



读考研书 找人大社

# 2008年考研 数学 经典冲刺5套卷(数学四)

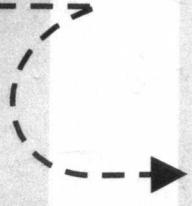
主编 黄先开 曹显兵

● 权威名师精选精编 ● 最后模拟冲刺必备

紧扣大纲要求 设计科学合理  
难易程度适当 题目全部精解



中国人民大学出版社



# 2008 年考研数学 经典冲刺 5 套卷

## (数学四)

► 主 编 黄先开 曹显兵

正版查询及服务程序



←刮开涂层



←获取 20 位数字编码



←上 www.1kao.net 注册



←登录增值服务进免费课堂



 中国人民大学出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

2008 年考研数学经典冲刺 5 套卷·数学·4/黄先开, 曹显兵主编

北京: 中国人民大学出版社, 2007

ISBN 978-7-300-08714-6

I. 2...

II. ①黄…②曹…

III. 高等数学-研究生-入学考试-习题

IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 172483 号

## 2008 年考研数学经典冲刺 5 套卷 (数学四)

主编 黄先开 曹显兵

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511398 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.1kao.net>(中国 1 考网)

经 销 新华书店

印 刷 中煤涿州制图印刷厂

规 格 185 mm×260 mm 16 开本

版 次 2007 年 11 月第 1 版

印 张 5.25

印 次 2007 年 11 月第 1 次印刷

字 数 113 000

定 价 10.00 元

# 目 录

全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷一	(1)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷二	(7)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷三	(13)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷四	(19)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷五	(25)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷一参考答案	(31)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷二参考答案	(40)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷三参考答案	(49)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷四参考答案	(58)
全国硕士研究生入学统一考试数学四	经典冲刺试卷五参考答案	(68)

绝密 ★ 启用前

# 全国硕士研究生入学统一考试

## 数学四    经典冲刺试卷一

**考生注意:**(1) 本试卷共 23 道题, 满分 150 分.

(2) 根据国家标准, 试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用  $\tan x$ 、 $\cot x$ 、 $\arctan x$  和  $\operatorname{arccot} x$  表示.

得分	评卷人

**一、选择题:** 1 ~ 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内.

- (1) 设函数  $f(x)$  和  $g(x)$  在  $x = 0$  处连续, 若  $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{\sin x}, & x \neq 0, \\ 2, & x = 0, \end{cases}$ , 则
- (A)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$  且  $g'(0)$  不存在.      (B)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$  且  $g'(0) = 0$ .
- (C)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$  且  $g'(0) = 1$ .      (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$  且  $g'(0) = 2$ . 【 】
- (2) 设函数  $f(x)$  和  $g(x)$  有任意阶导数, 且满足  $f''(x) + f'(x)g(x) + f(x)x = e^x - 1$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 0$ , 则
- (A)  $f(0) = 1$  为  $f(x)$  的极小值.      (B)  $f(0) = 1$  为  $f(x)$  的极大值.
- (C) 点  $(0, 1)$  为曲线  $y = f(x)$  的拐点.      (D) 由  $g(x)$  才能确定极值或拐点. 【 】
- (3) 设  $F(x) = \int_a^b f(y) |x - y| dy$ ,  $a \leq x \leq b$ ,  $f(y)$  在  $[a, b]$  上连续, 则  $F''(x)$  等于
- (A)  $f(x)$ .      (B)  $2f(x)$ .
- (C)  $x[f(b) - f(a)]$ .      (D)  $x[f(a) + f(b)]$ . 【 】
- (4) 设  $f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  附近有定义, 且  $f'_x(x_0, y_0)$ ,  $f'_y(x_0, y_0)$ ,  $f''_{xx}(x_0, y_0)$ ,  $f''_{yy}(x_0, y_0)$  均存在, 则以下命题: ①  $f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  处极限存在; ②  $f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  处连续; ③  $f(x, y)$  在  $(x_0, y_0)$  处可微, 成立的个数有
- (A) 1 个.      (B) 2 个.      (C) 3 个.      (D) 0 个. 【 】
- (5) 设  $A$  是  $m \times n$  矩阵,  $B$  是  $n \times s$  矩阵, 则方程组  $Bx = \mathbf{0}$  与  $ABx = \mathbf{0}$  同解的充分条件是
- (A)  $r(A) = n$ .      (B)  $r(A) = m$ .
- (C)  $r(B) = n$ .      (D)  $r(B) = s$ . 【 】
- (6) 设  $A$  是 4 阶矩阵, 若  $\alpha_1 = (1, 0, -1, 1)^T$ ,  $\alpha_2 = (0, 1, -1, 0)^T$ ,  $\alpha_3 = (1, 1, 0, 1)^T$  是非齐次线性方程组  $Ax = b$  的三个解,  $A^*$  为  $A$  的伴随矩阵, 则下列各命题中不正确的是

- (A)  $|A + A^*| = 0$ .  
 (B)  $r(A^*) = 0$ .  
 (C)  $A^*x = \mathbf{0}$  与  $Ax = \mathbf{0}$  的基础解系所含解向量的个数相等.  
 (D) 任一非零向量均为  $A^*$  的特征向量.

【 】

- (7) 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立同分布, 其密度为  $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ , 若

$$P(X+Y \leq a) = \frac{1}{40}, \text{ 则 } a \text{ 的值为}$$

- (A) 1. (B) 2. (C)  $\frac{1}{\sqrt[6]{2}}$ . (D)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ .

【 】

- (8) 将一枚均匀的硬币接连抛  $n$  次, 以  $A$  表示事件“正面最多出现一次”, 以  $B$  表示事件“正面和反面各至少出现一次”, 则

- (A) 当  $n = 2$  时,  $A$  与  $B$  相互独立.  
 (B) 当  $n = 2$  时,  $A$  与  $B$  互不相容.  
 (C) 当  $n = 3$  时,  $A$  与  $B$  相互独立.  
 (D) 当  $n = 3$  时,  $A$  与  $B$  不独立.

【 】

得分	评卷人

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 把答案填在题中横线上.

- (9) 已知  $f(x)$  满足  $f(0) = 0, f'(0) = -2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \left[ \int_0^u f(u-t) dt \right] du}{\sin x (1 - \cos x)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- (10) 设函数  $y = y(x)$  满足  $\Delta y = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \Delta x + o(\Delta x)$ , 且  $y(1) = 1$ , 则  $\int_1^2 y(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- (11) 设函数  $f(x, y)$  可微,  $f(0, 0) = 0, f'_x(0, 0) = m, f'_y(0, 0) = n, \varphi(t) = f[t, f(t, t)]$ , 则  $\varphi'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- (12) 设  $f(t)$  是连续函数, 则  $\int_0^1 dx \int_0^x f(x-y) dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- (13) 已知  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{11} + a_{12} + a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{21} + a_{22} + a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{31} + a_{32} + a_{33} \end{bmatrix}$ , 且  $|A| = -2$ , 则  $B^* A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- (14) 设事件  $A, B$  满足  $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$ , 且  $P(A | B) = P(A | \bar{B})$ , 则  $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**三、解答题：**15 ~ 23 小题，共 94 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

得分	评卷人

(15)(本题满分 10 分)

设函数  $g(x)$  在  $x = 0$  的某邻域内连续，且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - 1}{x} = a$ ，已知

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^1 g(x^2 t) dt - 1}{x^2}, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0, \\ \frac{a + b \cos x}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

在  $x = 0$  处连续，求  $a, b$  的值。

得分	评卷人

(16)(本题满分 10 分)

设  $f(x) = \begin{cases} e^x + x^3 \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \\ x + 1, & x \leq 0, \end{cases}$ ,  $g(x) = x + x^2$ ,  $\varphi(x) = f(x)g(x)$ . 试求  $\varphi''(0)$ .

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

某商品需求量  $Q$  对价格  $p$  的弹性为  $\epsilon_p = -\frac{p}{b-p}$  ( $0 < p < b$ ), 又知该商品的最大需求量为  $a$  ( $a > 0$ ), 求需求量  $Q$  对价格  $p$  的函数关系.

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

设函数  $\varphi(x)$  在  $[0, 1]$  上可导, 并有  $\int_0^1 \varphi(tx) dt = a\varphi(x)$ , 其中  $a$  为实常数, 试求  $\varphi(x)$ .

得分	评卷人

(19)(本题满分 10 分)

设  $f(x)$  为可微函数, 且  $f(0) = 0, f'(0) = 2$ , 试求  $\lim_{t \rightarrow 0} \iint_{x^2+y^2 \leq t^2} \frac{f(\sqrt{x^2+y^2})}{\ln(1+t^3)} dx dy$ .

得分	评卷人

(20)(本题满分 11 分)

已知  $4 \times 3$  矩阵  $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3]$ , 其中  $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3$  均为 4 维列向量, 若非齐次线性方程组  $\mathbf{Ax} = \boldsymbol{\beta}$  的通解为  $(1, 2, -1)^T + k(1, -2, 3)^T$ . 令  $\mathbf{B} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha}_3]$ , 试求  $\mathbf{By} = \boldsymbol{\alpha}_1 - \boldsymbol{\alpha}_2$  的通解.

得分	评卷人

(21)(本题满分 11 分)

$\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{AQ}$  为对角矩阵.

已知  $\lambda = 2$  是矩阵  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & a \\ 2 & a & a+2 \end{bmatrix}$  的二重特征值, 求  $a$  的值, 并求正交矩阵  $\mathbf{Q}$  使

得分	评卷人

(22)(本题满分 11 分)

设  $(U, V)$  在以点  $(-2, 0), (2, 0), (0, 1), (0, -1)$  为顶点的四边形上服从均匀分布, 如图 1 所示, 令

$$X = \begin{cases} -1, & U \leq -1, \\ 1, & U > -1; \end{cases} \quad Y = \begin{cases} -1, & V \leq \frac{1}{2}, \\ 1, & V > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

- (I) 求  $U$  与  $V$  的边缘密度;
- (II) 求  $X$  与  $Y$  的联合分布律;
- (III) 求  $X$  与  $Y$  的协方差.

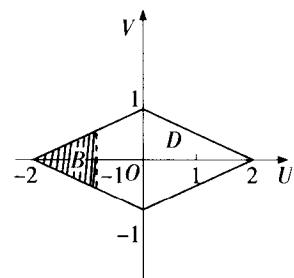


图 1

得分	评卷人

(23)(本题满分 11 分)

设随机变量  $X$  的分布函数  $F(x)$  为严格单调增加的连续函数,  $Y$  在区间  $[0, 1]$  上服从均匀分布, 证明随机变量  $Z = F^{-1}(Y)$  与  $X$  同分布.

绝密 ★ 启用前

# 全国硕士研究生入学统一考试

## 数学四 经典冲刺试卷二

**考生注意:**(1) 本试卷共 23 道题, 满分 150 分.

(2) 根据国家标准, 试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用  $\tan x$ 、 $\cot x$ 、 $\arctan x$  和  $\operatorname{arccot} x$  表示.

得分	评卷人

**一、选择题:** 1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内.

- (1) 已知  $f(x)$  具有二阶连续导数,  $g(x)$  为连续函数, 且  $f'(x) = \ln \cos x + \int_0^x g(x-t) dt$ ,  
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = -2$ , 则  
(A)  $x=0$  为  $f(x)$  的极大值点.  
(B)  $x=0$  为  $f(x)$  的极小值点.  
(C)  $(0, f(0))$  为曲线  $y=f(x)$  的拐点.  
(D)  $x=0$  不是  $f(x)$  的极值点,  $(0, f(0))$  也不是曲线  $y=f(x)$  的拐点.     【   】
- (2) 设函数  $f(x) = \begin{cases} g(x) \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$  且  $g(0) = g'(0) = 0$ , 则  $f(x)$  在点  $x=0$  处  
(A) 连续但不可导.                                          (B) 可导但  $f'(0) \neq 0$ .  
(C) 极限存在但不连续.                                      (D) 可微且  $df(x) \Big|_{x=0} = 0$ .     【   】
- (3) 设  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上具有连续导数,  $f(1) = 1$ ,  $g(x)$  为  $f(x)$  的反函数, 且满足  
 $\int_1^{f(x)} g(t) dt = \frac{1}{3}(x^{\frac{3}{2}} - 1)$ , 则在  $[1, +\infty)$  上的  $f(x)$  为  
(A)  $\frac{1}{\sqrt{x}}$ .                                                      (B)  $\sqrt{x}$ .  
(C)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2}$ .                                              (D)  $\frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{1}{3}$ .     【   】
- (4) 记  $I_1 = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} |xy| dx dy$ ,  $I_2 = \iint_{|x|+|y| \leq 1} |xy| dx dy$ ,  $I_3 = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} |xy| dx dy$ , 则下列关系式成立的是  
(A)  $I_1 < I_2 < I_3$ .                                              (B)  $I_1 < I_3 < I_2$ .  
(C)  $I_2 < I_1 < I_3$ .                                              (D)  $I_2 < I_3 < I_1$ .     【   】

- (5) 设  $A$  为  $m \times n$  矩阵,  $m \geq n$ ,  $r(A) = n$ ,  $\mathbf{b}$  为  $m$  维非零列向量, 则非齐次线性方程组  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$
- (A) 必有唯一解. (B) 必定没有解.  
 (C) 必定没有无穷多解. (D) (A)、(B)、(C) 均不正确. 【 】
- (6) 设  $\alpha, \beta$  为两个 3 维非零列向量, 记  $A = \alpha\beta^T$ , 则  $\lambda = 0$
- (A) 必是  $A$  的 1 重特征值.  
 (B) 必是  $A$  的 2 重特征值.  
 (C) 至少是  $A$  的 2 重特征值.  
 (D) 至多是  $A$  的 2 重特征值. 【 】
- (7) 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu < 0$ ,  $f(x)$  为  $X$  的密度函数, 则对于任何正数  $a > 0$ , 有
- (A)  $f(a) < f(-a)$ .  
 (B)  $f(a) = f(-a)$ .  
 (C)  $f(a) > f(-a)$ .  
 (D)  $f(a) + f(-a) = 1$ . 【 】
- (8) 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = ae^{-\frac{|x|}{2}}$ ,  $-\infty < x < +\infty$ , 则  $a =$
- (A) 1. (B)  $\frac{1}{4}$ .  
 (C)  $\frac{1}{2}$ . (D) 2. 【 】

得分	评卷人

二、填空题: 9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 把答案填在题中横线上.

- (9) 已知  $g(x)$  是微分方程  $g'(x) + \sin x \cdot g(x) = \cos x$  满足初始条件  $g(0) = 0$  的解, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- (10) 设函数  $f(u)$  在  $-\infty < u < +\infty$  内可导, 且  $f(0) = 0$ , 又
- $$f'(\ln x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & x > 1, \end{cases}$$
- 则  $\lim_{u \rightarrow 0} f(u) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- (11) 已知  $f(x)$  在点  $x = 0$  的某个邻域内可展成泰勒级数, 且  $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n^2}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ), 则  $f''(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- (12) 已知函数  $f(x, y) = |x - y| \cdot g(x, y)$ , 其中  $g(x, y)$  在点  $(0, 0)$  的某邻域内有定义, 则  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处偏导数存在的充分条件是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- (13) 已知向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  线性无关, 则向量组  $2\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4, \alpha_2 - \alpha_1, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_2 + \alpha_3, 2\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3$  的秩为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- (14) 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $D(X) = D(Y) = 2$ ,  $E(X) = E(Y) = 1$ , 则  $D(XY) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**三、解答题:** 15 ~ 23 小题, 共 94 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

(15)(本题满分 10 分)

设  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x < 0, \\ 1+x, & x \geq 0. \end{cases}$  求  $\int_0^x f[f(x)] dx$  及  $\int_{-2}^1 f[f(x)] dx$ .

得分	评卷人

(16)(本题满分 10 分)

设  $f(x) = \int_{-1}^x |t| dt (x \geq -1)$ , 求曲线  $y = f(x)$  与  $x$  轴所围成的封闭图形的面积.

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

设函数

$$y = f(x) = \begin{cases} x^{2x}, & x > 0, \\ x+1, & x \leq 0. \end{cases}$$

(I) 讨论函数  $f(x)$  在  $x = 0$  处的连续性;

(II)  $f(x)$  在何处取得极值? 为什么?

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

已知函数  $z = z(x, y)$  满足

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = z^2.$$

设  $\begin{cases} u = x, \\ v = \frac{1}{y} - \frac{1}{x}, \\ \Psi = \frac{1}{z} - \frac{1}{x}, \end{cases}$

对函数  $\Psi = \Psi(u, v)$ , 求证  $\frac{\partial \Psi}{\partial u} = 0$ .

得分	评卷人

(19)(本题满分 10 分)

设  $D$  是由  $x \geq 0, y \geq x$  与  $x^2 + (y-b)^2 \leq b^2, x^2 + (y-a)^2 \geq a^2 (0 < a < b)$  所围成的平面区域, 计算  $\iint_D xy \, dx \, dy$ .

得分	评卷人

(20)(本题满分 11 分)

设  $B$  是  $m \times n$  矩阵,  $BB^T$  可逆,  $A = E - B^T(BB^T)^{-1}B$ , 其中  $E$  是  $n$  阶单位矩阵.

(Ⅰ) 证明:  $A^T = A$ .

(Ⅱ) 证明:  $A^2 = A$ .

(Ⅲ) 若  $r(A) = r < n$ , 且  $A$  可对角化, 求行列式  $|A + E|$ .

得分	评卷人

(21)(本题满分 11 分)

已知实二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x^T Ax$  的矩阵  $A$  满足  $\left| \frac{1}{2}A - E \right| = 0$ , 且  $AB - 3B = 0$ , 其中

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

(Ⅰ) 用正交变换  $x = Py$  化二次型为标准型, 并写出所用正交变换及所得标准型;

(Ⅱ) 求出二次型  $f(x_1, x_2, x_3)$  的具体表达式.

得分	评卷人

(22)(本题满分 11 分)

设  $X$  与  $Y$  是两个独立的随机变量, 且均服从  $(-a, a)$  上 ( $a > 0$ ) 的均匀分布. 试求未知量  $t$  的方程  $t^2 + Xt + Y = 0$  有实根的概率  $P$ , 并计算极限  $\lim_{a \rightarrow 0} P$  和  $\lim_{a \rightarrow +\infty} P$ .

得分	评卷人

(23)(本题满分 11 分)

设随机变量  $X \sim B\left(1, \frac{3}{4}\right)$ ,  $Y \sim B\left(1, \frac{1}{2}\right)$ , 且  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , 试求随机变量  $X$  与  $Y$  的联合分布律.

绝密 ★ 启用前

# 全国硕士研究生入学统一考试

## 数学四 经典冲刺试卷三

**考生注意:**(1) 本试卷共 23 道题, 满分 150 分.

(2) 根据国家标准, 试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数、反余切函数分别用  $\tan x$ 、 $\cot x$ 、 $\arctan x$  和  $\operatorname{arccot} x$  表示.

得分	评卷人

**一、选择题:** 1 ~ 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选项前的字母填在题后的括号内.

- (1) 设  $f(x)$  满足  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = -1$ , 当  $x \rightarrow 0$  时,  $\ln \cos x^2$  是比  $x^n f(x)$  高阶的无穷小量, 而  $x^n f(x)$  是比  $e^{\sin^2 x} - 1$  高阶的无穷小量, 则正整数  $n$  等于  
 (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4. 【 】
- (2) 已知  $f'(x) \cdot \int_0^2 f(x) dx = 8$  且  $f(0) = 0$ , 则  $\int_0^2 f(x) dx$  等于  
 (A) 2. (B)  $\pm 2$ . (C) 4. (D)  $\pm 4$ . 【 】
- (3) 在抛物线  $y = x^2 - 1$  上取一点  $P(a, a^2 - 1)$ , 过  $P$  引抛物线  $y = x^2$  的两条切线, 则两切线与抛物线  $y = x^2$  所围成的图形面积为  
 (A)  $a^2$ . (B)  $2a^2$ . (C)  $\frac{2}{3}$ . (D)  $a^2 + \frac{4}{3}$ . 【 】
- (4) 设平面区域  $D$  由  $x = 0, y = 0, x + y = \frac{1}{2}, x + y = 1$  围成,  $I_1 = \iint_D [\ln(x + y)]^3 dx dy$ ,  
 $I_2 = \iint_D (x + y)^3 dx dy$ ,  $I_3 = \iint_D [\sin(x + y)]^3 dx dy$ , 则  $I_1, I_2, I_3$  之间关系为  
 (A)  $I_1 < I_2 < I_3$ . (B)  $I_3 < I_2 < I_1$ .  
 (C)  $I_1 < I_3 < I_2$ . (D)  $I_3 < I_1 < I_2$ . 【 】
- (5) 设  $A$  是一个  $n \times n$  矩阵, 交换  $A$  的第  $i$  行、第  $j$  行, 然后再交换其第  $i$  列、第  $j$  列, 所得矩阵为  $B$ , 现有以下命题: ①  $|A| = |B|$ ; ②  $r(A) = r(B)$ ; ③  $A, B$  的行向量组等价; ④  $A$  与  $B$  为相似矩阵, 其中成立的个数为  
 (A) 1 个. (B) 2 个. (C) 3 个. (D) 4 个. 【 】
- (6) 设  $A, B$  为  $n$  阶矩阵, 现有以下命题: ①  $A$  与  $B$  等价; ②  $A$  与  $B$  相似; ③  $A$  与  $B$  合同; ④  $A$  与  $B$  为正定矩阵. 用 " $P \Rightarrow Q$ " 表示命题  $P$  可推出命题  $Q$ , 则  
 (A) ①  $\Rightarrow$  ②  $\Rightarrow$  ④. (B) ②  $\Rightarrow$  ③  $\Rightarrow$  ①.  
 (C) ④  $\Rightarrow$  ③  $\Rightarrow$  ①. (D) ③  $\Rightarrow$  ①  $\Rightarrow$  ④. 【 】
- (7) 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且均服从  $(0, 1)$  上的均匀分布, 则下列随机变量中仍服从