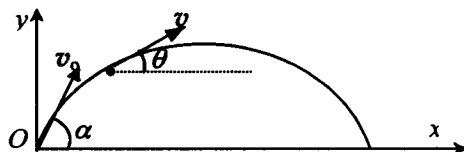


图 1-6