

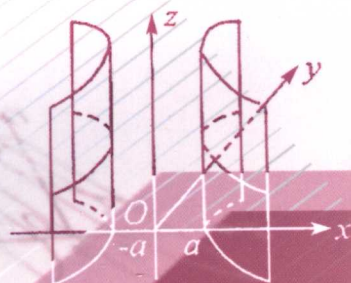
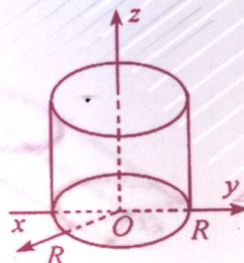
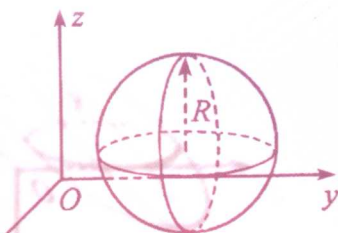


高职高专教育“十一五”规划教材

GAODENGSHUXUE
JICHU

高等数学基础

李桂荣 袁建华 主编



中国农业大学出版社

ZHONGGUONONGYEDAXUE CHUBANSHE

高职高专教育“十一五”规划教材

高等数学基础

李桂荣 袁建华 主编

中国农业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学基础/李桂荣,袁建华主编. —北京:中国农业大学出版社,2007.8

高职高专教育“十一五”规划教材

ISBN 978-7-81117-242-3

I. 高… II. ①李…②袁… III. 高等数学—高等学校—教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 098893 号

书 名 高等数学基础

作 者 李桂荣 袁建华 主编

策划编辑 张秀环

责任编辑 童 云 陈艳燕

封面设计 郑 川

责任校对 童 云

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号

邮政编码 100094

电 话 发行部 010-62731190,2620

读者服务部 010-62732336

编辑部 010-62732617,2618

出 版 部 010-62733440

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

e-mail cbsszs @ cau.edu.cn

经 销 新华书店

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

版 次 2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

规 格 787×980 16 开本 15.5 印张 281 千字

定 价 22.00 元

图书如有质量问题本社发行部负责调换

主 编 李桂荣 袁建华

编 者 顾 敏 苏 婧 姜 波 蒋 洪

主 审 翟修平

出版说明

高等职业教育作为高等教育中的一个类型,肩负着培养面向生产、建设、服务和管理第一线需要的高技能人才的使命。大力提高人才培养的质量,增强人才对于就业岗位的适应性已成为高等职业教育自身发展的迫切需要。教材作为教学和课程建设的重要支撑,对于人才培养质量的影响极为深远。随着高等农业职业教育发展和改革的不断深入,对于教材适用性的要求也越来越高。中国农业大学出版社长期致力于高等农业教育本科教材的出版,在高等农业教育领域发挥着重要的作用,积累了丰富的经验,希望充分利用自身的资源和优势,为我国高等职业教育的改革与发展做出自己的贡献。

经过深入地调研师生的需求和分析以往教材的优点和不足,在教育部高教司高职高专处和全国高职高专农林牧渔类专业教学指导委员会的关心和指导下,在各高职高专院校的大力支持下,中国农业大学出版社组织了全国 50 余所院校的 400 多名骨干教师共同编写了一批以“十一五”国家级规划教材为主体的教材。这批教材于今年 3 月陆续出版,共有 60 多个品种(畜牧兽医类 33 种,种植类 26 种,公共基础课等课程教材若干种),其中普通高等教育“十一五”国家级规划教材 22 种。

这批教材的组织和编写具有以下特点:

精心组织参编院校和作者。本批教材的组织之初共收到全国 60 余所院校的 600 余名老师的申报材料。经过由职业院校和出版社专家组成的选题委员会审议,充分考虑到不同院校的办学特色、专业优势及地域特点,结合教师自身的学习培训背景、教学与科研经验和生产实践经历,最后择优确定了 50 余所院校的 400 多名教师作为主编和编写人员,其中教授和副教授占 73%,硕士以上学历占 38%。特别值得一提的是,有 5% 的作者是来自企业生产第一线的技术人员,这样的作者结构是编写高质量和适用性教材的有力保证。

贴近国家高职教育改革的要求。我国的高等职业教育发展历史不长,很多院校的办学模式和教学理念还在探索之中。为了更好地促进教师了解和领会教育部的教学改革精神,在编写研讨会上邀请了教育部高教司高职高专处、全国高职高专农林牧渔类专业教学指导委员会的领导作教学改革的报告,提升主编和编写人员的理念;多次邀请教育部职业教育研究所的知名专家到会,专门就课程设置和教材的体系建构作报告,使教材的编写视角高、理念新、有前瞻性。

注重反映教学改革成果。教材应该不断创新,与时俱进。好的教材应该及时体现教学改革的成果,同时也是教育教学改革的重要推进器。本套教材在组织过程中特别注重发掘各校在产学结合、工学交替实践中具有创新性的教材素材,很多教材在围绕就业岗位需要进行知识的整合、与实际生产过程的接轨上具有创新性和非常鲜明的特色,相信对于其他院校的教学改革会有启发和借鉴意义。

瞄准就业岗位群需要,突出职业能力的培养。本批教材的编写指导思想是紧扣培养“高技能人才”的目标,以职业能力培养为本位,以实践技能培养为中心,体现就业和发展需求相结合的理念。

教材体系的构建依照职业教育的“工作过程导向”原则,打破学科的“系统性”和“完整性”。内容根据职业岗位(群)的任职要求,参照相关的职业资格标准,采用倒推法确定,即剖析职业岗位群对专业能力和技能的需求→关键能力→关键技能→围绕技能的关键基本理论。删除假设推论,减少原理论证,尽可能多地采用生产实际中的案例剖析问题,加强与实际工作的接轨。教材反映行业中正在应用的新技术、新方法,体现实用性与先进性的结合。

创新体例,增强启发性。为了强化教学效果,在每章的章序或节序明确了知识目标和技能目标。每小节有练习与思考题。每章有复习题。有利于消化知识点,提高学生的学习效果和效率,也方便教师课堂总结。每章后面增编阅读材料。

加强审稿,企业与行业专家相结合,严把质量关。从选题策划阶段就邀请行内专家把关,由来自企业、高职院校或中国农业大学有丰富的生产实践经验的教授审核编写大纲,并对后期书稿进行严格的审定。每一种教材都经过作者与审稿人的多次的交流和修改,从而保证内容的科学性、先进性和对于岗位的适应性。

本批教材的顺利出版,是全国50余所高职高专院校共同努力的结果;编写出版过程中所做的很多探索,为进一步进行教材研发提供了宝贵的经验。我们希望以此为基点,进一步加强与各校的交流合作,配合各校教学改革,在教材的推广使用、修订完善、补充扩展进程中,在提高质量和增加品种的过程中,不断拓展教材合作研发的思路,创新教材开发的模式和服务方式。让我们共同努力,携手并进,为深化高职高专教育教学改革和提高人才培养质量,培养国家需要的千百万高素质技能型专门人才,发挥积极的推动作用。

中国农业大学出版社

2007年7月

前 言

本书是高职高专各专业通用的高等数学基础课程教材。全书分必修篇(1~6章)和选修篇(7~9章及含*号的内容)两大部分。必修篇编入了数学建模和实例,重点讲解一元函数的微积分及其应用;选修篇包括二元函数的微积分及其应用、常微分方程简介和数学实验等内容。书中每节都配有适量的练习与思考题,每章又配有相对难度大点或综合应用的习题。每章的最后还安排了“阅读材料”,既可以作为课余的休闲阅读,又丰富了对应知识点的应用,为读者提供了轻松第二课堂。最后一章是与必修内容相适应的数学实验——MATLAB的使用。为便于读者查找,书后还设有附录,内容包括初等数学及高等数学中常用的公式、图形和参考答案。

本书坚持“以应用为目的,以必须够用为度”的原则,既保留了教材由浅入深、循序渐进的传统特点,又大刀阔斧地删除了许多理论推导和证明,对相关结论则以解释清楚为度。尽量借助几何图形作直观描述,使抽象的数学概念更形象化。本书通俗易懂,简明扼要,既可作为教材,也可作为自学参考资料。

本书由李桂荣和袁建华提出编写思想和编写提纲、列出章节目录,并对全书进行修改、补充和统稿。苏婧编写了第1、2章;姜波编写了第3章;蒋洪编写了第4章;李桂荣编写了第5、6、8章;顾敏编写了第7、9章。

本书的编写得到了江苏畜牧兽医职业技术学院领导的关心与大力支持,由教务处与基础部数学教研室共同组织完成。编写过程中,吴小军和曹剑老师对书稿提出了一些有益的建议。翟修平教授在百忙之中抽空审阅了全部书稿并提出了中肯的修改意见。编者在此向他们表示衷心的感谢!

本书在编写过程中,参考了大量的相关书籍和资料,选用了其中的有关内容和例题、习题,在此谨向有关编者、作者一并表示谢意。

本教材的编写是我们进行教学改革与研究的一次尝试。书中缺点和错误在所难免,但是我们还在探索中,敬请同仁、读者提出修改意见,编者将不胜感激。

编 者

2007.6.18

目 录

第 1 章 初等函数	1
1.1 函数	1
1.2 初等函数	4
1.3 数学模型方法简述	8
阅读材料 1: 常见经济函数模型	11
习题 1	13
第 2 章 极限与连续	15
2.1 极限与运算	15
2.2 无穷大量与无穷小量	21
2.3 两个重要极限	24
2.4 函数的连续性	26
阅读材料 2: 阿基里斯追龟问题	31
习题 2	32
第 3 章 导数与微分	34
3.1 导数的概念	34
3.2 导数公式与运算法则	40
3.3 函数的微分	47
阅读材料 3: 经济分析中求边际函数	52
习题 3	54
第 4 章 导数的应用	56
4.1 洛必达法则	56
4.2 函数的单调性	59
4.3 函数的极值与最值	61
4.4 曲线的凹凸与拐点	67
4.5 函数图形的描绘	69
阅读材料 4: 最佳决策	72

习题 4	74
第 5 章 不定积分	76
5.1 不定积分的概念	76
5.2 基本积分公式及不定积分的性质	80
5.3 换元积分法	82
5.4 分部积分法	90
* 5.5 常微分方程简介	94
阅读材料 5:(一)求生物生长规律的方法	101
* (二)人口数学模型	103
习题 5	104
第 6 章 定积分及其应用	107
6.1 定积分的概念与性质	107
6.2 定积分的计算	115
6.3 定积分的应用	122
阅读材料 6:经济总量与投资分析	130
习题 6	132
第 7 章 二元函数的微分	135
7.1 空间解析几何简介	135
7.2 二元函数	139
7.3 偏导数与全微分	144
7.4 二元复合函数与隐函数的求导	152
阅读材料 7:多种产品问题的产量决策	155
习题 7	156
第 8 章 二重积分	158
8.1 二重积分的概念与性质	158
8.2 二重积分的计算	162
8.3 二重积分的应用	172
阅读材料 8:曲面面积的计算	177
习题 8	178
第 9 章 数学实验	181
9.1 MATLAB 软件简介	181

9.2 用 MATLAB 作函数图形	190
9.3 用 MATLAB 做微积分运算	197
习题 9	201
附录 I 初等数学常用公式	202
附录 II 常用空间曲面及其方程	206
附录 III 习题答案与提示	209
参考文献	236

第 1 章 初等函数

函数是客观世界中变量间依从关系的反映,是微积分学的主要研究对象,本章将在中学数学的基础上,对函数的概念和性质作进一步的研究,并介绍初等函数的概念和数学建模的基本思想,为后续内容的学习打好基础.

1.1 函数

1.1.1 函数的概念

在自然界中,存在很多相互影响、相互制约的变量关系,人类在探索自然的过程中,将其抽象、概括,逐步形成了函数的概念. 1837 年,德国数学家狄利克雷(Dirichlet, 1805—1859 年)抽象出了较为合理的直至今日仍为人们易于接受的函数概念.

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量, D 是 R 的非空子集,如果对于 D 中任一实数 x ,按照一定的对应关系 f ,变量 y 有唯一确定的值与之对应,则称变量 y 是变量 x 的函数,记作

$$y=f(x), x \in D$$

其中, x 叫自变量, y 叫因变量. 自变量 x 的取值的集合 D 称为这个函数的定义域,函数值的集合称为函数的值域.

由函数的定义可知,两个函数相同的充分必要条件是对应关系相同、定义域也相同.

由于函数 $y=|x|$ 与函数 $y=x$ 的对应关系不同,因此它们是两个不同的函数;由于函数 $y=x$ 和函数 $y=\frac{x^2}{x}$ 的定义域不同,因此它们也是两个不同的函数;而函数 $y=|x|$ 和函数 $y=\sqrt{x^2}$ 则是同一个函数.

通常,函数有下列 3 种表示方法:解析法、列表法、图形法.

用数学式子表示函数的方法,称为解析法,也叫公式法,如 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$, $y=$

$\ln \sin x$. 解析法是函数的精确描述,其优点是便于理论分析和研究,缺点是不直观;以表格形式表示函数的方法称为列表法,如对数表、三角函数表中的函数都是用列表法表示的,列表法的优点是可以直接由自变量数值查到相应的函数值,但表中所列数值是有限的,不能反映函数的全貌;以图形表示函数的方法称为图形法,如图 1.1 和图 1.2 所示,图形法的优点是直观,函数图形容易由实验数据获得,在实践中常用,缺点是不能进行精确的理论分析.

1.1.2 分段函数

有时用解析法表示一个函数需要用到两个或两个以上个解析式来表示,即当自变量在不同取值范围内变化时,函数要用不同的解析式表示,如:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x - 1, & x > 0 \end{cases}$$

其定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^2 + 1$; 当 $x = 0$ 时, $f(x) = 0$; 而当 $x > 0$ 时, $f(x) = x - 1$. 其图形如图 1.1 所示. 我们把在不同取值范围内用不同的解析式表示的函数叫分段函数, 下面介绍两个典型的分段函数.

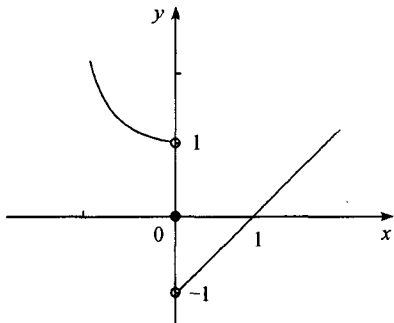


图 1.1

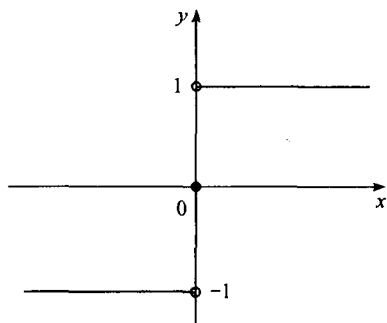


图 1.2

例 1.1 符号函数 $\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$, 其图形如图 1.2 所示.

例 1.2 狄利克雷(Dirichlet)函数 $D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \text{有理数集} \\ 0, & x \in \text{无理数集} \end{cases}$.

1.1.3 函数的几种特性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D .

1. 有界性

设区间 $I \subset D$, 若存在一个正数 M , 对任意 $x \in I$, 相应的函数值满足

$$|f(x)| \leq M$$

则称函数 $f(x)$ 在 I 上有界, 函数 $f(x)$ 称为在 I 上的有界函数, 如不存在这样的正数 M , 则称 $f(x)$ 在 I 上无界.

例如, 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(1, +\infty)$ 内是有界的, 在 $(0, 1]$ 上却是无界的; 函数 $y = \sin x$ 在 R 上是有界函数.

2. 单调性

设区间 $I \subset D$, 若对 I 中任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上单调增加; 若对 I 中任意两点 x_1, x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上单调减少.

函数 $f(x)$ 在区间 I 上单调增加或单调减少统称 $f(x)$ 为区间 I 上的单调函数. 从几何直观上看, 区间 I 上单调增加(减少)的函数, 其图像自左向右是上升(下降)的.

3. 奇偶性

设 D 关于原点对称, 若对于任意 $x \in D$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数; 若对任意 $x \in D$, 都有 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数.

奇函数的图像关于坐标原点成中心对称, 偶函数的图像关于 y 轴成轴对称. 例如, 函数 $y = \cos x$ 在其定义域上是偶函数, 因为 $\cos(-x) = \cos x$; 函数 $y = \sin x$ 在其定义域上是奇函数, 因为 $\sin(-x) = -\sin x$; 函数 $y = x^2 - x$ 是非奇非偶函数.

4. 周期性

对于函数 $f(x)$, 若存在一个不为零的常数 L , 使得对于任意 $x \in D$, 有 $f(x+L) = f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为周期函数, L 为 $f(x)$ 的一个周期.

当周期函数存在最小正周期时, 通常所说的周期指的是最小正周期, 记作 T .

例如, 函数 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 是以 $T = 2\pi$ 为周期的周期函数; 函数 $y = \tan x$ 和 $y = \cot x$ 是以 $T = \pi$ 为周期的周期函数. 周期函数若以 $T(>0)$ 为周期, 则在每个长度为 T 的区间上函数的图像是相同的.

练习与思考 1.1

1. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \ln(x-2); \quad (2) y = \arcsin(5-x^2);$$

$$(3) y = \frac{x}{x^2-3x+2} + \sqrt{4-x}.$$

$$2. \text{ 设 } f(x) = x^2 + 1, \text{ 求 } f(1), f(x+1), f\left(\frac{1}{x}\right), \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

3. 下列各题中, 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

$$(1) f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2};$$

$$(2) f(x) = \lg x^2, g(x) = 2\lg x;$$

$$(3) f(x) = 1, g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x;$$

$$(4) f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x \cdot \sqrt[3]{x-1}.$$

$$4. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} x^3, & 0 \leq x \leq 1 \\ 3x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}, \text{ 求 } f(x) \text{ 的定义域以及 } f(0), f(1), f(2) \text{ 的值.}$$

5. 判断下列函数的奇偶性:

$$(1) 1 = 1 + x^2; \quad (2) y = x \cos x; \quad (3) y = e^{|x|};$$

$$(4) y = \sin(x+1); \quad (5) y = \frac{1}{a^x - 1} + \frac{1}{2}.$$

6. 判断下列函数在其定义域内的有界性:

$$(1) y = \sin \frac{1}{x}; \quad (2) y = \cos(2x+1); \quad (3) y = \frac{1}{x}.$$

7. 讨论下列函数的单调:

$$(1) y = x^3; \quad (2) y = \frac{1}{x}; \quad (3) y = \tan x.$$

8. 求下列函数的周期:

$$(1) y = \sin(2x+1); \quad (2) y = \tan 2x; \quad (3) y = \sin^2 x.$$

1.2 初等函数

初等函数是微积分研究的主要对象.

1.2.1 基本初等函数

我们把常见的 6 类函数, 即常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数

以及反三角函数,称为基本初等函数.

(1) 常数函数 $y=C$ (C 为常数).

(2) 幂函数 $y=x^a$ (a 为实数, $a \neq 0$).

常见的幂函数有: $y=x, y=x^2, y=x^3, y=\sqrt{x}, y=x^{\frac{1}{3}}, y=\frac{1}{x}$, 其图形如图 1.3 所示.

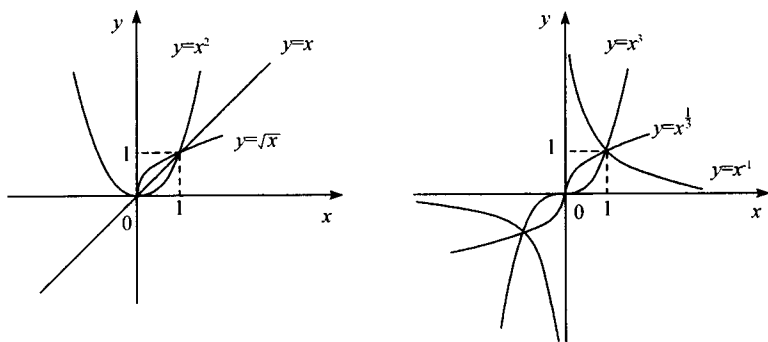


图 1.3

(3) 指数函数 $y=a^x$ ($a>0, a \neq 1, a$ 为常数), 如图 1.4 所示.

(4) 对数函数 $y=\log_a x$ ($a>0, a \neq 1, a$ 为常数), 如图 1.5 所示.

(5) 三角函数

$$y=\sin x, y=\cos x \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$y=\tan x, y=\sec x \quad (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z})$$

$$y=\cot x, y=\csc x \quad (x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

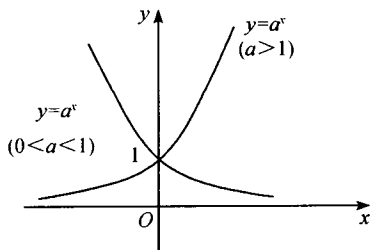


图 1.4

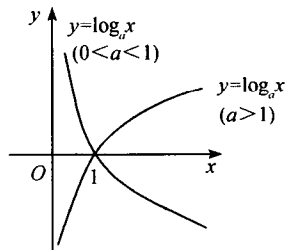


图 1.5

正弦、余弦、正切、余切函数的图形如图 1.6 和图 1.7 所示.

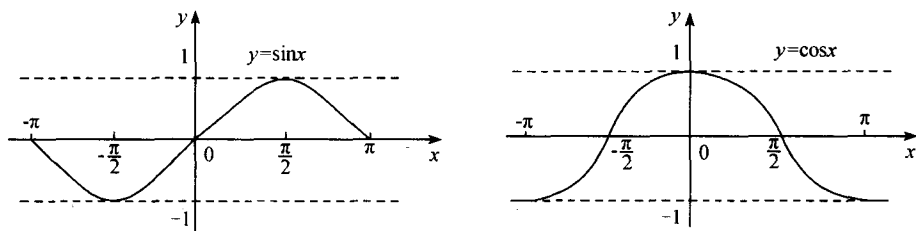


图 1.6

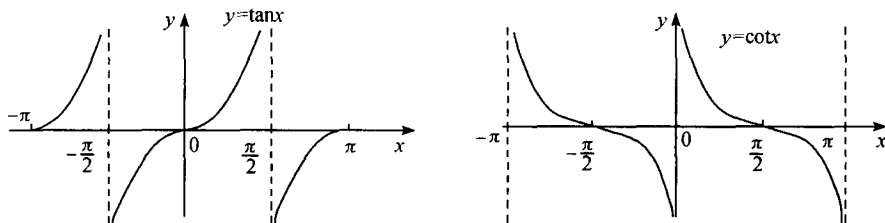


图 1.7

(6) 反三角函数

$$y = \arcsin x, y = \arccos x \quad (x \in [-1, 1])$$

$$y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x \quad (x \in \mathbb{R})$$

反三角函数的图形如图 1.8 所示.

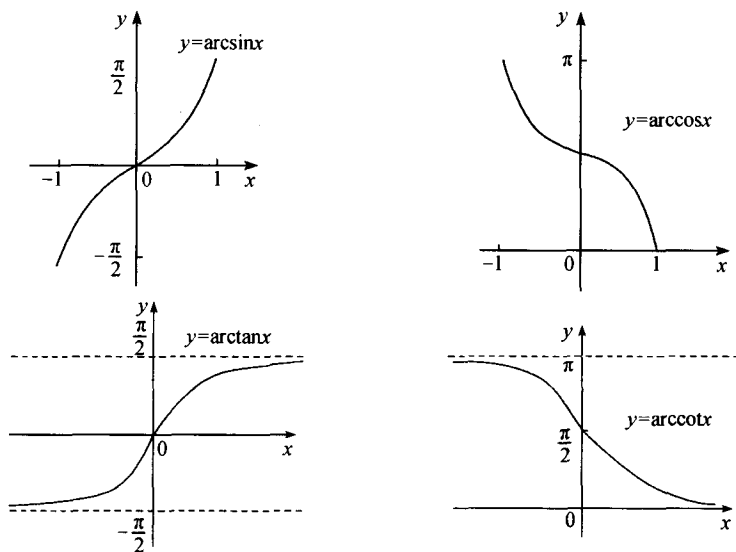


图 1.8

1.2.2 函数的运算

1. 四则运算

设函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 D 上有定义, 且 $g(x) \neq 0$, 则称 $f(x) + g(x)$ 、 $f(x) - g(x)$ 、 $f(x) \cdot g(x)$ 及 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 为由 $f(x)$ 和 $g(x)$ 经过四则运算所得的和函数、差函数、积函数以及商函数.

2. 复合运算

定义 1.2 设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_f , 函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 Z_φ , 若 $D_f \cap Z_\varphi \neq \emptyset$, 则称函数 $y = f[\varphi(x)]$ 是由函数 $y = f(u)$ 和 $u = \varphi(x)$ 复合而成的函数, u 称为中间变量.

例如, 设 $y = f(u) = u^2$, $u = \varphi(x) = 1 - x^2$, 则复合而成的函数为

$$y = f[\varphi(x)] = (1 - x^2)^2 \quad (-\infty < x < +\infty)$$

例 1.3 设函数 $f(x) = x^2$, $g(x) = \sin x$, 求 $f[g(x)]$, $g[f(x)]$.

解 $f[g(x)] = f(\sin x) = (\sin x)^2 = \sin^2 x$, $g[f(x)] = g(x^2) = \sin x^2$

当然, 不是任意两个函数都可以进行复合的.

例 1.4 函数 $y = \arcsin u$ 和 $u = 5 + x^2$ 能构成复合函数吗?

答 函数 $u = 5 + x^2$ 的值域 $Z_\varphi = [5, +\infty)$, 而 $y = \arcsin u$ 的定义域 $D_f = [-1, 1]$, 因为 $D_f \cap Z_\varphi = \emptyset$, 所以不可以复合.

例 1.5 分解下列复合函数:

$$(1) y = \ln \sin \sqrt{x^2 + 1}; \quad (2) y = \sin^2 \frac{x}{2}.$$

解 (1) 函数 $y = \ln \sin \sqrt{x^2 + 1}$ 是由 $y = \ln u$, $u = \sin v$, $v = \sqrt{t}$, $t = x^2 + 1$ 复合而成;

(2) 函数 $y = \sin^2 \frac{x}{2}$ 是由 $y = u^2$, $u = \sin v$, $v = \frac{x}{2}$ 复合而成.

1.2.3 初等函数

定义 1.3 由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合运算所构成的, 且能用一个解析式表示的函数叫做初等函数.

例如, $y = \frac{3x^3 \arctan x}{(e^x - 1)^2}$, $y = \frac{e^x - 1}{\sqrt{2x + 1}} + 5x \sin^2 x$ 都是初等函数, 分段函数一般不是初等函数.