

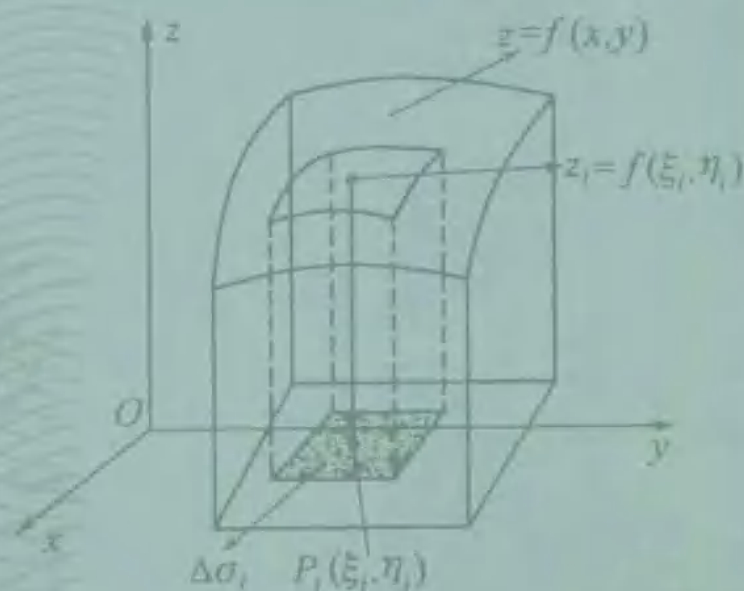
面向21世纪高职高专通用教材

GAODENG SHUXUE SHIYONG JIAOCHENG

高等数学实用教程

主编 谷志元

主审 刘国生



华南理工大学出版社

面向 21 世纪高职高专通用教材

高等数学实用教程

主编 谷志元

主审 刘国生

华南理工大学出版社

·广州·

内 容 简 介

本书是根据教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》,按照教材改革的精神,并结合编者多年的教学经验编写而成的。

全书共分 11 章,分别是:函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分及其应用,常微分方程,多元函数微分学,多元函数积分学,无穷级数,线性代数初步,概率论初步。

本书内容精练,结构严谨,叙述清晰,通俗易懂,突出应用,便于教学。本书可作为高职高专工科各专业、经济与管理类专业的高等数学教材。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学实用教程/谷志元主编. —广州:华南理工大学出版社, 2007.9
ISBN 978-7-5623-2701-1

I. 高… II. 谷… III. 高等数学-高等学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 137805 号

总 发 行: 华南理工大学出版社 (广州五山华南理工大学 17 号楼, 邮编 510640)

营销部电话: 020-87113487 87111048 (传真)

E-mail: scutcl3@scut.edu.cn

http://www.scutpress.com

责任编辑: 詹志青

印 刷 者: 广州市穗彩彩印厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 21.25 字数: 550 千

版 次: 2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

印 数: 1~3 000 册

定 价: 33.50 元

版权所有 盗版必究

前 言

根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》的精神,针对高职高专数学教学的特点,为深化高职高专教材改革,我们组织具有丰富教学经验的老师编写了《高等数学实用教程》。

本书的编写是以优化教学内容、加强基础、突出应用、重视创新、提高学生素质、便于教学为原则,力求做到理论清晰、重点突出、知识要点明确、推理简明扼要、循序渐进、深入浅出,着重讲清基本概念、基本思想、基本方法,使学生在有限的时间内学习数学的精华,形成基本数学思想,会用数学方法解决数学及相关学科的问题,使学生在数学思维方法以及运用数学知识解决实际问题的能力诸方面得到良好的训练与培养,促进学生不断提升知识、能力和素质,提高解决实际问题的能力。

本书的主要特色有:

1. 注重概念的教学,注重数学思想的渗透以及数学方法的介绍。注意以贴近生活的实例引入概念,力求从几何、数值、代数及文字等多种渠道解释概念。在介绍数学知识时,强调学习“以不变代变、以静代动、以直代曲、从有限认识无限”等数学思想,重视微分方法、积分方法、微元法等数学方法的介绍。

2. 重视数学的应用,特别是重视数学在铁路、机械、供电、经济工作等方面的应用;重视简单的数学模型的建立,通过简单的数学建模提高学生解决实际问题的能力。

3. 定义与定理的叙述简明、道俗,使学生易于接受。教材在兼顾数学自身的系统性的前提下,尽量减少复杂的运算和变换,易于高职学生理解。

4. 每章开头编有“本章要点”,每节开头编有“本节提示”。在“本章要点”、“本节提示”中,扼要介绍本章(节)内容的知识点,提出学习重点、难点和有关的能力要求,对学生的学习能起到导向的作用,便于教学。

5. 每章后编写了“本章知识小结”,归纳本章的知识点(如知识要点、公式、方法、技能等),对重点、难点内容进行解新,便于学生自学。

6. 每章编有一套自测题,供学生强化全章知识、综合使用所学知识并检测学习情况。例题、练习题与内容互相呼应。习题分“基础题”、“提高题”两类,供不同基础的学生选用练习,要求全体学生必须完成基础题的练习,鼓励学有余力、基础较好的学生完成部分提高题的练习。通过有针对性的练习,学生能巩固所学知识。每节后配备适当的思考题,使学生能从新的角度理解概念,时培

养学生逻辑思维能力及创新意识提供较好的素材。

本书的编写分工如下(按姓氏笔画排列):谷志元(第7、8章),阳培(第4、10章),李征毅(第2、6章),吴勤(第3、11章),吴蔚(第5章),周小玲(第1、9章);全书由谷志元统稿。

广州铁路职业技术学院院长刘国生教授在百忙中担任主审,认真细致地对全书进行了审阅,并提出了许多宝贵意见;广州铁路职业技术学院教学副院长王韶清副教授对本书的编写和出版十分关心和支持,在此一并表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中难免有不当之处,恳请同行、专家和读者批评指正。

编者

2007年7月

目 录

第1章 函数、极限与连续	1
1.1 函数	1
1.1.1 变量与区间	1
1.1.2 函数	2
1.1.3 初等函数	4
思考题	7
习题 1-1	7
1.2 函数的极限	7
1.2.1 数列的极限	8
1.2.2 函数的极限	8
1.2.3 无穷小与无穷大	10
思考题	11
习题 1-2	11
1.3 极限的运算	12
1.3.1 极限的运算法则	12
1.3.2 两个重要极限	13
1.3.3 无穷小的比较	14
思考题	15
习题 1-3	15
1.4 函数的连续性	16
1.4.1 函数连续性的定义	16
1.4.2 间断点及其分类	17
1.4.3 连续函数的运算	19
1.4.4 闭区间上连续函数的性质	19
思考题	20
习题 1-4	20
本章知识小结	21
自测题 1	22
习题与自测题参考答案	23
第2章 导数与微分	25
2.1 导数的概念	25
2.1.1 导数的定义	25
2.1.2 导数的几何意义	27

2.1.3 可导与连续的关系·····	27
2.1.4 几个求导公式·····	28
思考题 ·····	29
习题 2-1 ·····	29
2.2 函数的求导法则(一)·····	30
2.2.1 函数的四则运算求导法则·····	30
2.2.2 复合函数求导法则·····	31
2.2.3 反函数的求导法则·····	32
2.2.4 求导公式和法则·····	33
思考题 ·····	34
习题 2-2 ·····	34
2.3 函数的求导法则(二)·····	35
2.3.1 高阶导数·····	35
2.3.2 隐函数求导法·····	36
2.3.3 参数方程求导·····	37
思考题 ·····	38
习题 2-3 ·····	38
2.4 函数的微分·····	39
2.4.1 微分的定义·····	39
2.4.2 微分的几何意义·····	40
2.4.3 微分的运算法则·····	40
2.4.4 微分形式的不变性·····	41
2.4.5 微分在近似计算中的应用·····	42
思考题 ·····	42
习题 2-4 ·····	43
本章知识小结 ·····	43
自测题 2 ·····	45
习题与自测题参考答案 ·····	46
第 3 章 导数的应用 ·····	49
3.1 微分中值定理·····	49
3.1.1 罗尔定理·····	49
3.1.2 拉格朗日微分中值定理·····	50
思考题 ·····	52
习题 3-1 ·····	52
3.2 洛必达法则·····	53
3.2.1 洛必达法则·····	53
3.2.2 求 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的极限举例 ·····	53
思考题 ·····	54

习题 3-2	54
3.3 函数和曲线的性态讨论	54
3.3.1 函数单调性的判定	54
3.3.2 函数的极值	56
3.3.3 曲线的凹凸性	58
3.3.4 函数的作图	59
思考题	61
习题 3-3	61
3.4 最大值和最小值问题	62
3.4.1 闭区间上函数的最大(小)值	62
3.4.2 实际问题的最大(小)值	63
思考题	64
习题 3-4	64
本章知识小结	64
自测题 3	66
习题与自测题参考答案	67
第 4 章 不定积分	69
4.1 不定积分的概念	69
4.1.1 原函数的概念	69
4.1.2 不定积分的概念	70
4.1.3 基本积分公式	71
思考题	71
习题 4-1	71
4.2 不定积分的性质和直接积分法	72
4.2.1 不定积分的性质	72
4.2.2 直接积分法	72
思考题	73
习题 4-2	73
4.3 不定积分的换元法	73
4.3.1 第一类换元积分法(凑微分法)	74
4.3.2 第二类换元积分法	76
思考题	78
习题 4-3	78
4.4 不定积分的分部积分法	79
思考题	81
习题 4-4	81
本章知识小结	81
自测题 4	82
习题与自测题参考答案	84

第5章 定积分及其应用	86
5.1 定积分的概念	86
5.1.1 引 例	86
5.1.2 定积分的定义	88
5.1.3 定积分的几何意义	88
5.1.4 定积分的性质	90
思考题	93
习题 5-1	93
5.2 微积分的基本公式	94
5.2.1 变上限的定积分	94
5.2.2 牛顿—莱布尼兹公式	95
思考题	96
习题 5-2	96
5.3 定积分的换元法和分部积分法	97
5.3.1 定积分的换元法	97
5.3.2 定积分的分部积分法	98
思考题	99
习题 5-3	99
*5.4 广义积分	100
5.4.1 无穷区间上的广义积分	100
5.4.2 无界函数的广义积分	101
思考题	103
习题 5-4	103
5.5 定积分的应用	103
5.5.1 微元法	103
5.5.2 几何应用	104
5.5.3 物理应用	106
5.5.4 经济应用	107
5.5.5 函数的平均值	108
思考题	109
习题 5-5	109
本章知识小结	110
自测题 5	112
习题与自测题参考答案	114
第6章 常微分方程	116
6.1 常微分方程的基本概念	116
6.1.1 引例	116
6.1.2 定义	117
6.1.3 可分离变量的微分方程	117

6.1.4 一阶齐次微分方程	118
思考题	119
习题 6-1	119
6.2 一阶线性微分方程	120
6.2.1 一阶线性微分方程与常数变易法	120
6.2.2 一阶线性微分方程求解举例	121
思考题	122
习题 6-2	122
6.3 二阶常系数线性微分方程	123
6.3.1 二阶常系数线性微分方程的概念	123
6.3.2 二阶常系数线性微分方程解的结构	123
6.3.3 二阶常系数齐次线性微分方程的解法	124
6.3.4 二阶常系数非齐次线性微分方程的解法	126
思考题	127
习题 6-3	128
6.4 微分方程应用举例	128
习题 6-4	130
本章知识小结	131
自测题 6	133
习题与自测题参考答案	134
第 7 章 多元函数微分学	136
7.1 多元函数的概念、极限与连续	136
7.1.1 平面区域	136
7.1.2 多元函数的概念	137
7.1.3 二元函数的极限与连续	139
思考题	140
习题 7-1	141
7.2 偏导数	141
7.2.1 偏导数的概念	141
7.2.2 高阶偏导数	143
思考题	144
习题 7-2	144
7.3 全微分	144
7.3.1 全微分的概念	145
7.3.2 全微分在近似计算中的应用	146
思考题	147
习题 7-3	147
7.4 多元函数的求导法则	148
7.4.1 多元复合函数的求导法则	148

7.4.2 隐函数的求导法则	149
思考题	150
习题 7-4	150
7.5 多元函数的极值	150
7.5.1 无条件极值	151
7.5.2 条件极值	153
思考题	154
习题 7-5	154
本章知识小结	155
自测题 7	157
习题与自测题参考答案	158
第 8 章 多元函数积分学	161
8.1 二重积分的概念和性质	161
8.1.1 二重积分的概念	161
8.1.2 二重积分的性质	162
思考题	163
习题 8-1	163
8.2 二重积分的计算	163
8.2.1 直角坐标系下的计算方法	164
8.2.2 极坐标系下的计算方法	169
思考题	172
习题 8-2	172
8.3 二重积分的应用举例	173
8.3.1 几何上的应用(求体积)	173
8.3.2 物理上的应用	175
思考题	176
习题 8-3	176
8.4 曲线积分	177
8.4.1 对弧长的曲线积分	177
8.4.2 对坐标的曲线积分	179
8.4.3 格林公式	183
8.4.4 平面上的曲线积分与路径无关的条件	185
思考题	187
习题 8-4	187
本章知识小结	188
自测题 8	191
习题与自测题参考答案	193
第 9 章 无穷级数	195
9.1 级数概述	195

9.1.1 级数的概念	195
9.1.2 常数项级数	196
9.1.3 常数项级数的性质	197
9.1.4 级数收敛的必要条件	198
思考题	198
习题 9-1	198
9.2 傅里叶级数	199
9.2.1 函数项级数	199
9.2.2 三角级数	199
9.2.3 三角函数系的正交性	200
9.2.4 周期为 2π 的函数展开为傅里叶级数	201
9.2.5 具有某种对称性的函数的傅里叶级数	205
思考题	208
习题 9-2	208
9.3 周期为 $2l$ 的函数展开为傅里叶级数	209
9.3.1 周期为 $2l$ 的函数展开为傅里叶级数	209
9.3.2 傅里叶级数的复数形式	211
思考题	213
习题 9-3	213
9.4 幂级数	214
9.4.1 幂级数及其收敛性	214
9.4.2 收敛半径 收敛域	215
9.4.3 幂级数和函数的性质	216
9.4.4 函数展开成幂级数	217
思考题	219
习题 9-4	219
本章知识小结	220
自测题 9	222
习题与自测题参考答案	222
第 10 章 线性代数初步	225
10.1 n 阶行列式	225
10.1.1 全排列及其逆序数	225
10.1.2 n 阶行列式的定义	226
10.1.3 n 阶行列式的性质	227
10.1.4 行列式按行(列)展开	228
10.1.5 克莱姆法则	230
思考题	231
习题 10-1	231
10.2 矩阵的概念及其运算	232

10.2.1 矩阵的概念·····	232
10.2.2 矩阵的运算·····	234
思考题·····	237
习题 10-2 ·····	238
10.3 矩阵的初等变换、逆矩阵 ·····	238
10.3.1 矩阵的初等变换·····	238
10.3.2 逆矩阵的概念·····	239
10.3.3 逆矩阵的求法·····	241
思考题·····	243
习题 10-3 ·····	243
10.4 矩阵的秩·····	244
10.4.1 矩阵秩的定义·····	244
10.4.2 用初等变换求矩阵的秩·····	245
思考题·····	246
习题 10-4 ·····	246
10.5 线性方程组·····	247
10.5.1 线性方程组有解的判定定理·····	247
10.5.2 用初等变换解线性方程组·····	249
10.5.3 齐次线性方程组·····	250
思考题·····	252
习题 10-5 ·····	252
本章知识小结·····	253
自测题 10 ·····	254
习题与自测题参考答案·····	254
第 11 章 概率论初步 ·····	257
11.1 概率论基本概念·····	257
11.1.1 随机现象与随机试验·····	257
11.1.2 随机事件与基本空间·····	257
11.1.3 事件间的关系·····	259
思考题·····	261
习题 11-1 ·····	261
11.2 随机事件的概率及其计算·····	262
11.2.1 概率的统计定义·····	262
11.2.2 概率的古典定义·····	263
思考题·····	266
习题 11-2 ·····	266
11.3 条件概率与乘法公式·····	267
11.3.1 条件概率·····	267
11.3.2 乘法公式·····	268

11.3.3 独立性	269
思考题	269
习题 11-3	270
11.4 全概率公式与逆概率公式	270
习题 11-4	273
11.5 贝努里概型	273
习题 11-5	275
11.6 随机变量	275
11.6.1 随机变量的概念	276
11.6.2 离散型随机变量及其分布	277
11.6.3 随机变量的分布函数	279
11.6.4 二项分布、泊松分布	280
11.6.5 连续型随机变量及其分布	283
11.6.6 均匀分布、指数分布、正态分布	286
思考题	290
习题 11-6	290
11.7 随机变量的数字特征	292
11.7.1 随机变量的数学期望	292
11.7.2 方差及其性质	297
思考题	300
习题 11-7	300
* 11.8 概率在经济工作中的应用举例	301
11.8.1 随机型的存贮问题	301
11.8.2 保险问题	303
习题 11-8	304
本章知识小结	305
自测题 11	309
习题与自测题参考答案	311
附录	315
附录 A 初等数学中的常用公式	315
附录 B 常用积分公式表	318
附录 C 希腊字母	321
附录 D 概率论附表	322
参考文献	325

第1章 函数、极限与连续

高等数学的核心内容是微积分,这是人类在科学中最伟大的创造之一。17世纪急需解决的四类科学问题(第一类是求瞬时速度问题;第二类是求曲线的切线问题;第三类是求最优值问题;第四类是求曲线长、曲线围成的面积、曲面围成的体积、物体的重心等问题)值生了微积分学的建立。17世纪下半叶,牛顿和莱布尼兹分别独立研究和完成了微积分学的创立工作,其中牛顿着重于从运动学来考虑,莱布尼兹侧重于从几何学来考虑。

高等数学研究的主要对象是函数,函数描述了客观世界中量与量之间的依赖关系。而高等数学研究的基本方法则是极限方法,极限方法是利用有限描述无限、由近似过渡到精确的一种工具和过程。

【本章要点】 本章介绍变量、函数、极限、函数的连续性等基本概念以及它们的一些性质。重点是理解极限和连续的概念并掌握有关运算。

1.1 函数

【本节提示】 本节回顾和小结函数的概念及主要性质,并介绍复合函数和初等函数的概念。学习重点是理解复合函数、初等函数的概念,掌握通过适当引入中间变量把复合函数分解成若干个基本初等函数的方法。

1.1.1 变量与区间

在观察自然现象或科学试验等过程中,经常会碰到两种不同的量:一种量在过程中不发生变化而保持一定的数值,这种量称为**常量**,通常用字母 a, b, c 等表示;另一种量在过程中可以取不同的数值,这种量称为**变量**,通常用字母 x, y, z 等表示。

变量的取值范围称为变域,即变量取值的集合。如不特殊声明,我们以后所讨论的变域都是由实数组成的集合。最常见的变域是区间,区间用数集的记号表示如下:

开区间: $(a, b) = \{x | a < x < b\}$ 。 闭区间: $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ 。

半开区间: $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$; $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$ 。

无穷区间: $(a, +\infty) = \{x | x > a\}$; $[-a, +\infty) = \{x | x \geq a\}$; $(-\infty, b) = \{x | x < b\}$;

$(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}$; $(-\infty, +\infty) = \{x | -\infty < x < +\infty\}$ 。

另外,高等数学中常用到邻域的概念。设 x_0, δ 是两个实数,且 $\delta > 0$,称数集 $\{x | |x - x_0| < \delta\}$ 为 x_0 的 δ **邻域**,记为 $U(x_0, \delta)$, x_0 称为邻域的**中心**, δ 称为邻域的**半径**。在数轴上 $U(x_0, \delta)$ 表示以点 x_0 为中心,长度为 2δ 的开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 。在 x_0 的邻域 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 内去掉点 x_0 ,即数集 $\{x | 0 < |x - x_0| < \delta\}$ 称为 x_0 的**去心邻域**,记为

$\dot{U}(x_0, \delta)$ 。

1.1.2 函数

1. 函数的概念

定义 1 设 x, y 是两个变量, D 是给定的数集, 若对于 x 在 D 内每取一个数值, 变量 y 按照一定的对应法则 f , 总有惟一确定的数值与 x 对应, 则称 y 是 x 的**函数**, 记作 $y = f(x)$ 。其中, 数集 D 为函数 $f(x)$ 的**定义域**, 记作 D_f , x 为**自变量**, y 为**因变量**。

当 x 取数值 $x_0 \in D_f$ 时, 与 x_0 对应的数值 y 称为函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处的函数值, 记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$ 。此时称函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处有定义。显然, 函数的定义域是指使函数有定义的点的集合。函数值组成的数集称为函数的**值域**, 记为 M_f 。

由函数定义知, 定义域和对应法则是函数的两个要素。如果两个函数具有相同的定义域和对应法则, 则它们是相同的函数。

在函数的定义中, 对于每个 $x \in D_f$, 按照对应法则 f , 对应的函数值 y 总是惟一的, 这样定义的函数称为**单值函数**; 如果对于每个 $x \in D_f$, 按照对应法则 f , 总有确定的函数值 y 与之对应, 但这个 y 值不是惟一的, 这样定义的函数称为**多值函数**。本课程中所讨论的函数除非特别说明, 均指**单值函数**。

例 1 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{1}{1-x} + \sqrt{4-x^2}; \quad (2) y = \arcsin \frac{x-1}{2} + \lg \frac{x^2+2x}{3}.$$

解 (1) 由题意得

$$\begin{cases} x \neq 1, \\ 4-x^2 \geq 0. \end{cases}$$

所求函数的定义域为 $[-2, 1) \cup (1, 2]$ 。

(2) 由题意得

$$\begin{cases} \left| \frac{x-1}{2} \right| \leq 1, \\ x^2+2x > 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3, \\ x > 0 \text{ 或 } x < -2. \end{cases}$$

所求函数的定义域为 $(0, 3]$ 。

例 2 求绝对值函数 $y = |x| = \begin{cases} x & \text{当 } x \geq 0 \\ -x & \text{当 } x < 0 \end{cases}$ 的定义域、值域, 并画出草图。

解 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $[0, +\infty)$, 如图 1-1 所示。

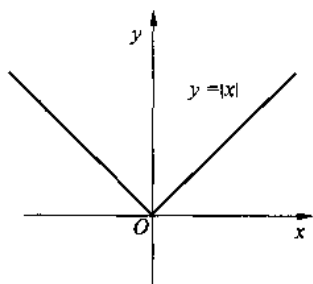


图 1-1

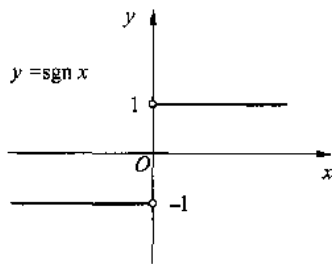


图 1-2

例3 求符号函数 $y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \text{当 } x > 0 \\ 0 & \text{当 } x = 0 \\ -1 & \text{当 } x < 0 \end{cases}$ 的定义域、值域,并画出草图。

解 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 值域为 $\{-1, 0, 1\}$, 如图 1-2 所示。

像例 2 和例 3 这两个函数, 在定义域的不同范围内不是用一个式子来表示, 而是用两个或两个以上的式子合起来表示, 这样的函数称为**分段函数**。

2. 函数的特性

(1) 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D_f , 区间 $I \subseteq D_f$, 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有 $f(x_1) < f(x_2)$ 或 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 在区间 I 上是**单调增加**或**单调减少**的。

单调增加和单调减少的函数统称为**单调函数**。增函数的图像中 x 与 y 同增同减, 减函数的图像中 x 与 y 增减相反。

(2) 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D_f 关于原点对称。如果对于任意一个 $x \in D_f$, 恒有 $f(-x) = -f(x)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 为**奇函数**。

如果对于任意一个 $x \in D_f$, 恒有 $f(-x) = f(x)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 为**偶函数**。

奇函数的图像关于原点对称, 偶函数的图像关于 y 轴对称。

(3) 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 在区间 I 上有定义, 如果存在正常数 M , 使得对于区间 I 内所有 x , 都有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上**有界**; 如果这样的 M 不存在, 则称 $f(x)$ 在区间 I 上**无界**。

在所讨论的区间上, 有界函数的图像一定夹在平行于 x 轴的两条直线之间。

(4) 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D_f , 如果存在一个正数 T , 使得对于任意一个 $x \in D_f$, 有 $x \pm T \in D_f$, 且 $f(x \pm T) = f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为**周期函数**, T 称为 $f(x)$ 的**周期**。通常我们所说的周期是指函数 $f(x)$ 的**最小正周期**。

周期函数的图像, 每隔周期的整数倍重复出现。

例4 判断下列函数的奇偶性:

- (1) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$; (2) $f(x) = 2^x + 2^{-x}$;
(3) $f(x) = x + \cos x$; (4) $f(x) = x^2 e^{-|\sin x|}$ 。

解 这四个函数的定义域均关于原点对称。

$$\begin{aligned} (1) \text{ 因为 } f(-x) &= \ln(-x + \sqrt{1+(-x)^2}) = \ln \frac{(-x + \sqrt{1+x^2})(x + \sqrt{1+x^2})}{x + \sqrt{1+x^2}} \\ &= \ln(x + \sqrt{1+x^2})^{-1} = -\ln(x + \sqrt{1+x^2}) = -f(x), \end{aligned}$$

所以 $f(x)$ 为奇函数;

(2) 因为 $f(-x) = 2^{-x} + 2^x = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数;

(3) 因为 $f(-x) = -x + \cos x$, 所以 $f(x)$ 为非奇非偶函数;

(4) 因为 $f(-x) = (-x)^2 e^{-|\sin(-x)|} = x^2 e^{-|\sin x|} = f(x)$, 所以 $f(x)$ 为偶函数。