收录高中数学教材中所涉及的全部概念、定理、公式及专有名词

高中数学

概念、定理、公式大全

编著：李玉新 鲍小宁

知识网络 清晰直观

重点要点 高效识记

经典例题 全面剖析

SHUXUE

沛沛辞书

大众文艺出版社

内容简介

● 丛书收录高中数学所涉及的所有概念、公式、定理、专有名词等，涵盖整个高中阶段的教材。

● 重视基础知识的归纳性和条理性同时注重知识点之间的横向对比，有利于加深记忆。

● 编者采用图表形式将易混知识点类比记忆，无须学生自行总结，既直观又便捷。

● 每一章节后面设计适当的典型例题，将本章节的理解要点、易错点、疑难点、常见考点等囊括其中，总结解题规律、方法、技巧，于潜移默化中加深记忆，提升能力。

● 服务电话:0731-4891376 ● 责任编辑: 晓力

PEIPEI

ISBN 978-7-80171-976-8

9 787801 719768 >

全套定价：54.00元（共三册）

收录高中数学教材中所涉及的全部概念、定理、公式及专有名词

高中数学

概念、定理、公式大全

编著 李玉新 鲍小宁

知识网络 清晰直观

重点要点 高效识记

经典例题 全面剖析

SHUXUE

大众文艺出版社

图书在版编目(CIP)数据

概念、定理、公式大全.高中数学卷 / 李玉新，鲍小宁编著.
—北京: 大众文艺出版社, 2007.2
ISBN 978-7-80171-976-8

I. 概… Ⅱ. ① 李… ② 鲍… ① 数学—定律—高中数学参考资料
② 数学—公式—高中—教学参考资料 Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 041544 号

(高中数学) **概念定理公式大全**

编　　著: 李玉新 鲍小宁
责任编辑: 晓力
出版发行: 大众文艺出版社
地　　址: 北京市东城区交道口菊儿胡同 7 号
印　　刷: 长沙美术印刷有限公司
经　　销: 新华书店
出版日期: 2007 年 6 月第一版
　　　　　2007 年 6 月第一次印刷
开　　本: 880mm× 1230mm 1/32
印　　张: 31.5
字　　数: 800 千字
书　　号: ISBN978-7-80171-976-8
定　　价: 54.00 元(共三册)

前　言

随着素质教育的不断深入，新考纲、新高考模式、新命题角度对高中数学教学和备考都提出了全新的要求.《高中数学概念、定理、公式大全》遵循"源于课本、优于课本、瞄准高考"的原则，紧扣考试模式和教学大纲，综合考虑了学生的需要而设计，高度重视基本知识的剖析与综合应试的需求，集学习性与备考性于一身，是高中学生案头必备的精品工具书.

全书按人教版教材及复习规律编写，具体编写体例及特色展示如下：

一、创新设计

1. **知识网络**　根据《考试大纲》要求，以框图形式扼要展示本章知识体系，脉络清晰，使知识条理化、系统化，帮助学生理清思路，宏观把握本章知识结构.

2. **知识要点**　将本章所涉及的概念、定义、定理、公式等相关知识点简明清晰地罗列下来，并对需要特别注意的技巧方法进行归纳、总结和拓展，为学生复习、考试提供完善的过渡与升华.

3. **典例欣赏**　多种方法、不同角度地全面剖析经典例题，实现概念与举例的印证，将机械记忆变为有形记忆，让学生在模仿中掌握知识，帮助学生实现由点到面、由知识向能力的过程过渡与升华。

二、"特异"功能

1. 收录高中数学所涉及的所有概念、公式、定理、专有名词等，涵盖整个高中数学的教材.

2. 重视知识内容的归纳性和条理性，注重知识点之间的横向对比，有利于加深记忆.

3. 多采用图表形式将易混知识点类比记忆，无需学生自行总结，既直观又便捷.

4. 每一章节后面设计适当的典型例题，将本章节的理解要点、易错点、疑难点、常见考点等囊括其中，总结解题规律、方法、技巧，于潜移默化中加深记忆，提升能力.

"大全全程导航，学子金榜题名"，这是编者的企盼，愿《高中数学概念、定理、公式大全》以一种全新的理念、全新的模式助您学海弄潮，激流勇进，梦想成真！

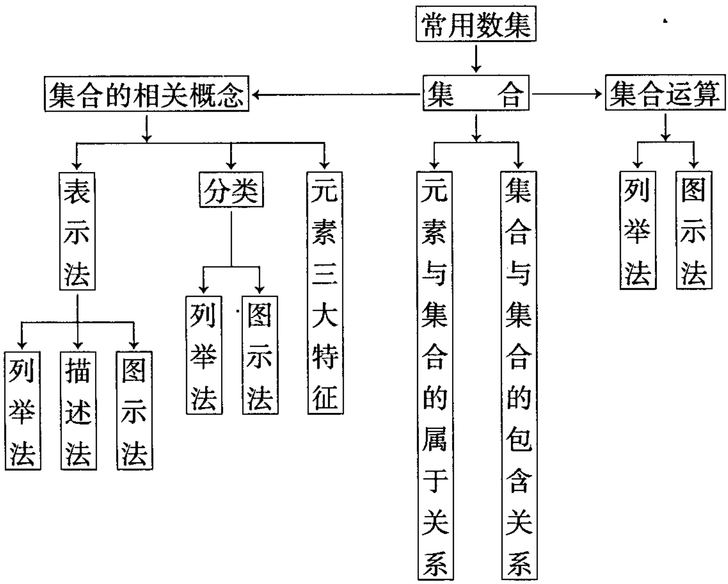
编　者

目　录

第一章　集合与简易逻辑

1.1　集　　合

一、知识网络



二、知识要点

1. 集合：

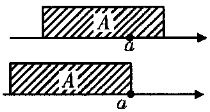
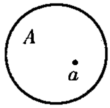
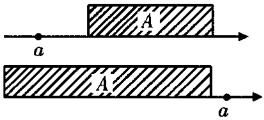
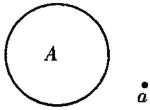
集合（简称“集”）是数学中一个不加定义的原始概念，只能作描述性说明. 某些指定的对象集在一起就成一个集合，简称集，集合可以

用大写字母 A,B,C 等表示.

2. 元素与集合的关系：

如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A，记作 $a\notin A$（或 $a\,\bar{\in}\,A$）. 例如，设 B 表示集合 $\{1,2,3,4,5\}$，则 $5\in B$，$\frac{2}{3}\notin B$.

用直观图分析元素与集合间的关系：

符号	图形	
	数轴（$a\in\mathbf{R},A\subseteq\mathbf{R}$）	韦恩图
$a\in A$		
$a\notin A$		

3. 集合中元素的三大特性：

（1）*确定性*：即对于一个给定的集合，它的元素的意义是明确的. 例如，由所有直角三角形组成的集合，这个集合中的元素的意义是明确的，如果说“由大树组成的集合”，那么这个“集合”的元素的意义是不明确的，因为“大树”是一个没有严格的数量标准的、相对模糊的概念，所以这个“大树集合”是无法组成的. 故在集合的元素的确定性中，$a\in A$ 和 $a\notin A$ 二者必居其一.

（2）*互异性*：即对于一个给定的集合，它的任何两个元素都是不同的. 例如，方程 $x^2-2x+1=0$ 有实根 $x_1=x_2=1$，它的解的集合表示为 $\{1\}$，只含有一个元素.

（3）*无序性*：集合中的元素是不排序的，如集合 $\{1,2\}$ 与集合 $\{2,1\}$ 是同一个集合. 但在习惯上表示集合时还是按一定顺序写，如 $\{-1,0,1,2,8\}$，一般不写成 $\{8,-1,2,0,1\}$. 集合中元素的无序性更深刻的含义是揭示了集合中元素的平等地位.

4. **集合的分类：**

(1) 有限集：含有有限个元素的集合叫作有限集. 如$\{1,2,3,4\}$.

(2) 无限集：由无数个元素组成的集合叫作无限集. 如$\{x \mid 0<x<5\}$.

5. **集合的表示方法：**

(1) 列举法：通过把集合中的所有元素一一列举出来，并用花括号“$\{\ \}$”括起来表示集合的方法. 其优点是能明确集合由哪些元素组成，特别是元素个数有限时（有限集），常用列举法表示集合. 当集合中包含的元素个数有无限多个时（无限集），不宜采用列举法，因为不能将无限集中的元素一一列举出来，而没有列举出来的元素往往难以确定.

(2) 描述法：用集合中所含元素的共同特征来表示集合的方法. 其具体方法是：在花括号内先定上表示这个集合元素的一般的符号及取值（或变化）范围，再画一条竖线，在竖线后面写出这个集合中元素所具有的共同特征.

(3) 图示法：用一条封闭的曲线（或数轴）的内部来表示一个集合. 如图 1. 1 - 1 分别表示集合$\{1,2,3,4,5\}$和$\{x\in \mathbf{R} \mid 0<x\leqslant 4\}$.

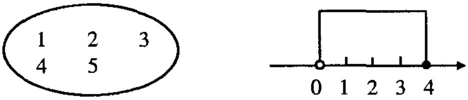
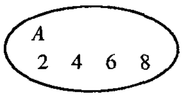


图 1. 1 - 1

用三种方法表示同一集合 A：

列举法	描述法	图示法
$A=\{2,4,6,8\}$	$A=\{$小于 10 的正偶数$\}$	

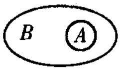
6. **常用数集：**

自然数集（非负整数集）　　　　$\mathbf{N}$

正整数集	$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$
整数集	$\mathbf{Z}$
有理数集	$\mathbf{Q}$
实数集	$\mathbf{R}$

7. 集合与集合的关系：

(1) 子集：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 所包含的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或者说集合 B 包含集合 A，记作 $A\subseteq B(B\supseteq A)$. 这时我们称集合 A 是集合 B 的子集. 即对任意 $x\in A$，可以推出 $x\in B$，$A\subseteq B$.

用 Venn 图表示：

(2) 真子集：对于两个集合 A 与 B，若 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，则称集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B(B\supsetneqq A)$. 即如果 $A\subseteq B$，但存在元素 $x\in B$ 且 $x\notin A$，则 $A\subsetneqq B$. 对于任何一个集合，它不是本身的真子集.

(3) 集合相等：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素又都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$. 即若 $A\subseteq B$，又 $B\subseteq A$，则 $A=B$. 注意，由集合相等的概念可知：两个相等的非空集合 A 和 B，它们的元素是完全相同的.

(4) 空集：我们把不含任何元素的集合叫作空集，记作 $\varnothing$. 不能认为空集的元素个数为 0. 例如，$\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+1=0\}=\varnothing$，规定：空集是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集.

8. 几个结论：

(1) 任何集合是它本身的子集，即 $A\subseteq A$.

(2) 空集是任何集合的子集，即 $\varnothing\subseteq A$.

(3) 对于集合 A,B,C，若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq C$，则 $A\subseteq C$.

(4) 对于集合 A,B,C，若 $A\subsetneqq B$，且 $B\subsetneqq C$，则 $A\subsetneqq C$.

(5) 对于集合 A,B,C，若 $A=B$ 且 $B=C$，则 $A=C$.

(6) n 个元素的集合的全部子集的个数为 2^n 个，真子集个数为 2^n-1

个,非空真子集个数为 2^n-2 个.

9. 区分一些容易混淆的符号:

(1)“$\in$”与“$\subseteq$”的区别:“$\in$”表示元素与集合的关系,如 $0\in\mathbf{N}$,$0\notin\mathbf{N}^*$;“$\subseteq$”表示集合与集合的关系,如 $\mathbf{N}\subseteq\mathbf{R}$,$\mathbf{R}\not\subseteq\mathbf{N}$.

(2)a 与 $\{a\}$ 的区别:一般地,a 表示一个元素,而 $\{a\}$ 表示只有一个元素 a 的集合. 如 $0\in\{0\}$,不能写成 $0=\{0\}$.

(3)$\{0\}$ 与 $\varnothing$ 的区别:$\{0\}$ 表示含有一个数 0 的数集,$\varnothing$ 表示不含任何元素的集合(即空集). $\varnothing\subsetneqq\{0\}$,$\varnothing\neq\{0\}$.

(4)$A\subseteq B$ 与 $A\supseteq B$ 的区别:$A\subseteq B$ 表示 A 是 B 的子集,$A\supseteq B$ 表示 B 是 A 的子集,$A\subseteq B$ 不能写成 $A\supseteq B$.

(5)$\{a\}\subseteq A$ 与 $a\in A$ 的区别:$\{a\}\subseteq A$ 表示集合 $\{a\}$ 是集合 A 的子集,$a\in A$ 表示 a 是集合 A 的元素. $\{a\}\subseteq A$ 不能写成 $\{a\}\in A$.

10. 集合的运算:

(1)全集:在研究集合与集合之间的关系时,在某些情况下,这些集合都是某一个给定的集合的子集,这个给定的集合可以看作一个全集,全集通常用符号 U 表示. 全集是相对于所研究的问题而言的一个相对概念,它含有与所研究的问题有关的各个集合的全部元素,因此全集会随研究问题的不同而不同. 例如,在解不等式时,通常把实数集作为全集.

(2)补集:一般地,设 S 是一个集合,A 是 S 的一个子集(即 $A\subseteq S$),由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合,叫作 A 的补集(或余集),记作 $\complement_S A$,即 $\complement_S A=\{x\mid x\in S$ 且 $x\notin A\}$. 也就是说,如果从集合 S 中取出集合 A 的全部元素,则所有剩余下来的元素组成的集合就是 $\complement_S A$. 用图示法可表示成图 1.1-2 中的阴影部分.

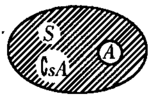


图 1.1-2

(3)交集:由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合,叫作 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$(读作“A 交 B”),即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$. 在理解概念时,要

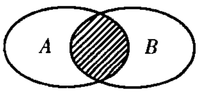


图 1.1-3

注意“且”字,它说明 $A\cap B$ 的任意一个元素 x 都是 A 与 B 的公共元素,故 A 与 B 的交集也可理解为由 A 和 B 的所有公共元素(不包含其他元素)组成的集合,即 $A\cap B\subseteq A$,$A\cap B\subseteq B$. 用图示法可表示成图 1.1-3 中的阴影部分.

(4)并集:由所有属于集合 A 或集合 B 的元素所组成的集合,叫作 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B=\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$. 注意概念中的“或”字,用它连接的并列成分之间不一定是互相排斥的,“$x\in A$,或 $x\in B$”这一条件,包括了下列三种情况:①$x\in A$,但 $x\in B$;②$x\in A$,但 $x\notin B$;③$x\in A$,且 $x\in B$. 还要注意,A 与 B 的公共元素在 $A\cup B$ 中只出现一次. A 与 B 的并集也可理解为由 A 和 B 的所有元素(不含其他元素)组成的集合. 用图示法可表示成图 1.1-4 中的阴影部分.

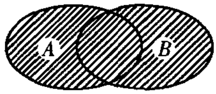


图 1.1-4

11. 集合的交、并、补具有下列性质:

①$A\cap B=B\cap A$,$A\cup B=B\cup A$;

②$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$,
$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$;

③$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$,
$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;

④$(A\cap B)\subseteq A$,$(A\cap B)\subseteq B$,
$A\subseteq(A\cup B)$,$B\subseteq(A\cup B)$;

⑤$A\cap\varnothing=\varnothing$,$A\cup\varnothing=A$;

⑥若 $A\subseteq B$,则 $A\cap B=A$,$A\cup B=B$;

⑦$(\complement_U A)\cup A=U$,$(\complement_U A)\cap A=\varnothing$;

⑧$\complement_U(\complement_U A)=A$;

⑨$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$,
$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$;

⑩全集用图示法可表示成以下 4 个部分:

Ⅰ部分:$A\cap B$,

Ⅱ部分:$A\cap(\complement_U B)$,

Ⅲ部分:$B\cap(\complement_U A)$,

Ⅳ部分:$\complement_U(A\cup B)$.

12. 有限集合的元素个数:

有限集合 A 的元素的个数记作 $\mathrm{card}(A)$,例如 $A=\{a,b,c,d\}$,则 $\mathrm{card}(A)=4$. 一般地,对于任意两个有限集合 A,B,有:

$$\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B).$$

另外两种变形是:

$$\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)=\mathrm{card}(A\cup B)+\mathrm{card}(A\cap B),$$

$$\mathrm{card}(A\cap B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cup B).$$

三、典例欣赏

例 1　用列举法表示下列集合:

(1)$A=\{x\mid y=\sqrt{4-x^2},x\in\mathbf{Z}\}$;

(2)$B=\{y\mid y=\sqrt{4-x^2},x\in\mathbf{Z}\}$;

(3)$C=\{(x,y)\mid y=\sqrt{4-x^2},x\in\mathbf{Z}\}$.

[分析]　本题主要考查集合的表示,注意 A,B,C 三个集合表示的不同意义,A 表示 x 的取值,B 表示 y 的取值,C 表示(x,y)的取值.

[解析]　(1)由 $4-x^2\geqslant0$,可得 $-2\leqslant x\leqslant2$,又 $x\in\mathbf{Z}$,

$\therefore x=-2,-1,0,1,2.$

$\therefore A=\{-2,-1,0,1,2\}.$

(2)由(1)知 $-2\leqslant x\leqslant2,0\leqslant y\leqslant2,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}$,

$\therefore B=\{0,\sqrt{3},2\}.$

(3)由(1),(2)可知$(x,y)\in\{(-2,0),(-1,\sqrt{3}),(0,2),(1,\sqrt{3}),(2,0)\}$,

$\therefore C=\{(-2,0),(-1,\sqrt{3}),(0,2),(1,\sqrt{3}),(2,0)\}.$

[点评]　用描述法表示集合时,一定要弄清竖线后面是表示哪个元素的共同特征.

例 2　(1)已知 $A=\{a+2,(a+1)^2,a^2+3a+3\}$,且 $1\in A$,求 a 的

值；

(2)已知 $M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，且 $M=N$，求 a,b 的值.

[分析] 本题主要考查集合元素的三大特性，以及集合的一些概念.

[解析] (1)由题知：$a+2=1$ 或 $(a+1)^2=1$ 或 $a^2+3a+3=1$，解得 $a=-1$ 或 -2 或 0，

当 $a=-1$ 时，$A=\{1,0,1\}$，由集合的互异性知 $a\neq1$；

当 $a=-2$ 时，$A=\{0,1,1\}$，不符合，排除；

当 $a=0$ 时，$A=\{2,1,3\}$，符合；

$\therefore a=0$.

(2)由题知：$\begin{cases}2a=a,\\ b^2=b\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a=b,\\ b^2=a,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=0,\\ b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0,\\ b=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2},\end{cases}$ 分别代入 M,N 中，

根据元素的互异性可知 $\begin{cases}a=0,\\ b=0\end{cases}$ 排除，

$\therefore \begin{cases}a=0,\\ b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

[点评] 解这类与集合中元素有关的题目时，一定要代入原集合检验，然后根据集合中元素有关的三大特性确定最终的解.

例3 已知全集 $U=\{x|-5\leqslant x\leqslant3\}$，$A=\{-5\leqslant x<-1\}$，$B=\{x|-1\leqslant x<1\}$，求 $\complement_UA$，$\complement_UB$，$\complement_U(A\cap B)$，$\complement_U(A\cup B)$.

[分析] 本题主要考查集合的交、并、补集的运算，要求熟练掌握集合的三个运算概念.

[解析] 画数轴，如图 1.1－5：

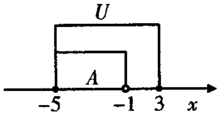


图 1.1 -5

由图 1.1 -5 可知:$\complement_U A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$

画数轴,如图 1.1 -6:

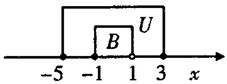


图 1.1 -6

由图 1.1 -6 可知:$\complement_U B=\{x\mid -5\leqslant x<-1$ 或 $1\leqslant x\leqslant 3\}$

画数轴,如图 1.1 -7:

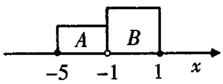


图 1.1 -7

由图 1.1 -7 可知:$A\cap B=\varnothing$,

$\therefore \complement_U(A\cap B)=U.$

同理可知:$A\cup B=U$,$\therefore \complement_U(A\cup B)=\varnothing$.

[点评]　画数轴,是集合运算的最主要的方法之一,是学好集合运算的关键所在,要重点掌握这种技巧.

例 4　已知全集 $S=\{$不大于 20 的质数$\}$,A,B 是 S 的两个子集,且满足 $A\cap(\complement_S B)=\{3,5\}$,$(\complement_S A)\cap B=\{7,19\}$,$(\complement_S A)\cap(\complement_S B)=\{2,17\}$,求集合 A 和 B.

[解析]　解法 1:依题意,$A\cap(\complement_S B)=\{3,5\}$,得 $\{3,5\}\subseteq A$,$\{3,5\}\subseteq\complement_S B$,

$\therefore 3,5\in A$,但 $3,5\notin B$.

由 $(\complement_S A)\cap B=\{7,19\}$,得 $\{7,19\}\subseteq B$,$\{7,19\}\subseteq\complement_S A$,

$\therefore 7,19\in B$,且 $7,19\notin A$.

依题意,$S=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$.

故还有元素 11 和 13 未确定所属的集合.

若 $11 \notin A, 11 \notin B$,则 $11 \in \complement_S A$,且 $11 \in \complement_S B$,这与已知 $(\complement_S A) \cap (\complement_S B) = \{2,17\}$ 矛盾;

若 $11 \in A, 11 \notin B$,则 $11 \in \complement_S B$,这与已知矛盾;

同理 $11 \in B, 11 \notin A$ 也不对,所以 $11 \in A$ 且 $11 \in B$.

同理 $13 \in A$,且 $13 \in B$.

$\therefore A = \{3,5,11,13\}, B = \{7,11,13,19\}$.

解法 2:利用图示法可把全集 S 分成 $A \cap B, A \cap (\complement_S B), B \cap (\complement_S A), (\complement_S A) \cap (\complement_S B)$.

由 $S = \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$ 以及其他已知条件,将各元素一一填入它所在的区域,如图 1.1-8 所示.

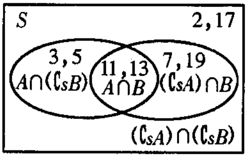


图 1.1-8

由图示可知 $A = \{3,5,11,13\}, B = \{7,11,13,19\}$.

[点评] 比较解法 1 和解法 2 可知:解法 1 中的分析比较抽象、复杂,也不容易理解;解法 2 体现了数形结合的思想,自然、明了,但两种方法能培养我们不同的思维,这都是学好数学不可缺少的方法.

1.2　含绝对值的不等式及一元二次不等式的解法

一、知识网络

- 不等式
  - 含绝对值的不等式的解法
  - 一元一次不等式的解法
  - 一元二次不等式的解法
  - 分式不等式的解法
  - 含参数不等式的解法

二、知识要点

1. 不等式的三条基本性质

①如果 $a>b$,那么 $a+c>b+c$(可加性);

②如果 $a>b,c>0$,那么 $ac>bc$(可乘性);

③如果 $a>b,c<0$,那么 $ac<bc$(可乘性).

2. 含绝对值的不等式

绝对值符号中含有未知数的不等式叫作含绝对值的不等式.

(1)解含绝对值的不等式的基本思路是去绝对值符号,具体有:

①$|f(x)|\geqslant a(a\geqslant 0)\Leftrightarrow f(x)\geqslant a$ 或 $f(x)\leqslant -a$;

②$|f(x)|\leqslant a(a\geqslant 0)\Leftrightarrow -a\leqslant f(x)\leqslant a$;

③$|f(x)|\geqslant g(x)\Leftrightarrow g(x)\leqslant 0$

或$\begin{cases}g(x)\geqslant 0,\\ f(x)\geqslant g(x)\end{cases}$或$\begin{cases}g(x)\geqslant 0,\\ f(x)\leqslant -g(x);\end{cases}$