



智慧的阶梯

# 初中数学

# 学习方法宝典

马 飞 编著

- 精雕细刻 展示现代高效经典学习方法
- 点睛拔俗 引领学生跨越数学学习门槛
- 光辉典范 激起智慧火花描绘精彩轨迹



金盾出版社  
JINDUN CHUBANSHE

**智慧的阶梯**

**初中数学学习方法宝典**

马 飞 编著

金盾出版社

## 内 容 提 要

本书专门向那些急需掌握数学学习方法的初中生提供一些现代的、实用的方法，更多的是一些具体操作模式。这些方法是依照初中生的思维特点和认识水平编写的，并附有学生喜闻乐见而又引人入胜的例题。学生可以在这些方法引领之下，高屋建瓴，深入本质，切中要害，自觉地跨越数学学习中的各个关隘。

本书是学生智慧的阶梯，也是家长们参考借鉴的法宝。

### 图书在版编目(CIP)数据

智慧的阶梯·初中数学学习方法宝典/马飞编著. —北京:金盾出版社,2007.10

ISBN 978 - 7 - 5082 - 4742 - 7

I. 智… II. 马… III. 数学课—学习方法—初中 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 153209 号

### 金盾出版社出版、总发行

北京太平路 5 号(地铁万寿路站往南)

邮政编码:100036 电话:68214039 83219215

传真:68276683 网址:www.jdcbs.cn

封面印刷:北京印刷一厂

正文印刷:北京兴华印刷厂

装订:双峰装订厂

各地新华书店经销

开本:850×1168 1/32 印张:11.5 字数:286 千字

2007 年 10 月第 1 版第 1 次印刷

印数:1—10000 册 定价:17.00 元

(凡购买金盾出版社的图书,如有缺页、  
倒页、脱页者,本社发行部负责调换)

## 作者简介

马飞，1961年生，陕西榆林市人，大学本科毕业，任多家报刊的特约撰稿人、专栏主持人、编辑、记者。已在《数学通报》等全国性数学刊物上发表论文700余篇，出版智慧的阶梯系列丛书（《初中数学解题思维窍门》、《初中数学策略开放题集锦》、《初中数学解题易错点剖析》、《小学数学解题思维窍门》）等21部专著。在近20年的教学和科研生涯中，总结出一套科学实用的数学教与学的方法。已出版的《马飞数学教室》丛书，得到许多老师、学生和有关专家的广泛好评，省市报纸、电台、电视台曾多次报道其先进事迹，名字和学术业绩已被收入《世界名人录》。

# 前　　言

在我们的周围不乏有这样的事例，有些同学天天埋头钻研数学，考试成绩总是不够理想，而有的同学玩得尽兴，数学成绩却依然拔尖。这是为什么呢？一个很重要的原因就是学习方法问题。

本书就是专门向那些急需掌握数学学习方法的同学们，提供一些现代的、实用的方法，更多的是一些具体操作模式。若学习知识是此岸，使知识转化为应用则是彼岸，那么本书的特色和魅力是将你的知识和技能有机地联系在一起，架设起一座由此岸到彼岸的桥梁。

本书介绍的初中数学学习方法，依照初中生的思维特点和认识水平，将会受到同学们的喜爱。阅读本书能启发同学们迅速掌握学习数学的方法，使学习过程中思想畅通，方法得当，从而创造最佳的学习状态和积极的学习气氛，消除学习障碍，改变学生只是跟在老师后面亦步亦趋，进行机械地重复，让学生找到一条自己开启自己智慧之门的康庄大道。

本书所介绍的方法大部分附有一些学生喜闻乐见而又引人入胜的例题，这些例题囊括了初中数学的基本知识，各显异彩。只要机握好例题的思维方法，并反思其中蕴含的数学思想、数学方法和涉及的知识，就含对其中扑朔迷离的思维过程有所领悟，就可以从这些已经解决了

---

的例题中,找出自己对处理将来问题可能有用的东西,并且把它们变为自己的知识财富,不断积累,不断创新,举一反三,触类旁通。久而久之,头脑容量变大了,思想境界开阔了,解决问题的能力提高了,你会变得聪明了,智慧了,灵气更足了!

同学们由于时间所限,阅读本书时可不拘泥于书中的先后顺序,你对哪一部分内容感兴趣或哪一部分是你急需了解的,可以先读,急用先学,讲求实效。如果你每周对一种方法琢磨琢磨,相信通过半年多的学习定会大有收益。当你一旦在这些学习方法引领之下,将不会感到数学逻辑的难以把握,可以高屋建瓴,深入本质,切中要害,自觉地跨越数学学习中的各个关隘。

本书的出版仅是抛砖引玉,是想使莘莘学子热爱数学,掌握科学实用的数学学习方法,有一个崭新的现代学习观念,在千变万化、无穷无尽的题海中,永远拥有“一叶小舟和一副双桨”,走向学习的成功。

在编著过程中,曾参阅一些有关学习方法的资料,值此书出版之际,向所有先于我们研究学习方法的老师致以衷心的谢意。

愿本书成为你智慧的阶梯!

作者

# 目 录

## 一、现代研究性学习方法

1. 问题探索学习法 ······	(2)	式(二) ······	(14)
用数字 4,5,6 组数 ······	(2)	出人意料的恒等	
日历中的数学 ······	(3)	式(三) ······	(17)
$a=bc$ 隐含的数量		使方程无解的 $k$ ······	(19)
关系 ······	(4)	无理数用“分数”	
奇怪的两位数 ······	(5)	表示 ······	(20)
推导完全平方公式		构成三角形 ······	(21)
又一法 ······	(6)	分等腰三角形 ······	(21)
红颜色的正方体 ······	(7)	添加一个条件 ······	(23)
格点三角形 ······	(8)	组合条件 ······	(25)
一个流行问题 ······	(9)	相似的条件 ······	(26)
改变条件 ······	(11)	黄金矩形 ······	(27)
形式上的简捷 ······	(12)	2. 质疑学习法 ······	(29)
安排条件 ······	(12)	为什么数与量不同 ···	(31)
出人意料的恒等		为什么要用字母	
式(一) ······	(13)	表示数 ······	(32)
出人意料的恒等		解与根有区别吗 ······	(32)

平面直线与空间直线有什么差异	4. 动手实践法	(51)
有理数的运算律在实数范围内适用吗	叠纸盒	(52)
在实数范围内的因式分解与有理数范围内的因式分解有什么不同	先剪后拼	(53)
解方程时哪些变形保持同解	三角板拼图	(54)
解字母系数的方程与解数字系数的方程有区别吗	折纸证明三角形内角和定理	(57)
等边三角形是等腰三角形吗	剪三角形拼矩形	(58)
每个命题都有逆命题吗	剪正方形拼图	(60)
<b>3. 伙伴学习法</b>	<b>5. 创新学习法</b>	(61)
甲乙对话分配律	相反数的多个特征	(61)
视力调查的最佳方案	除法也有分配律	(62)
病床上的问答	不算分子算分母	(63)
小亮与小英	因数分解	(63)
先抓好还是后抓好	逆向思维	(64)
电视大奖赛的亮分	囊中取物	(64)
甲乙共话“SSA”	利用方程解不等式	(65)
妈妈买回的纱巾	一般来说	(66)
	设而不求	(66)
	整式问题分式化	(67)
	你发现的规律	(67)
	二元一次方程组的解	(68)
	从结论入手	(69)
	不要开方要平方	(69)
	一目了然	(70)
	精美的构造	(70)
	<b>6. 一题多变法</b>	(71)

三线八角中的角	最少阶梯 ..... (79)
平分线 ..... (71)	走近纳米世界 ..... (80)
不变的结论(一) ..... (72)	销售标准 ..... (80)
推陈出新 ..... (73)	觅邮路 ..... (81)
不变的结论(二) ..... (74)	出行方案 ..... (83)
让点动起来 ..... (76)	蕴含在万事万物中的 一个数值 ..... (84)
平行四边形的内角	楼房建几层 ..... (86)
平分线 ..... (76)	美丽的四叶花瓣 ..... (87)
<b>7. 数学的眼光 ..... (79)</b>	数学与其他学科 ..... (88)
评委给自己班如何 打分 ..... (79)	<b>8. 电脑学习法 ..... (90)</b>

## 二、高效优化学习方法

<b>1. 问渠哪得清如许， 为有源头活水来 ... (92)</b>	直线、射线和线段 ... (106) 问题、命题和定理 ... (107) 对边与对应边 ... (108) 中线与中垂线 ... (108) 三角形的中线与三角 形的中位线 ... (108) 因式分解与整式 乘法 ... (108) 约分与通分 ... (109)
<b>2. 定理、公式和法则 学习法 ..... (97)</b>	
幂的运算法则 ..... (97)	
乘法公式应用的五个 层次 ..... (98)	
关于勾股定理 ..... (101)	
<b>3. 比较学习法 ..... (104)</b>	
同解变形与恒等 变形 ..... (105)	<b>4. 框架结构法 ..... (111)</b>
性质与判定 ..... (105)	有理数知识框架 ..... (112)
线段、长度和距离 ... (106)	一元一次不等式与 一元一次不等式

组知识框架 .....	(112)	一次函数、反比例函数	
分解因式知识		的图象和性质 .....	(116)
框架 .....	(113)	角 .....	(117)
分式知识框架 .....	(113)	全等三角形 .....	(118)
数的开方知识		平行四边形的	
框架 .....	(114)	性质 .....	(119)
几何基础知识		平行四边形的	
框架 .....	(114)	判定 .....	(120)
<b>5. 知识表解法 .....</b>	<b>(115)</b>	统计概念 .....	(120)
方根的比较 .....	(115)	<b>6. 全局学习法 .....</b>	<b>(122)</b>

### 三、轻松快乐学习方法

<b>1. 趣味学习法 .....</b>	<b>(124)</b>	角 .....	(131)
无理数的发现 .....	(125)	水平线 .....	(131)
隐藏海盗 .....	(126)	垂 直 线 .....	(131)
判断《红楼梦》的作者		点 .....	(131)
.....	(127)	加、减、乘、除 .....	(132)
设计规避战术 .....	(127)	射 线 .....	(132)
<b>2. 歌诀学习法 .....</b>	<b>(129)</b>	坐标系 .....	(132)
同类项 .....	(129)	刘三姐对歌中的	
合并同类项 .....	(129)	不定方程 .....	(133)
一元一次不等式组		因式分解 .....	(133)
的解集 .....	(129)	实 数 .....	(134)
素数 .....	(129)	方 根 .....	(134)
“...”号 .....	(130)	识别同位角、内错角、	
直线 .....	(130)	同旁内角 .....	(134)

## 目 录

三角形中辅助线的一般规律和方法	.....	(135)	一样大	.....	(150)
梯形问题中的常见辅助线	.....	(135)	月亮的直径	.....	(150)
解直角三角形的方法	.....	(135)	上课睡觉	.....	(151)
圆中常见的辅助线	.....	(135)	考试成绩	.....	(151)
3. 数学游戏	.....	(137)	开午饭	.....	(151)
四个 4 的游戏	.....	(137)	谁最吝啬	.....	(151)
商人招徒	.....	(138)	6 个答案	.....	(152)
莱蒙托夫的游戏	.....	(139)	下雨的预报	.....	(152)
一位学生的来信	.....	(140)	十分简单	.....	(152)
猜名次	.....	(141)	颠倒	.....	(152)
猜硬币	.....	(141)	不敢笑	.....	(152)
五个小立方体	.....	(142)	作曲家	.....	(153)
4. 数学谜语	.....	(144)	不到一刻	.....	(153)
打数学名词	.....	(144)	说话没准	.....	(153)
打成语	.....	(147)	五元钱	.....	(153)
乾隆皇帝的数字谜	.....	(148)	做作业	.....	(154)
5. 数学笑话	.....	(150)	十分的把握	.....	(154)
再加两个“0”	.....	(150)	缩写	.....	(154)
			启而不发	.....	(154)
			懒得举手	.....	(155)
			照样推算	.....	(155)
			从“0”开始	.....	(155)
			报喜不报忧	.....	(155)
			白费劲的“结果”	.....	(156)
			股迷之家	.....	(156)
			“张”字	.....	(156)
			一屁股债	.....	(156)

假分数	(157)	便宜	(158)
减负	(157)	纸条上的奥妙	(158)
一丁点儿的		旗杆的高度	(159)
“高兴”	(157)	化归	(159)
两圆相切	(157)	数学家的女朋友	(159)
$2+3=4$	(157)		

## 四、问题转化学习方法

1. 化归学习法	(161)	点·直线·平面·	
有理数的运算	(161)	空间	(171)
不求长度求面积	(162)	设元计算(一)	(173)
从反面入手	(163)	常值换元	(173)
非负数	(163)	设元计算(二)	(174)
化归为三角		从一般入手(一)	(174)
形(一)	(164)	从一般入手(二)	(175)
化归为三角		3. 整体与局部	(177)
形(二)	(164)	铺地砖	(177)
化难为易	(166)	跳棋盘上的圆洞	(178)
化为一元二次		正方形的个数	(179)
方程	(167)	第1001个真分数	(179)
2. 一般与特殊	(168)	零点分段	(180)
一分为二	(168)	数字的结合	(181)
有理数	(168)	把代数式看作整	
过定点	(169)	体(一)	(182)
奇数	(170)	把代数式看作整	
完全平方数	(170)	体(二)	(182)

## 目 录

整体代入	(182)	线段设元	(188)
上坡和下坡	(183)	列方程组求角	(188)
<b>4. 数与形</b>	<b>(185)</b>	列方程组证不等式	(189)
以数轴为载体	(185)	小正方形拼成的大矩形	(189)
奇功独到	(186)	圆中的等边三角形	… (190)
勾股定理与二次根式	(187)		

## 五、问题解决学习方法

<b>1. 解题过程学习法</b>	<b>(193)</b>	大数	(213)
两线合一	(194)	绝对值	(215)
俯首称臣	(195)	换元	(217)
末尾0的个数	(196)	化生为熟	(218)
拆项	(197)	整除问题	(221)
从已知入手	(198)	插入第三个字母	(222)
间接设未知数	(198)	无理数	(223)
降幂	(199)	平方	(225)
逐步通分	(201)	轮换对称方程组	(227)
变更条件	(202)	$a+b+c=0$	(229)
找出第三角	(203)	等角对等边	(230)
三线八角	(203)	三角函数	(232)
圆内接四边形	(205)	<b>3. 一题多解学习法</b>	(235)
<b>2. 举一反三学习法</b>	<b>(206)</b>	浓度问题	(235)
单位分数	(206)	因式分解	(237)
以退为进	(208)	比较大小	(238)
巧妙搭配	(212)	证明等式	(239)

证不等式	(240)	阴影面积	(266)
二元二次方程组	(242)	4. 错中悟理学习法	… (268)
根与系数	(245)	原理不清	(269)
三角形内角和定理	… (247)	疏漏于“0”	(272)
等腰三角形	(249)	考虑不周	(274)
比例线段	(251)	忽视“隐含”	(277)
求角度	(254)	主观臆断	(280)
补 形	(264)	循环论证	(282)

## 六、传统经典学习方法

1. 计划学习法	(285)	5. 作业学习法	(293)
2. 预习学习法	(287)	6. 复习学习法	(297)
3. 听课学习法	(289)	7. “过电影”学习法	… (299)
4. 笔记学习法	(291)	8. 记忆学习法	(300)

## 七、阅读思考学习方法

1. 薄厚读书法	(304)	3. 看参考书学习法	… (309)
2. 读课本学习法	(305)	4. 阅读课外书法	… (311)

## 附 录

### 一、学习方法的光辉典范

——数学家青少年时期的学习故事

1. 只有初中文凭的大 数学家	(313)	2. 自古英雄出少年	… (317)
		3. 中国的妙题妙算	… (318)

## 目 录

4. 从厌恶到好学………	(320)	12. 玫瑰花有几朵 ……	(331)
5. 皇冠上的明珠………	(322)	13. 加德纳另辟蹊径 …	(332)
6. 谷超豪组数………	(323)	14. 美丽的传说 ……	(334)
7. 从小立志攀高峰……	(325)	15. 丢番图的精彩	
8. 张广厚读书………	(327)	妙解……………	(336)
9. 长时间思考………	(328)	16. 抽屉原理 ……	(338)
10. 看懂为止 ……	(329)	17. 强烈的好奇心 ……	(339)
11. 19世纪最伟大的 数学家………	(330)	18. 对一个趣题的 研究……………	(342)

## 二、学习方法的智慧火花

### ——名人的忠告

笛卡尔(一)………	(345)	波利亚(二)………	(346)
华罗庚(一)………	(345)	波利亚(三)………	(346)
陈景润(一)………	(345)	陈省身(一)………	(346)
张广厚………	(345)	欧拉………	(346)
牛顿………	(345)	索勃列夫………	(347)
恩格斯(一)………	(345)	波利亚(四)………	(347)
博诺………	(345)	柯朗………	(347)
托尔斯泰………	(345)	波利亚(五)………	(347)
佚名………	(346)	华罗庚(三)………	(347)
鲁迅………	(346)	苏步青………	(347)
华罗庚(二)………	(346)	Z・S・Y(一)………	(347)
波利亚(一)………	(346)	波利亚(六)………	(347)
D・A・翰逊		拉普拉斯………	(347)
D・F・泰勒 ……	(346)	陈省身(二)………	(347)
笛卡尔(二)………	(346)	Z・S・Y(二)………	(348)

陈景润(二).....	(348)	贝尔纳.....	(349)
培根.....	(348)	居里夫人.....	(349)
达尔文.....	(348)	默森.....	(349)
巴甫洛夫.....	(348)	恩格斯(二).....	(349)
徐利治(一).....	(348)	严济慈.....	(349)
车尔尼雪夫斯基.....	(348)	徐利治(二).....	(349)
颜真卿.....	(348)	杨乐.....	(350)
木村久一.....	(348)	贝多芬.....	(350)
巴尔扎克.....	(348)	歌德.....	(350)
杨振宁.....	(349)	维纳.....	(350)
爱因斯坦.....	(349)		

# 一、现代研究性学习方法

《现代汉语词典》对学习的解释为：从阅读、听讲、研究、实践中获得知识或技能。由此可知，学习有四种基本方式，“研究”是其中的一种。

现代研究性学习指的是一种以“研究”或“探究”为中心的实践性学习活动，包括调查、观察、考察、访问、测量、分析、综合、归纳、实践，等等。通过这些活动，发展学生在开放的学习情境中收集处理信息的能力，发展问题的能力，探究能力和解决问题的能力。

研究性学习是重视学习过程而不是偏重结果的学习活动，强调的是学生经历和体验研究或探究的过程，是以研究为依托，主动地获取知识，发展探究能力和创新精神。因而，在学习过程和学习结果问题上，研究性学习重视学习过程，让学生经历和体验研究过程，形成问题意识和探究意识，以及实事求是的科学态度和科学精神。对初中学生而言，经历过程、丰富经验、增强体验就是目的，在过程中发展综合实践能力是根本目的。因而，实践性是研究性学习的基本特征，注重学生经历和体验探究的过程，成为研究性学习的基本要求之一。

研究性学习作为一种现代学习方式正在逐渐进入数学课堂，将改变以往把学生培养成“不会思考，只会解类型题目的机器”之状况，拓展学生的学习空间，挖掘学生的创新潜能，使学生自主地参与学习，成为学习的真正主人，把学生培养成“会学习、会思考、会解决实际问题”、对社会有用的新时代人才。