

工程力学实验教程

陈巨兵 林卓英 余征跃 编著

上海交通大学出版社

TB12-33

5

2007

工程力学实验教程

陈巨兵 林卓英 余征跃 编著

上海交通大学出版社

内 容 提 要

为了适应高等学校教学改革和工程力学课程新体系建设需要,尤其是为了创建“全国基础力学实验教学示范中心”的要求,结合近年来工程力学实验教学改革,编写了这本《工程力学实验教程》教材。

本书内容主要包括以下四部分:一是理论力学实验;二是材料力学实验;三是流体力学实验;四是光测力学实验。此外,本书还分别介绍了电阻应变测试和光测力学基础,以及误差的基本概念等。

本书作为工程力学实验课程独立设课的使用教材,也可以供工程力学实验课程非独立设课教学使用。

图书在版编目(C I P)数据

工程力学实验教程/陈巨兵,林卓英,余征跃编著. —上海:上海交通大学出版社,2007

ISBN 978-7-313-04736-6

I. 工… II. ①陈…②林…③余… III. 工程力学—实验—高等学校—教材 IV. TB12-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第033463号

工程力学实验教程

陈巨兵 林卓英 余征跃 编著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路877号 邮政编码200030)

电话:64071208 出版人:韩建民

上海崇明南海印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:10 字数:244千字

2007年5月第1版 2007年5月第1次印刷

印数:1-3050

ISBN978-7-313-04736-6/TB·082 定价:14.00元

版权所有 侵权必究

前 言

近几年来,为了提高本科生的实验技能和工程实践能力,全面推进素质教育,同时为了推进工程力学实验教学的改革,并结合创建“基础力学实验教学示范中心”工作,工程力学实验课程体系建设,无论是独立设课,还是非独立设课都是十分必要的。为了满足不同学科不同专业,不同层次本科生对工程力学实验的要求,我们在总结三年试用教材的基础上,并且吸收了其他部分院校工程力学实验的经验、成果,在教材的编排上进行了调整,内容上包含了理论力学、材料力学、流体力学和光测力学实验。

该书第1、2和第3章主要简述了误差的概念、电阻应变测试技术基础和光测力学基础,是工程力学实验预备知识部分。第4章是理论力学实验,第5章是材料力学实验,第6章是流体力学实验,第7章是光测力学实验。各个章节相对独立,主要是为了满足不同层次和专业对本课程的要求,按照模块化的思路设计本教材的体系。

为了能使本科生对力学学科尤其是近代力学实验技术全面了解,加深学生对工程力学的基本概念、基本理论和基本测试方法的理解,拓宽学生的知识面,书中增加了实验力学先进的实验方法介绍,如理论力学实验中的“基于非惯性系的综合实验”、流体力学实验中光测力学实验中的云纹干涉技术、电子散斑干涉技术等实验。

本书可作为普通高等学校工科相关各专业的工程力学实验教学用书,也可以作为工程技术人员实验参考书。

本书由上海交通大学工程力学系陈巨兵、林卓英、余征跃主编,材料力学实验由陈巨兵、林卓英、沈勇、潘振民、孙峰等参与编写。理论力学实验由余征跃、李刚常等参与编写,流体力学实验由俞忠、杨英强等参与编写。

由于我们的水平有限,以及编写时间的仓促,本书的缺点错误在所难免,敬请读者批评、指正。

编者

2006年12月15日

目 录

第 1 章 实验误差分析和数据处理	1
1.1 误差的概念	1
1.2 误差的分类	1
1.3 测量精度	5
1.4 实验数据处理	5
第 2 章 电阻应变测试基础	8
2.1 应变电阻效应	8
2.2 电阻应变片的构造和使用	9
2.3 电阻应变片的主要工作特性	10
2.4 电阻应变片的测量电路	14
第 3 章 光测力学基础	17
3.1 光波的叠加	17
3.2 平面光弹性的基本原理	18
3.3 平面正交偏振光场装置——等倾线和等差线	19
3.4 圆偏振光装置——消除等倾线	21
3.5 非整数条纹级数的确定	23
3.6 应力计算	24
第 4 章 理论力学实验	27
4.1 单自由度系统自由振动	27
4.2 单自由度系统强迫振动	32
4.3 隔振系数测定	37
4.4 连杆质心与转动惯量的测定	40
4.5 动力学综合演示	43
4.6 基于非惯性系的综合实验	52
4.7 单圆盘转子的临界转速测定实验	58
第 5 章 材料力学实验	63
5.1 拉伸	63
5.2 扭转	67
5.3 低碳钢剪切弹性模量 G 的测定	70

5.4	冲击	71
5.5	金属疲劳	73
5.6	弹性模量 E 和泊松比 μ 的测定	78
5.7	偏心拉伸	79
5.8	弯曲	81
5.9	薄壁圆筒弯扭组合应力	83
5.10	薄壁构件拉伸	87
5.11	压杆稳定	90
5.12	冲击载荷系数测定	92
5.13	单层复合材料弹性常数的测定	95
5.14	不同截面结构的扭转	97
第 6 章	流体力学实验	100
6.1	流体静压强测定	100
6.2	流体黏性效应显示	101
6.3	流体的相对平衡	103
6.4	烟风洞流谱显示	105
6.5	流体流动状态判别	106
6.6	沿总流的能量方程	108
6.7	毕托管测速	111
6.8	流体动量方程	113
6.9	直管沿程水头损失测定	115
6.10	机翼表面压强分布测定	118
6.11	激光多普勒测速	123
6.12	平面狭缝流动流场显示	125
6.13	圆柱绕流阻力	126
6.14	平板边界层测试	130
6.15	热线热膜风速计探针的校准	133
6.16	曲面边界层测速	135
6.17	潜艇尾部伴流场测量	136
第 7 章	光测力学实验	140
7.1	光弹性基本实验——材料条纹值测定	140
7.2	云纹干涉技术	142
7.3	电子散斑干涉术(ESPI)测量物体离面位移	148
7.4	激光全息干涉	150

第1章 实验误差分析和数据处理

1.1 误差的概念

用实验方法对材料的力学性能进行研究,或者对结构进行应力分析时,都必须定量地测量一定的几何量和物理量,例如长度、力、压力等等。通过测量得到的数值,一般与真值总是存在差异,该差异称为误差。实验中的误差是很难完全避免的,但随着测试手段精密程度的改进和测量者技术水平的提高,以及测量环境的改善,可以减少误差,或者减少误差的影响,提高实验准确程度。介绍误差分析和数据处理的目的,就是为了提高学生排除或减少误差的能力,掌握正确处理实验数据,使测量值更接近真值。设误差为 Δ ,它与测量值 x 、真值 x_0 的关系为

$$\Delta = x - x_0 \quad (1-1)$$

为了计算出误差,必须知道真值。真值是客观存在的实际值。严格地说,真值是某一时刻和某一位置或状态下测量对象的某一物理量的实际值(如某材料在某温度下的电阻值,某构件上某一点在某瞬时的应力等等),是与时间、地点、条件有关的。有时真值可以用理论公式表达,如三角形的内角和为 180° ;有些真值是经国际计量大会规定的(叫约定真值),如1米长就规定为氪86原子在真空中的波长的1650763.73倍等。但这种真值一般是接触不到的,人们通常能接触到的除理论真值外就是相对真值:高一标准器的误差为低一级标准器(或普通仪器)误差的 $1/5$ (或 $1/3 \sim 1/20$)时,前者可认为是后者的相对真值。例如三级测力计,可以作为校准试验机载荷精度的相对真值,通过比较测力计和试验机刻度盘读数,可得到试验机刻度盘示值的修正值或误差。所以通常误差是测量值与理论真值或相对真值相比得到的。但还有大量情况,真值是未知数,如某工程结构承受的载荷,或某材料试件被拉断时的载荷等,只能根据测量仪器的精度去估算可能产生的误差。

误差的大小,通常用绝对误差或相对误差来描述。绝对误差反映了测量值对于真值的偏差大小。但绝对误差往往不能反映测量的可信程度,例如对于量程分别为100 kN和1 kN的两台试验机,如果满量程测量的绝对误差都是0.1 kN,它们的可信程度显然不同,而绝对误差并不能反映这种差别。所以工程上一般采用相对误差,即绝对误差 Δ 与真值 x_0 之比:

$$\delta = \frac{x - x_0}{x_0} \times 100\% \quad (1-2)$$

来说明测量值的准确度和可信程度。这样,量程为100 kN的试验机,最大测量误差为0.1 kN时,满量程的相对误差为0.1%;而对量程为1 kN的试验机,满量程的相对误差则为10%。可见0.1 kN的绝对误差对100 kN的试验机是很小的;而对1 kN的试验机则是不允许的。

1.2 误差的分类

误差的分类方法很多,按其产生原因和性质的不同,可以分为系统误差、偶然误差和过失

误差三种。

1.2.1 系统误差

系统误差是按某一确定规律变化的误差。即在同一条件下进行多次测量时,绝对值和符号均保持不变的误差,或条件改变时,按某一规律改变的误差。如试件安装不正确(偏心),仪器磨损和油污引起的灵敏度下降,测量者读数习惯不正确等所造成的误差,都属于系统误差。这类误差,如果能找到产生误差的原因或误差的变化规律,是不难加以消除或修正的。例如,试件安装时偏心对纵向变形测量带来的误差,可以用对称安装两个引伸仪,取其读数平均值的方法加以消除;又如增量法可以消除初始读数或调零不准造成的误差。如果能确定系统误差的大小和方向,则可以用修正的办法找真值,即

$$\text{真值} = \text{测量值} - \text{修正值}$$

产生系统误差的原因通常有以下几种:

方法误差:测量方法的设计不能完全符合所依据的理论、原理或者是由于理论本身不够完善所导致的误差;

仪器误差:测量所使用的仪器、设备不够完善(包括仪器没有经过正确校准)而产生的误差;

安装误差:测量系统布置(布局)不合理、安装不正确以及调整不当而造成的误差;

环境误差:环境因素(温度、湿度、电磁场等)的作用而形成的误差;

人身误差:测量人员的生理特点、心理状态以及个人习惯引起的误差。

1.2.2 随机误差

随机误差是指在条件不变情况下多次测量时,误差的绝对值和符号变化没有确定规律的误差,例如刻度盘刻线不够均匀一致,读数时对估计读数有时偏大有时偏小,测量环境受到偶然性的干扰等等,这些都会引起偶然误差。通常所说的实验误差,实际上多指偶然误差。偶然误差难以排除,但可以用改进测量方法和数据处理方法,减少对测量结果的影响。例如用多次测量取平均值配合增量法,可以使偶然误差相互抵消一部分,得到最佳值,以及根据随机误差的分布规律,估算标准偏差等。

1. 分布规律

大量实验结果表明随机误差大多数服从正态分布的。正态分布的概率密度函数

$$P(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-3)$$

式中: δ ——随机误差;

σ ——随机误差的标准偏差;

e ——自然对数的底。

随机误差的概率分布曲线如图1-1所示。它具有以下规律:

- ① 对称性:绝对值相等的正、负误差出现的概率相同。
- ② 单峰性:绝对值小的误差出现的概率大。
- ③ 有界性:绝对值很大的误差出现的概率接近于0,即绝对值不会超过某一界限。
- ④ 抵偿性:当实验测量次数趋近于无穷多时,所以误差的代数和趋于0。

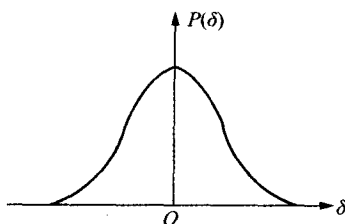
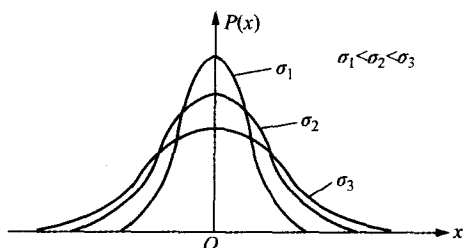


图 1-1 随机误差的概率分布

图 1-2 σ 值对概率分布的影响

2. 最佳值——算术平均值

采用不同的方法计算平均值时所得到的误差值也不同,误差出现的概率亦不同。若选取的方法得当,则可以使误差最小,而概率最大,由此计算的平均值是最佳值。若每次测量的误差

$$\Delta_i = x_i - x_0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (1-4)$$

其算术平均值

$$\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - x_0 = \bar{x} - x_0 \quad (1-5)$$

根据随机误差的抵偿性可知: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i}{n} = 0$, 故 $\bar{x} = x_0$, 即算术平均值趋于真值, 是最佳值。

实际上测量次数是有限的, 只能得到估计值:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-6)$$

3. 标准偏差

单次测量的标准偏差 σ 定义为无穷多次测量时, 各个误差均方根的极限。把各个误差的平方累加、取其平均, 称为方差, 用 σ^2 表示:

$$\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n} \quad (1-7)$$

标准偏差:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} \quad (1-8)$$

对于有限次数的测量, 因为各个偏差代数和为 0, 即 $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$, 所以 n 个偏差中只有 $n-1$ 个是独立的。因此标准偏差可写成:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-9)$$

标准偏差不是具体的误差值,它的大小只是说明在一定条件下等精度测量的每个测量值对其算术平均值的分散程度。如果 σ 的值愈小,则说明每次测量值对其算术平均值的分散度就愈小,测量的精度就高,反之则精度就低。

4. 测量值的置信区间和置信概率

用算术平均值作为期望的估计值,可以求出表征其分散程度的标准偏差,但这还不够,还需要知道真值落在某个数值区间的可能性是多少。这就是数理统计中的区间估计问题。该数值区间称为**置信区间**,其界限称为**置信限**;该置信区间包含真值的概率称为**置信概率**,也称**置信水平**。置信限和置信概率合起来说明了测量结果的可靠程度,称为**置信度**。显然,对于同一测量结果,置信限愈宽,置信概率就愈大;反之就愈小。

由于误差 δ 在某个区间出现的概率与其标准偏差 σ 的大小密切相关,故一般把置信取为 σ 的若干倍,即

$$\Delta = \pm k\sigma \quad (1-10)$$

则测量误差落在某个区间的概率为

$$P(\delta) = \int_{-k\sigma}^{k\sigma} P(\sigma) \quad (1-11)$$

当 k 值确定后,则置信概率就可定。

对于正态分布,当 $k=1,2,3$ 时,对应的概率分别为 $P(\delta)=0.683,0.954,0.997$,即误差大于 $\pm 3\sigma$ 的可能性为0.3%。而对于几十次的测量可以认为绝对值大于 3σ 的误差是不可能出现的。所以可以用 3σ 来判断单次测量值的误差是否属于随机误差。如果某误差大于 3σ ,则可认为该测量值是不正常的,应该剔除。

由于一般的测量可能只有几十次,甚至几次,此时测量值不符合正态分布,若仍然用 2σ 和 3σ 作为误差限很可能对误差范围估计不足。

1.2.3 过失误差

过失误差是由于测量人员的技术性失误或非技术性原因造成的误差。例如测错、读错、记错、实验条件未达到预期要求(如温度、真空度未达到要求)等。这些由于疏忽大意、操作不当或设备出了故障引起明显不合理的测量值,通常可以从结果中加以剔除。但必须慎重地判明确属过失误差,才能将之剔除。这类误差一般是无规则的,但由于是来自人为的错误,因此是可以通过认真细致的测量操作来加以避免的。

1.2.4 误差的传递

实际测量中,有些物理量能够直接测量获得,如长度、时间、质量等。有些物理量是不能直接测量得到,而是需要通过测量其他物理量,再通过相应的公式计算得到,如材料的弹性模量 $E = \frac{Fl}{A\Delta l}$ 。要测定 E ,就需要首先测量出载荷 F ,长度 l , Δl 和截面积 A 。在测量这些物理量时本身就有误差,这些误差必将对 E 的测量结果产生影响。如何确定这些误差的影响?这就是误差的传递问题。

设 $y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$,其中 y 是间接测量值, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是直接测量值。若以 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ 分别表示测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的误差,由泰勒级数展开得到误差为

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (1-12)$$

相对误差为

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\Delta x_1}{\Delta y} + \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\Delta x_2}{\Delta y} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \frac{\Delta x_n}{\Delta y} \quad (1-13)$$

式中: $\frac{\partial f}{\partial x_1}$ —— 误差传递系数。

1.3 测量精度

精度是表示测量结果与真值的接近程度,它反映了系统误差和随机误差对测量结果的综合影响程度。无论是材料的力学性能实验,还是应变测试实验中所测得的数据,都是近似值,因为测量所用的砝码、力传感器、引伸计和应变仪等,本身的精度是有限的,测量得到的数据都不是绝对精确。例如某实验有3%的误差,即指其不准确度不会超出3%。又如,某100 kN试验机的精度为 $\pm 0.5\%$,是包含有两种要求:一是要求此试验机每一读数的随机误差(偶然误差)为 $\pm 0.5\%$;如示值为50 kN时,其相对真值在: $50\,000(1 \pm 0.5\%) = 49\,750 \sim 50\,250$ N之间,绝对误差为 ± 250 N;而当示值为1 000 N时,其相对真值在: $1\,000(1 \pm 0.5\%) = (995 \sim 1005)$ N之间,绝对误差为 ± 5 N。二是要求最大误差不超过满量程的 $\pm 0.5\%$,即(0~100) kN量程,其最大误差绝对值: $< 100\,000 \times 0.5\% = 500$ N。

在设计实验时,应根据实验要求,选择有足够精密度的仪器、设备,并选择合适的量程(最好使用满量程的50%~80%范围),以最好地利用其精密度;在实验中,正确地使用、操作和读数,才能得到尽可能好的精确度。

1.4 实验数据处理

数据处理是指从获得数据开始到得出最后结论的整个加工过程,包括数据记录、整理、计算、分析和绘制图表等。通过数据处理可以确定输入、输出量之间的关系,从而揭示事物的本质及事物之间的内在联系。

1.4.1 列表法

对一个物理量进行多次测量或研究几个量之间的关系时,往往借助于列表法把实验数据列成表格。其优点是,使大量数据表达清晰醒目,条理化,易于检查数据和发现问题,避免差错,同时有助于反映出物理量之间的对应关系。

列表没有统一的格式,但所设计的表格要能充分反映上述优点,应注意以下几点:

- ① 各栏目均应注明所记录的物理量的名称和单位。
- ② 栏目的顺序应充分注意数据间的联系和计算顺序,力求简明、齐全、有条理。
- ③ 表中的原始测量数据应正确反映有效数字,数据不应随便涂改,确实要修改数据时,应将原来数据画条杠以备随时查核。
- ④ 对于函数关系的数据表格,应按自变量由小到大或由大到小的顺序排列,以便于判断和处理。

1.4.2 经验公式法

在实验和工程技术中经常用公式来表示所有的测量数据。把全部数据用一个公式来代替,不仅简明扼要,而且可以对公式进行必要的数学运算,便于研究自变量与函数之间的关系,确立被测量的变化规律。

要建立一个能够正确表达测量数据的公式是不容易的,它很大程度上取决于测量人员的理论知识、经验和判断力,同时需要很多次大量的试验,才可能得到与测量数据接近的公式。建立经验公式的步骤主要有:

- ① 以自变量作为横坐标,对应测量值作为纵坐标,把测量数据点描绘成测量曲线。
- ② 分析测量曲线,初步确定公式的基本形式。
- ③ 确定经验公式中的常数。
- ④ 检验公式的准确性。

(1) 如果测量曲线基本是直线,即两个变量之间是线性关系,可以采用线性拟合方法得到对应的经验公式。最常见的拟合方法是最小二乘法。

最小二乘法的基本原理是求残差平方和最小的情况下的最佳直线。若令拟合直线方程

$$y = a + bx \quad (1-14)$$

而测量数据 y_i 与该拟合直线上对应的理想值 $\hat{y}_i$ 间的残差

$$v_i = y_i - \hat{y}_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (1-15)$$

按照最小二乘法法则,应该使 $\sum_{i=1}^n v_i^2$ 最小,于是分别求 $\frac{\partial v}{\partial a} = 0$ 和 $\frac{\partial v}{\partial b} = 0$,即可解出 a 和 b 的值。

$$\text{令} \quad v = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$$

$$\text{则} \quad \frac{\partial v}{\partial a} = \sum_{i=1}^n (-2y_i + 2bx_i + 2a) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n y_i - na - b \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial b} = \sum_{i=1}^n (-2y_i + 2a + 2bx_i)x_i = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i y_i - a \sum_{i=1}^n x_i - b \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (1-16)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (1-17)$$

(2) 如果根据测量数据描绘的是曲线,则要根据曲线的特点和已有数学曲线,判断曲线属于哪种类型。若无法判断是哪一类曲线,则可以按多项式回归处理。

对于某些确定曲线,可以先将该曲线变换为直线方程,然后按一元回归方法处理就方便了。

1.4.3 直线拟合的相关系数检验

为了检查通过一元回归得到的拟合直线是否符合实际情况,常用相关系数 r 来描述两个

变量 x, y 之间线性关系的密切程度,即

$$r = \frac{L_{xy}}{\sqrt{L_{xx}L_{yy}}} = \frac{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{(x - \bar{x})^2} \sqrt{(y - \bar{y})^2}} \quad (1-18)$$

式中: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ 。

当 $0 < |r| < 1$ 时, x 与 y 之间存在线性关系。当 $|r| \rightarrow 1$ 时, x 与 y 之间关系密切; 当 $|r| \rightarrow 0$ 时, x 与 y 之间不存在线性关系, 必须进行相关系数检查。

具体检查步骤如下:

① 按公式(1-18)计算相关系数 r 。

② 给定显著水平 α , 按 $n-2$ 数值查表 1-1, 查出相应的临界值 r_α 。

表 1-1 相关系数显著性检验

$n-2 \backslash \alpha$	0.05	0.01	$n-2 \backslash \alpha$	0.05	0.01
1	0.997	1.000	21	0.413	0.526
2	0.950	0.990	22	0.404	0.515
3	0.878	0.959	23	0.396	0.505
4	0.811	0.917	24	0.388	0.496
5	0.754	0.874	25	0.381	0.487
6	0.707	0.834	26	0.374	0.478
7	0.666	0.798	27	0.367	0.470
8	0.632	0.765	28	0.361	0.463
9	0.602	0.735	29	0.355	0.456
10	0.576	0.708	30	0.349	0.449
11	0.553	0.684	35	0.325	0.418
12	0.532	0.661	40	0.304	0.393
13	0.514	0.641	45	0.288	0.372
14	0.497	0.623	50	0.273	0.354
15	0.482	0.606	50	0.250	0.325
16	0.468	0.590	70	0.232	0.302
17	0.456	0.575	80	0.217	0.283
18	0.444	0.561	90	0.205	0.267
19	0.433	0.549	100	0.195	0.254
20	0.423	0.537	200	0.138	0.181

③ 比较 $|r|$ 与 r_α 的大小。如果 $|r| < r_\alpha$, 则 x 与 y 之间不存在线性关系, r 在显著水平 α 是不显著的, 即用直线表述 x 与 y 之间的关系是不合理的。

第2章 电阻应变测试基础

电阻应变测量是将应变转换成电信号进行测量的方法,简称电测法。电测法的基本原理是:将电阻应变片粘贴在被测构件的表面,当构件发生变形时,应变片随着构件一起变形,应变片的电阻值将发生相应的变化,通过电阻应变测量仪器(简称电阻应变仪),可测量出应变片中电阻值的变化,并换算成应变值,或输出与应变成正比的模拟电信号(电压或电流),用记录仪记录下来,也可用计算机按预定的要求进行数据处理,得到所需要的应变或应力值。

电测法具有灵敏度高的特点,应变片体积小且可在高(低)温、高压等特殊环境下使用,测量过程中的输出量为电信号,便于实现自动化和数字化,并能进行远距离测量及无线遥测。

2.1 应变电阻效应

电阻应变片的工作原理是基于它的应变效应,即在导体产生机械变形时,其电阻值相应地发生变化。金属导体的应变效应以相对灵敏度系数 K 来描述, K 值为金属导体的电阻相对变化率与金属导体长度相对变化率的比值来表示:

$$K = \frac{\epsilon_R}{\epsilon} = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} \quad (2-1)$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta R}{R} = K\epsilon$$

由欧姆定律知,对于长度为 l ,导线的电阻值

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad (2-2)$$

对于液体材料(水银),在变形过程中体积是不变的,其电阻值

$$R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{l^2}{V} \quad (2-3)$$

对式(2-2)两边取对数,再微分得

$$\ln R = \ln \rho + \ln l - \ln A$$
$$\Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A} \quad (2-4)$$

对圆截面的导线, $\frac{dA}{A} = 2 \frac{dr}{r}$ 。由材料力学知: $\frac{dr}{r} = -\mu \frac{dl}{l}$ 。而电阻率的相对变化率是体积 V 变化的函数: $\frac{d\rho}{\rho} = c \frac{dV}{V} = c(1-2\mu) \frac{dl}{l}$, c 为决定于金属导体晶格结构的比例系数,对常见的金属和合金来说, $c = -12 \sim +6$ 。因此

$$\frac{dR}{R} = c(1-2\mu) \frac{dl}{l} + \frac{dl}{l} + 2\mu \frac{dl}{l} \quad (2-5)$$

所以金属丝的应变灵敏度系数

$$K = 1 + 2\mu + c(1-2\mu) \quad (2-6)$$

即金属丝电阻的相对变化与金属丝伸长或缩短之间存在比例关系,式中比例关系 K , 对于一种金属材料在一定应变范围内是一常数。也称之为金属丝的**灵敏系数**, 它的物理意义是单位应变引起的电阻相对变化。

2.2 电阻应变片的构造和使用

电阻应变片的构造很简单, 把一根很细的具有高电阻率的金属丝在制片机上按图2-1所示的那样排绕后, 用胶水粘结在两片薄纸之间, 再焊上较粗的引出线, 成为早期常用的丝绕式应变片。应变片一般由敏感栅(即金属丝)、粘结剂、基底、引出线和覆盖层五部分组成。若将应变片粘贴在被测构件的表面, 当金属丝随构件一起变形时, 其电阻值也随之变化。

常用的应变片有: 丝绕式应变片(图2-1)、短接线式应变片和箔式应变片(图2-2)等。它们均属于单轴式应变片, 即一个基底上只有一个敏感栅, 用于测量沿栅轴方向的应变。在同一基底上按一定角度布置了几个敏感栅, 可测量同一点沿几个敏感栅栅轴方向的应变, 因而称为多轴应变片, 俗称应变花。如图2-3所示, 应变花主要用于测量平面应力状态下一点的主应变和主方向。

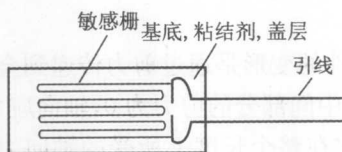


图 2-1 应变片的构造

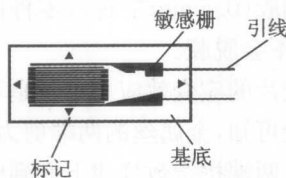
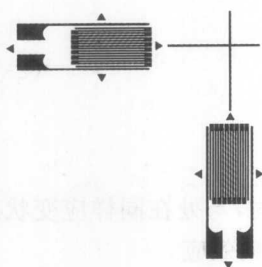
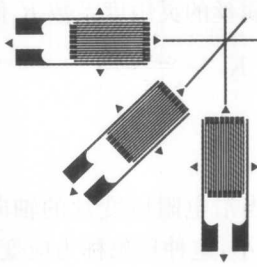


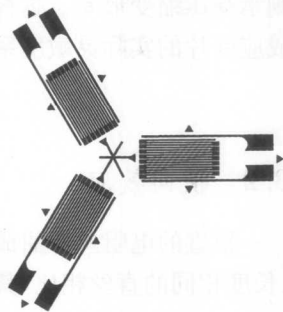
图 2-2 箔式应变片



(a) 直角片



(b) 直角应变花



(c) 120°应变花

图 2-3 多轴应变片

当将应变片安装在处于单向应力状态的试件表面, 并使敏感栅的栅轴方向与应力方向一致时, 由式(2-1)可知, 应变片电阻值的变化率 $\Delta R/R$ 与敏感栅栅轴方向的应变 ϵ_i 成正比。

应变片的灵敏系数一般由制造厂家通过实验测定, 这一步骤称为应变片的标定。在实际应用时, 可根据需要选用不同灵敏系数的应变片。

常温应变片通常采用粘结剂粘贴在构件的表面。粘贴应变片是测量准备工作中最重要的一个环节。在测量中, 构件表面的变形通过粘结层传递给应变片。显然, 只有粘结层均匀、牢固、不产生蠕滑, 才能保证应变片如实地再现构件表面的变形。应变片的粘贴由手工操作, 一般按如下步骤进行:

- ① 检查、分选应变片。
- ② 处理构件的测点表面。
- ③ 粘贴应变片。
- ④ 加热烘干、固化。
- ⑤ 检查应变片的电阻值,测量绝缘电阻。
- ⑥ 引出导线。

实际测量中,应变片可能处于多种环境中,有时需要对粘贴好的应变片采取相应的防护措施,以保证其安全可靠。一般在应变片粘贴完成后,根据需要可用石蜡、硅胶、环氧树脂等对应变片的表面进行涂覆保护。

2.3 电阻应变片的主要工作特性

2.3.1 灵敏度系数

应变片一般制成丝栅状,测量应变时,将应变片粘贴在零件的表面上。丝和零件表面只隔一层很薄的胶(0.5 mm左右),零件的变形很容易传到金属丝上。同时应保证零件承受载荷时,应变片不会脱胶。

但应变片的应变效应与单丝是不同的,原因有:a. 零件的变形是通过剪力传递到金属丝上的。由实验可知,金属丝的两端剪力最大,轴向应力为0;中间部分的剪力为0,轴向应力最大。轴向应力从两端按指数规律上升到中间达到最大,因此它在整个长度上所受的轴向力是不均匀的,相当于一部分金属丝没有参加工作;b. 当沿长度承受拉伸变形 ϵ_x 时,在应变片的弯角部分则承受压缩变形 ϵ_y 。这样应变片直线部分电阻增加,弯角部分的电阻减少。以上两种因素造成应变片的实际灵敏度系数 K_0 比金属丝的灵敏度系数 K 低。

$$K_0 = \frac{\Delta R/R}{\epsilon_x} \quad (2-7)$$

2.3.2 横向效应

一根直的电阻丝弯曲成丝栅状后,当沿电阻应变片的轴向拉伸时,与处在同样应变状态下、长度相同的直丝相比,其阻值变化较小,这种现象称为应变片的横向效应。

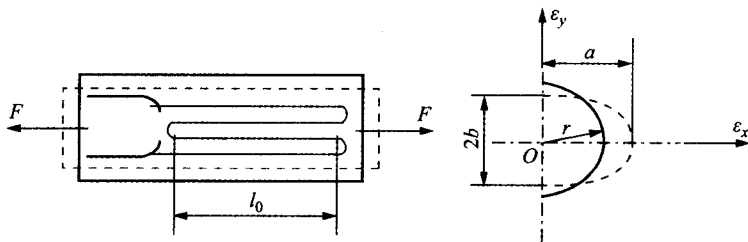


图 2-4 电阻应变片的横向效应

当应变片粘贴在构件上时,其丝栅与构件一起变形。若应变片沿轴向承受纵向应变 ϵ_x ,其横向应变 $\epsilon_y = -\mu\epsilon_x$ 。假设弯角是半径为 r 的圆,变形后可以近似为椭圆。

设椭圆的长半轴为 $a=r+r\epsilon_x$, 那么短半轴为 $b=r-\mu r\epsilon_x$, 则椭圆的半周长为

$$\begin{aligned}\frac{l}{2} &= \frac{\pi}{2} \left[\frac{3}{2}(a+b) - \sqrt{ab} \right] \\ &= \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{3r}{2}[2+\epsilon_x(1-\mu)] - r\sqrt{(1+\epsilon_x)(1-\mu\epsilon_x)} \right\}\end{aligned}\quad (2-8)$$

当 ϵ_x 很小时, $\sqrt{(1+\epsilon_x)(1-\mu\epsilon_x)} = \sqrt{1+\epsilon_x-\mu\epsilon_x-\mu\epsilon_x^2} \approx \sqrt{1+\epsilon_x(1-\mu)} \approx 1 + \frac{1}{2}(1-\mu)\epsilon_x$

所以

$$\begin{aligned}\frac{l}{2} &= \frac{\pi r}{2} \left\{ \frac{3}{2}[2+\epsilon_x(1-\mu)] - \left[1 + \frac{1}{2}(1-\mu)\epsilon_x \right] \right\} \\ &= \pi r \left(1 + \frac{1-\mu}{2}\epsilon_x \right)\end{aligned}\quad (2-9)$$

弯角部分的绝对伸长量为

$$\frac{l}{2} - \pi r = \frac{1-\mu}{2}\pi r\epsilon_x \quad (2-10)$$

弯角部分的相对变形为

$$\epsilon = \frac{\frac{l}{2} - \pi r}{\pi r} = \frac{1-\mu}{2}\epsilon_x \quad (2-11)$$

直线部分的电阻变化, 可由 $\frac{\Delta R_1}{R_1} = K\epsilon_x$ 求得:

$$\Delta R_1 = nl_0 m K \epsilon_x \quad (2-12)$$

弯角部分的电阻变化, 可由 $\frac{\Delta R_2}{R_2} = K\epsilon$ 求得:

$$\Delta R_2 = (n-1)\pi r m K \frac{1-\mu}{2}\epsilon_x \quad (2-13)$$

式中: n ——沿 X 方向直线部分丝栅的数目;

m ——电阻丝单位长度上的阻值。

所以电阻应变片阻值的相对变化为

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R}{R} &= \frac{\Delta R_1 + \Delta R_2}{R_1 + R_2} \\ &= K \left[\frac{nl_0 + (n-1)\frac{\pi r}{2}}{nl_0 + (n-1)\pi r} \right] \epsilon_x + K \left[\frac{(n-1)\frac{\pi r}{2}}{nl_0 + (n-1)\pi r} \right] \epsilon_y \\ &= K_x \epsilon_x + K_y \epsilon_y \\ &= K_x (\epsilon_x + H \epsilon_y)\end{aligned}\quad (2-14)$$

其中

$$H = \frac{K_y}{K_x} = \frac{(n-1)\frac{\pi r}{2}}{nl_0 + (n-1)\frac{\pi r}{2}} \quad (2-15)$$

H 称为横向效应系数。

若只考虑一根纵向直丝和一个弯角组成的应变片, 则