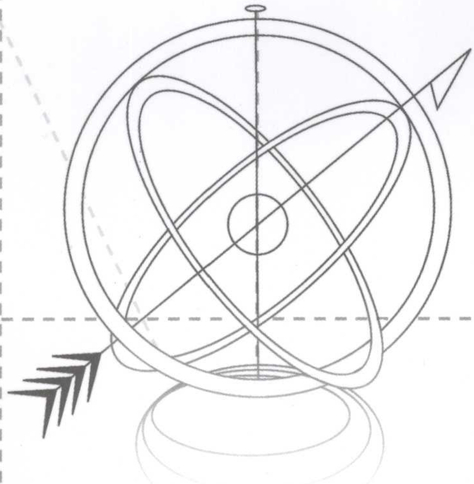
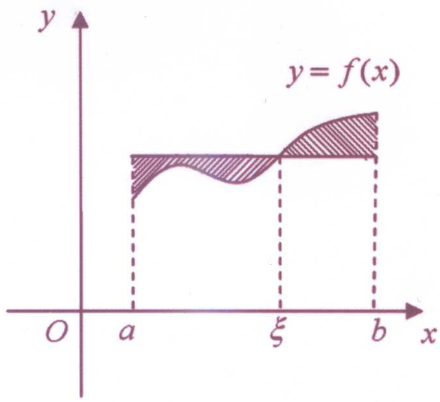
高等院校经济管理类专业
经济数学基础系列教材

总 主 编　赵新泉
副总主编　徐冬林
主　　审　葛翔宇





微积分

WEI JI FEN

杨　皓 ◎主　编
罗捍东 ◎副主编

中国财政经济出版社

高等院校经济管理类专业
经济数学基础系列教材

总主编　赵新泉
副总主编　徐冬林
主　审　葛翔宇

微积分

WEI JI FEN

杨　皓◎主编
罗捍东◎副主编

中国财政经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

微积分/杨皓主编．—北京：中国财政经济出版社，2007.9
(高等院校经济管理专业经济数学基础系列教材/赵新泉主编)
ISBN 978-7-5095-0218-1

Ⅰ.微…　Ⅱ.杨…　Ⅲ.微积分-高等学校-教材　Ⅳ.O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 142913 号

中国财政经济出版社出版

URL: http://www.cfeph.cn

E-mail: cfeph@cfeph.cn

社址:北京市海淀区阜成路甲 28 号　邮政编码:100036

发行处电话:88190406　财经书店电话:64033436

北京中兴印刷有限公司印刷　各地新华书店经销

787×1092 毫米　16 开　20.5 印张　502 000 字

2007 年 9 月第 1 版　2007 年 9 月北京第 1 次印刷

印数:1—5 000　定价:30.00 元

ISBN 978-7-5095-0218-1/O·0008

(图书出现印装问题,本社负责调换)

序

Preface

数学作为自然科学的重要分支在经济学与管理学领域得到日益广泛的应用. 判断现代学科成熟与否在很大程度上要考察其对数学知识的应用程度. 经济学与管理学学科的成熟发展，得益于数学工具、数学模型在这两门学科上的深入应用，因此培养经济学、管理学与数学相结合的复合型人才已成为经济全球化和知识经济时代的一种趋势. 为了探索和建立我国高等院校经济管理类数学课程教学内容和课程体系，在中国财政经济出版社大力支持下，我们承担了湖北省教育厅和中国财政经济出版社的教学研究课题《经济管理类数学实践课教学创新研究》和《经济管理类数学课程教材改革探索与建设》. 该课题的建设目标是：紧密配合《高等学校教学质量与教学改革工程精品课程建设工作》，深入研究探索在现代教育技术的平台上，建成适应经济管理类专业创新人才培养需要的数学课程体系和立体化教材体系.

在教学研究课题的研究过程中，我们始终围绕着以上建设目标，从我国财经类院校经济管理数学教学现状的调查研究与分析入手，不断拓宽专业视野、加强应用和实践环节，使得课题成果之一的经济数学基础系列教材具有以下特点：

1. 教材在现有经济管理类数学教学基本要求的基础上，略有拓宽与加深，以满足近年来高校部分新增专业对数学更高要求的需要.

2. 教材内容叙述深入浅出，言简意赅，可读性强，便于学生自学，能够启发和培养学生的自学能力.

3. 考虑到经济管理类专业数学教学的目标与特点，在保证数学的严谨性、逻辑性的前提下，教材删除了一些不必要的推理论证过程，突出了理论的应用，强化了理论与实际的结合.

4. 教材由主、辅两部分组成：主教材由《微积分》、《线性代数》和《概率论与数理统计》三个分册组成；辅教材为上述三个分册的同步辅导书，它们将以释疑解惑并帮助理解概念和理论，掌握典型例题解法和技巧为目标编写，并将在主教材出版后出版，便于不同的读者选用.

5. 将本套教材中有应用部分的内容置于书末，以方便教师根据不同专业的需要选用.

6. 为了使读者更好地理解和掌握教材中介绍的基本原理和方法，教材中除选编相当数量的典型例题外，还选配了一定数量的习题，并附有习题参考答案.

本套教材既考虑到了教学内容的深度与广度以及经济、管理类各专业对数学课程的教学

基本要求，又考虑到了与教育部最新颁布的研究生入学考试数学三和数学四的考试大纲中的内容相衔接，符合经济、管理类各专业对数学要求越来越高的趋势．全套教材的编写注重适当渗透现代数学思想，加强对学生应用数学方法解决经济问题的能力的培养，以适应新时代对经济、管理人才的培养要求．本套教材既保持了数学学科本身的系统性、逻辑性、严密性和科学性，又有利于培养学生的逻辑思维及解决实际问题的能力，而且适当降低了一些纯数学的理论要求，加强了一些经济学、管理学后继课程中的应用内容，以便能较好地满足经济管理学科对数学的要求．

本套高等院校经济管理专业经济数学基础系列教材由赵新泉任总主编，徐冬林任副总主编，葛翔宇任主审．全套教材分为《微积分》、《线性代数》和《概率论与数理统计》三个分册．《微积分》分册由杨皓主编，罗捍东副主编，编写分工为：李玲侠编写第一、二、三章；杨皓编写第四章；罗捍东编写第五章；阎国光编写第六、七章；熊波编写第八章；贺胜柏编写第九、十章．《线性代数》分册由刘康泽主编，李政兴副主编，编写分工为：姚毅编写第一、六章；高潮编写第二章；李政兴编写第三、四章；刘康泽编写第五、七章．《概率论与数理统计》分册由王明华主编，汪家义副主编，编写分工为：汪家义编写第一章；常金华编写第二、三章；陈幸龄编写第四、五章；贾希辉编写第六章；吴唯实编写第七章；王明华编写第八、九章以及本书的附表．朱霞等老师在教材编写过程中做了大量的工作．本套教材的出版得到了中南财经政法大学、中国财政经济出版社各方领导的大力支持，中国财政经济出版社伍景华编辑及其他工作人员在整个组稿过程中做了大量的工作，我们在此对他们表示衷心的感谢！

虽然我们尽了很大的努力，但由于水平有限和时间仓促，教材中一定会存在错误和问题．恳请使用本教材的师生多提宝贵意见，以便我们再版时改进．

编　者

2007 年 7 月

目录

—— Preface ——

第 1 章

Chapter 1

函　　数

在微积分学中主要研究函数的极限、连续、导数、微分和积分，函数是微积分学的一个重要的基本概念，是微积分学研究的对象．本章将介绍函数的概念与性质以及初等函数的概念．

§1.1　实　　数

微积分学中的函数是在实数范围内进行讨论的，因此先简单介绍与实数有关的基本知识．

1.1.1　实数与绝对值

有理数和无理数统称为实数．有理数包括正负整数、正负分数和零．有理数可写成$\frac{p}{q}$的形式（其中 p、q 为整数，且 $q\neq0$），也可表示为整数、有限小数和无限循环小数．而无理数只能表示为无限不循环小数．数轴是一条有原点、正方向和长度单位的直线，数轴上的点和实数具有一一对应关系．

设 x 是一实数，则 x 的绝对值为

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

绝对值 $|x|$ 表示点 x 到原点 o 的距离，而 $|x-y|$ 表示点 x 与 y 之间的距离．绝对值具有下列基本性质：

(1) $|x|\geqslant 0$;　　(2) $|-x|=|x|$;

(3) $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$;　　(4) $|x\pm y|\leqslant |x|+|y|$;

(5) $\big||x|-|y|\big|\leqslant |x-y|$;　　(6) $|xy|=|x||y|$;

(7) $\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}$, $y\neq0$.

1.1.2 区 间

一些常用的实数集合可用特定的符号表示，如 R 表示实数集，N 表示非负整数集，Z 表示整数集，此外，区间也有固定的表示方法.

定义 1.1 介于某两实数之间的全体实数构成的集合称为一个有限区间，这两个实数叫区间的端点．对于给定的 a，$b\in R$，且 $a<b$，数集 $\{x \mid a<x<b\}$ 称为开区间，记作 (a, b)；数集 $\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间，记作 $[a, b]$；数集 $\{x \mid a\leqslant x<b\}$ 称为半开半闭区间，记作 $[a, b)$，数集 $\{x \mid a<x\leqslant b\}$ 也称为半开半闭区间，记作 $(a, b]$.

数集 $\{x \mid x\geqslant a, a\in R\}$ 记作 $[a, +\infty)$，数集 $\{x \mid x>a, a\in R\}$ 记作 $(a, +\infty)$，数集 $\{x \mid x\leqslant a, a\in R\}$ 记作 $(-\infty, a]$，数集 $\{x \mid x<a, a\in R\}$ 记作 $(-\infty, a)$，这些数集以及数集 $(-\infty, +\infty)=R$ 均称为无穷区间.

1.1.3 邻 域

在微积分学中，一些理论需要用一类特殊的区间，即邻域来描述，为此给出邻域的定义.

定义 1.2 如果 x_0、δ 为实数，数集 $\{x \mid |x-x_0|<\delta, \delta>0\}$，即开区间 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 称为以 x_0 为中心，以 δ 为半径的邻域，简称为点 x_0 的邻域，表示为 $U(x_0, \delta)$.

在数轴上可以画出邻域，如图 1－1 所示．

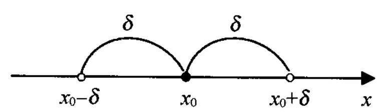


图 1－1

称数集 $\{x \mid 0<|x-x_0|<\delta, \delta>0\}=(x_0-\delta, x_0)\cup(x_0, x_0+\delta)$ 为点 x_0 的空心邻域，表示为 $U^0(x_0, \delta)$. 其中 $(x_0-\delta, x_0)$，$(x_0, x_0+\delta)$ 分别称为 x_0 的左邻域和右邻域.

例如，数集 $\left\{x \mid |x-2|<\dfrac{1}{4}\right\}=\left(\dfrac{7}{4}, \dfrac{9}{4}\right)$ 是以 $x_0=2$ 为中心，以 $\dfrac{1}{4}$ 为半径的邻域；数集 $\left\{x \mid 0<|x-2|<\dfrac{1}{4}\right\}=\left(\dfrac{7}{4}, 2\right)\cup\left(2, \dfrac{9}{4}\right)$ 是以 $x_0=2$ 为中心、以 $\dfrac{1}{4}$ 为半径的空心邻域，如图 1－2 所示．

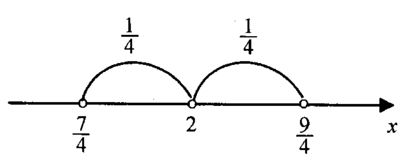


图 1－2

1.1.4 有界集

定义 1.3 设 S 是实数集 R 上的一个子集．如果对于 S 中的任意一个实数 x，总有 $x \leqslant M$ 成立，则称 S 是有上界的集合，M 就是 S 的一个上界；如果对于 S 中的任意一个实数 x 总有 $x \geqslant M$ 成立，则称 S 是有下界的集合，M 就是 S 的一个下界；如果 S 既有上界也有上界，则称 S 是有界集合，简称为有界集.

任何有限区间都是有界集，无限区间都是无界集；由有限个数组成的数集是有界集；如果 S 有上（下）界，则有无穷多个上（下）界.

§1.2 函数的概念

1.2.1 变量与函数

实际应用中的变量很多，如某产品的成本、平均成本随产量的变化而变化，成本、平均成本以及产量都是变量；某生产商的总收益随着其产品价格和销售量的变化而变化，总收益、产品的价格以及销售量是变量；某运动物体所运动的路程 s 和速度 v 随时间变化的变化关系为 $s=\frac{1}{2}gt^2$，$v=gt$，则路程、速度和时间也是变量．变量是指在某一变化过程中不断变化的量.

任何变量的变化不仅有一定的变化范围，而且有些变量的变化是连续不断的，其变化范围一般是实数集 R 的一个子集；有些变量的变化则具有跳跃性，其取值是离散的.

在某物体运动的过程中，如果运动的路程 s 和时间 t 之间有关系 $s=\frac{1}{2}gt^2$，变量 t 在其变化范围（或所在的集合）内变化，通过 t 与 s 之间的对应关系（也叫对应规则），对于变量 t 的每一个取值，s 都有唯一确定的值与 t 相对应，变量 s 就是 t 的函数．也就是说，在某个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y，对变量 x 在取值范围内的每一个取值 x，通过对应规则都有一个确定的 y 值与之相对应，则称 y 是 x 的函数，表示为 $y=f(x)$．其中 x 是自变量，y 是因变量．下面用集合语言给出函数的准确定义.

1.2.2 函数的概念

定义 1.4 设 D 是一个非空的实数集，如果存在一个对应规则 f，使得对于每一个 $x \in D$ 值，通过对应规则 f 总有唯一确定的 $y \in R$ 值与之相对应，则称对应规则 f 为定义在 D 上的一个函数，或称 y 是 x 的函数，表示为 $y=f(x)$．其中 x 是自变量，y 是因变量，D 为函数 $f(x)$ 的定义域，函数的定义域也可记为 D_f.

对于 D 中的每一个 x_0，因变量 y 的相应取值 $y_0=f(x_0)$，称为 x_0 所对应的函数值，记作 $y_0=f(x_0)$．函数值的全体所构成的集合 $Z=Z_f=\{y \mid y=f(x),\ x \in D_f\}$称为函数的值域，值域是由定义域和对应规则确定的.

习惯上用字母 f、g、φ、F 等表示函数，用 x 表示自变量，y、z 表示因变量，函数与表示函数关系所采用的字母无关.

注 在函数的定义中要求每一个 x 只能有唯一确定的 y 与之相对应，如果对每一个 x 不是有唯一确定的 y 与之相对应，按照函数的定义，该对应关系不是函数关系.

1.2.3 函数的表示法

常用的函数表示方法有三种：图示法、列表法和公式法，此外，也有其它的表示方法，举例如下.

例 1.1 气象站的自动记录仪把一天的气温变化描述在记录纸上，一天 24 小时内气温与时间的函数关系如图 1－3 所示.

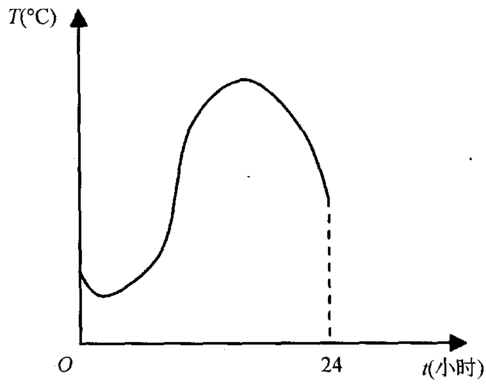


图 1－3

例 1.2 据统计，某地区城镇居民的人均收入情况如表 1－1 所示.

表 1－1

时　　间	1989 年	1991 年	1993 年	1995 年	1997 年	1999 年	2001 年	2003 年
城镇居民人均收入（元）	1374	2024	2965	3876	5160	5846	6860	8500

此表表示城镇居民人均收入与时间之间的函数关系.

例 1.3 设某超市购进牛肉 2000 千克，按每千克 28 元的价格出售. 售出的数量 x、收益 R 之间有公式

$$R=28x,\ x\in[0,\ 2000]$$

此公式表示收益与销售量之间的函数关系.

图示法是用平面直角坐标系中的曲线，描述自变量与因变量函数关系的表示方法；列表法是利用表格的形式反映自变量与因变量之间函数关系的表示方法. 在经济和管理问题中，常用图示法或列表法表示变量与变量之间的函数关系；公式法是借助于数学解析式给出变量与变量之间对应规则的方法. 这三种方法各有优点，如图示法直观、列表法具体，在进行理论研究时公式法运算和分析更方便.

例 1.4 判断关系式 $y<x$ 是否为函数关系？

解 在关系式 $y<x$ 中，由于对于每一个 x 按照这个对应规则有无数个 y 值与之相对应，

所以该关系式不是函数关系.

定义域和对应法则是确定函数的两个要素，判断两个函数关系是否为同一函数关系以及一个关系是否是函数关系可用这两个要素去判断.

例 1.5 下列两对函数关系是否为同一函数关系？

(1) $y=x$ 和 $y=\frac{x^2}{x}$;　　(2) $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$.

解 (1) 由于函数关系 $y=x$ 和 $y=\frac{x^2}{x}$ 的定义域不同，所以它们不是同一函数关系；

(2) 函数关系 $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$ 的对应法则不同，它们也不是同一函数关系.

1.2.4 分段函数

在函数定义域的不同部分，分别用不同的关系式表达的函数称为分段函数. 如下的几个函数都是分段函数.

绝对值函数 $y=|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$ 其定义域为 R，值域为 $[0, +\infty)$，图形如图 1－4 所示.

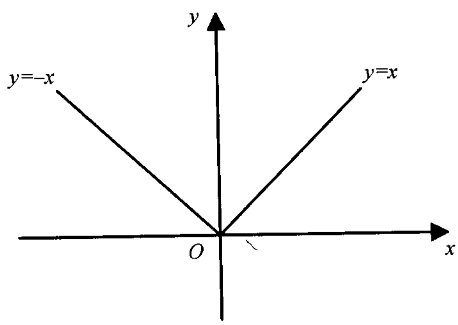


图 1－4

符号函数 $y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases} 1, & x>0, \\ 0, & x=0, \\ -1, & x<0. \end{cases}$ 其定义域为 R，值域为集合 $\{-1, 0, 1\}$，图形如图 1－5所示.

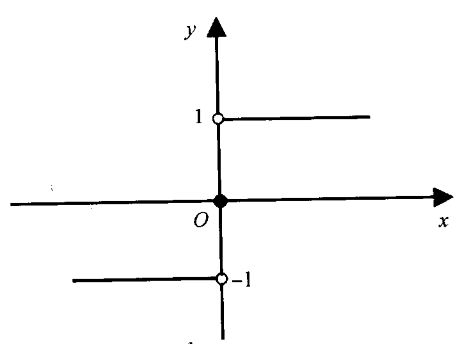


图 1－5

分段函数 $f(x)=\begin{cases}2x-1, & x>0,\\ x^2-1, & x\leqslant 0.\end{cases}$ 其图形如图 1－6 所示．

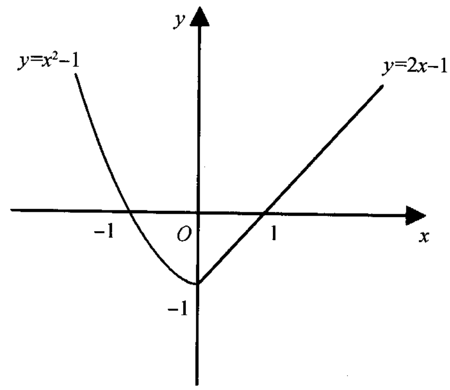


图 1－6

有些函数却不方便用以上三种方法表示，只能给予描述．如取整函数 $y=[x]$，$[x]$表示不超过 x 的最大整数．若 $x=n+r$，n 为整数，$0\leqslant r<1$，则 $y=[x]=n$. 例如当 $x=2.4$ 时，取整函数 $y=2$；当 $x=-3.1$ 时，取整函数 $y=-4$. 该函数的定义域是实数集，值域是整数集，$[x]\leqslant x\leqslant[x]+1$，其图形如图 1－7 所示．

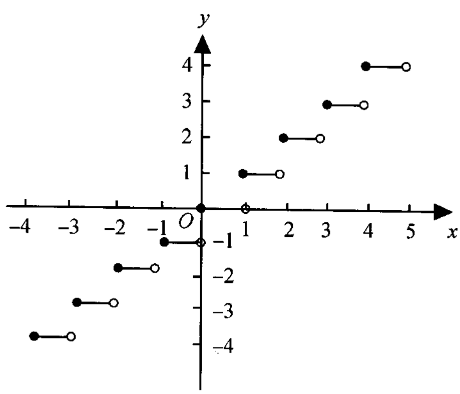


图 1－7

再如狄利克莱（Dirichlet）函数，只能描述为

$$y=D(x)=\begin{cases}1, & \text{当 } x \text{ 为有理数时},\\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数时}.\end{cases}$$

1.2.5 函数定义域的求法

函数定义域 D 的求法：如果函数具有一定的实际背景，其定义域是使实际问题有意义的自变量的取值范围．如果函数关系可用公式表示出来，并未赋予任何实际意义，则该函数的定义域 D 是使函数关系式有意义的自变量的取值范围.

例 1.6 求函数 $y=\sqrt{\lg\frac{5x-x^2}{4}}$的定义域.

解 注意到所给对数的底数大于 1，其真数部分满足

$$\frac{5x-x^2}{4}\geqslant 1,\ 即(x-4)(x-1)\leqslant 0,$$

由此得到

$$x-4\geqslant 0,\ x-1\leqslant 0;$$

$$或\ x-4\leqslant 0,\ x-1\geqslant 0,$$

前一个不等式组无解，后一个不等式组的解为 $1\leqslant x\leqslant 4$，此范围为所求定义域.

例 1.7 设 $y=f(x)=\begin{cases}x+2, & 0\leqslant x\leqslant 2\ 时,\\ x^2, & 2<x\leqslant 4\ 时.\end{cases}$ 求分段函数 $y=f(x-1)$及其定义域.

解 因为 $y=f(x)=\begin{cases}x+2, & 0\leqslant x\leqslant 2,\\ x^2, & 2<x\leqslant 4.\end{cases}$

所以 $f(x-1)=\begin{cases}(x-1)+2, & 0\leqslant x-1\leqslant 2,\\ (x-1)^2, & 2<x-1\leqslant 4.\end{cases}$

即 $f(x-1)=\begin{cases}x+1, & 1\leqslant x\leqslant 3,\\ (x-1)^2, & 3<x\leqslant 5.\end{cases}$

故定义域 $D=[1,\ 5]$.

§1.3 函数的性质

1.3.1 有界性

定义 1.5 设 $f(x)$的定义域为 D，区间 I 是 D 的一个子集. 如果存在一个正数 M，使得对一切的 $x\in I$，都有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称 $f(x)$是区间 I 上的有界函数. 如图 1-8 所示. 若不存在这样的 M，则称 $f(x)$在区间 I 上无界，$f(x)$在区间 I 上无界是指对于任意给定的正数 M，无论 M 有多大，总存在某个 $x_0\in I$，有 $|f(x_0)|>M$. 如图 1-9 所示.

定义 1.6 设 $f(x)$的定义域为 D，区间 S 是 D 的一个子集. 如果存在一个正数 A（或 B），使得对一切的 $x\in S$，都有

$$f(x)\leqslant A\ （或 f(x)\geqslant B）,$$

则称函数 $f(x)$在区间 S 上有上界（或有下界）.

例如，$y=\cos x$ 在$(-\infty,+\infty)$内有界，因为 $|\cos x|\leqslant 1$；而 $y=x^2$ 在$(-\infty,+\infty)$内有下界，但无上界，因此 $y=x^2$ 在$(-\infty,+\infty)$内是无界函数，然而在区间$[-2,2]$上是有界函数.

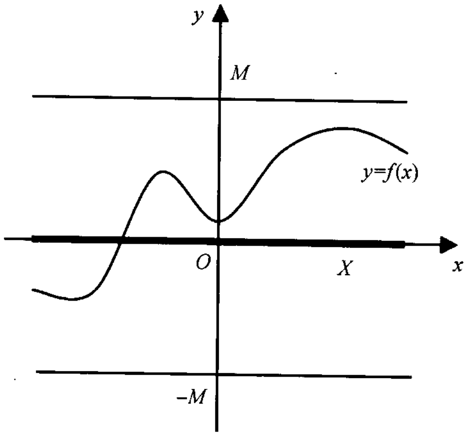


图 1-8

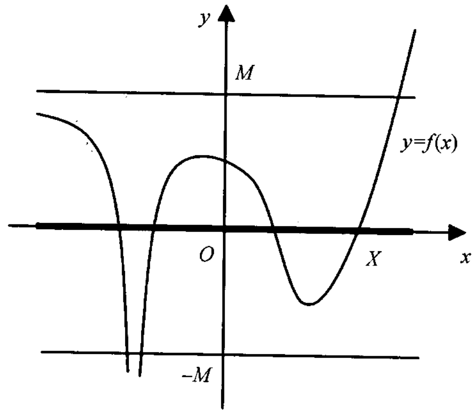


图 1-9

由定义 1.5 和 1.6 可知，有界函数必有上界和下界；函数的有界性是相对于某个区间而言的.

例 1.8 证明函数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ 在其定义域内为有界函数.

证 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

因为 $1+x^2\geqslant 2|x|$,

所以 $|f(x)|=\left|\dfrac{x}{1+x^2}\right|=\dfrac{|x|}{1+x^2}\leqslant\dfrac{\frac{1}{2}(1+x^2)}{1+x^2}=\dfrac{1}{2}$,

由函数有界的定义知 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ 有界.

例 1.9 证明函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 内无界.

证 对于任意给定的 $M>0$，由于总存在这样的 $x_0=\dfrac{1}{M+1}\in(0, 1)$，使 $f(x_0)=M+1>M$ 成立，故由函数无界的定义知 $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $(0, 1)$ 上无界.

例 1.10 证明函数 $f(x)=x\sin x$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内无界.

证 对于任给的 $M>0$，在区间 $(0,+\infty)$ 上总存在这样的 $x_0=2n\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$n\in Z$，使 $f(x_0)=2n\pi+\dfrac{\pi}{2}$. 当 $n>\dfrac{2M-\pi}{4\pi}$ 时，$f(x_0)=2n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ 总比事先所给的 M 还要大，所以 $f(x)=x\sin x$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上无界.

1.3.2 单调性

定义 1.7 设 $y=f(x)$ 的定义域是 D，$I\subset D$，如果对于区间 I 上任意的 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有

$$f(x_1)<f(x_2),$$

则称函数$f(x)$在区间I上是单调递增的函数；如果对于区间I上任意的x_1和x_2，当$x_1<x_2$时，恒有

$$f(x_1)>f(x_2),$$

则称函数$f(x)$在区间I上是单调递减的函数.

当$f(x)$是区间I上单调递增（或单调递减）的函数时，区间I称为函数的单调递增（或单调递减）区间；单调递增函数和单调递减函数统称为单调函数.

单调递增函数的图像沿x轴正向上升，单调递减函数的图像沿x轴正向下降.

例 1.11　设$f(x)$在$(0,+\infty)$上有定义，利用函数单调性的定义证明：若$\dfrac{f(x)}{x}$单调递减，则$f(x_1+x_2)<f(x_1)+f(x_2)$.

证　当$x_2>x_1>0$时，因为$\dfrac{f(x)}{x}$单调递减，由单调性的定义可得

$$\frac{f(x_2)}{x_2}<\frac{f(x_1)}{x_1},$$

即$x_1f(x_2)<x_2f(x_1)$，　(1.1)

因为$x_1+x_2>x_2$，所以$\dfrac{f(x_1+x_2)}{x_1+x_2}<\dfrac{f(x_2)}{x_2}$，即

$$x_2f(x_1+x_2)<x_1f(x_2)+x_2f(x_2). \tag{1.2}$$

将式（1.1）代入式（1.2），得

$$f(x_1+x_2)<f(x_1)+f(x_2).$$

1.3.3　奇偶性

定义 1.8　设D为$f(x)$的定义域，且D关于原点对称，如果对于任意的$x\in D$，总有

$$f(-x)=f(x)$$

成立，则称$f(x)$为偶函数；如果对于任意的$x\in D$，总有

$$f(-x)=-f(x)$$

成立，则称$f(x)$为奇函数.

函数的奇偶性具有下述性质：

（1）有限个奇函数的和为奇函数，有限个偶函数的和为偶函数；

（2）偶数个奇函数的积为偶函数，奇数个奇函数的积为奇函数；

（3）偶函数的图像关于y轴对称；奇函数的图像关于坐标原点对称.

例 1.12　判断$f(x)=F(x)\left(\dfrac{1}{a^x-1}+\dfrac{1}{2}\right)$是否为奇函数．其中$F(x)$是奇函数，$a>0$且$a\neq1$.

解　设$g(x)=\dfrac{1}{a^x-1}+\dfrac{1}{2}$，则

$$g(-x)=\frac{1}{a^{-x}-1}+\frac{1}{2}=\frac{a^x}{1-a^x}+\frac{1}{2}=-\frac{a^x}{a^x-1}+\frac{1}{2}$$

由