

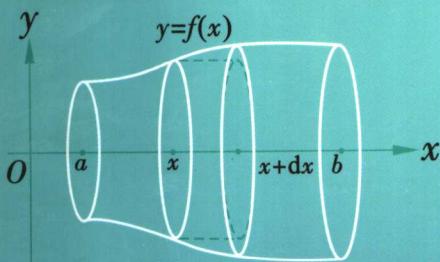
SHIYIWU

普通高等学校经济管理类基础课程“十一五”重点图书规划教材

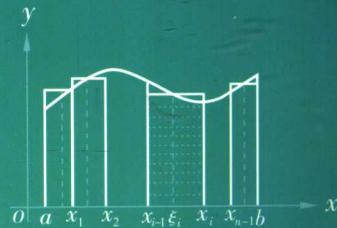
# 微积分

WEIJIFEN

◎丛书主编 李梦如  
◎本册主编 成立社



$$V = \int_a^b \pi [f(x)]^2 dx$$



郑州大学出版社

SHIYIWU

普通高等学校经济管理类基础课程“十一五”重点图书规划教材

# 微积分

WEIJIFEN

◎丛书主编 李梦如  
◎本册主编 成立社



郑州大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

微积分/成立社主编. —郑州:郑州大学出版社,  
2007.5

普通高等学校经济管理类基础课程“十一五”重点图书规划教材  
ISBN 978 - 7 - 81106 - 393 - 6

I . 微… II . 成… III . 微积分 - 高等学校 - 教材  
IV . 0172

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 036891 号

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路 40 号

邮政编码 :450052

出版人 : 邓世平

发行部电话 :0371 - 66966070

全国新华书店经销

河南新丰印刷有限公司印制

开本 : 710 mm × 1 010 mm

1/16

印张 : 30.25

字数 : 575 千字

版次 : 2007 年 5 月第 1 版

印次 : 2007 年 5 月第 1 次印刷

---

书号 : ISBN 978 - 7 - 81106 - 393 - 6 定价 : 40.00 元

本书如有印装质量问题, 请向本社调换

普通高等学校经济管理类基础课程“十一五”重点图书规划教材



## 编写委员会

主任 李梦如

副主任 罗来兴 杨 乔 段清堂 程少华

委员 (以姓氏笔画为序)

王治国 邓俊强 成立社 成军祥

任立顺 刘麦学 李东亚 李庆富

李学志 杨万才 张又林 袁福顺

贾军国 柴新宽 徐少贤 郭运瑞

郭同德 黄 垩 焦万堂 廖静宇



# 《微积分》



主 编 成立社

副主编 (以编写章节次序为序)

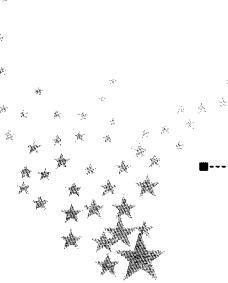
吴志德 张银鹤 霍振宏

许宏伟 张愿章 张玉霞

编 委 成立社 吴志德 张银鹤

霍振宏 许宏伟 张愿章

张玉霞 周世国 毛凤梅

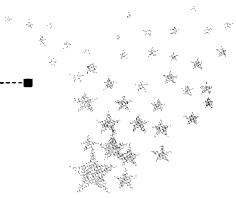


## 内 容 提 要

根据最新颁布的经济管理类本科专业微积分课程的教学基本要求，并结合作者多年来在经济管理类专业微积分课程的教学实践、教学改革所积累的成功教学经验，汲取现行教学改革的一些成功举措，我们编写了这本经济管理类专业的《微积分》教材。全书内容共分十章，内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数应用、不定积分、定积分、无穷级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分、微分方程与差分方程。

该书针对经济管理类学生的接受能力与理解程度讲授《微积分》的基本内容，叙述上由浅入深、语言简练、结构严谨、逻辑清楚，注重微积分在经济管理方面的应用，例题丰富，各章节习题选配适量、典型。

本书可作为高等院校财经、管理、金融等各类专业的教材，也可作为参加经济管理类硕士研究生入学数学考试的参考书。



## 序 言

鉴于当前高等教育形势,教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会于2004年至2005年陆续公布了工科类、经济管理类、医科类的数学基础课程教学基本要求。为了落实“基本要求”,适应我国高等教育发展的需要,有必要对过去的教材进行修订。郑州大学出版社组织了包括郑州大学、华北水利水电学院、中原工学院、郑州轻工业学院、郑州航空工业管理学院、平顶山学院、洛阳师范学院、安阳师范学院等院校的长期在教学一线工作的资深教师,依据“基本要求”编写了一套经济管理类专业的数学基础课程教材,其中有《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》。该套教材的基本特点是忠实于“基本要求”。教材在强调数学基本知识的基础上,适当结合它们在经济、管理上的应用,并力争以数学知识为载体来提高学生的数学素养。教学指导委员会发布的“基本要求”与国家考试中心发布的《研究生入学考试大纲》有一定的差别,为了满足学有余力或有志于报考研究生的同学的需要,这套教材将习题分为(A)、(B)两类。(A)类题目是为实现“基本要求”而设置,(B)类题目是为进一步提高学习水平而设置,它有助于学生参加研究生入学考试。

我国地域辽阔,学校众多,能写出适合自己学校的有特色的教材是值得提倡的。希望这套教材能在实践中逐步改进,成为河南高等教育的一套精品教材。

郑州大学 李梦如  
2007年4月18日

## 前 言

目前,随着我国高等教育的蓬勃发展和教育改革的不断深入,高等院校经济管理类各个专业对数学基础课——微积分,提出了一系列的要求。为了适应这一要求,我们根据教育部最新颁布的经济管理类本科专业微积分课程的教学基本要求,结合作者多年来在经济管理类专业微积分课程的教学实践、教学改革所积累的成功教学经验,汲取了现行教学改革的一些成功举措,编写了这本经济管理类专业的《微积分》教材,并力图使本教材具有以下一些特点:

1. 在教材内容及体系编排上,充分考虑到经济管理类专业教学实际,对传统教学内容作了适当的调整,汲取了国内外最新同类教材的精华,既考虑到经济管理类数学的特点,又考虑到数学的系统性、严谨性,力争使教材内容的叙述深入浅出。
2. 按照认知规律,从典型的几何直观、自然科学与经济分析的例子出发,引出微积分的基本概念、基本理论。引进概念力求自然、简洁,淡化运算上的一些技巧,从简处理了一些定理的证明。
3. 紧密结合章节内容,配备相当数量的典型例题,例题讲解强调基本技能训练和基本概念内涵的理解,培养学生分析和解决问题的能力,提高学生的数学素质。
4. 加强微积分各章节内容在经济管理中的应用,增强学生把数学应用到解决经济管理方面问题的意识和能力。
5. 各章节习题选配适量、典型,其中(A)题为体现基本要求的习题;(B)题为基本内容提高的题目,其大部分是选自近年来全国硕士研究生入学统一考试数学试卷(三)或数学试卷(四)的题目,以备学生进一步学习提高之用。书末附有习题答案与提示,以便于读者参考。

书中打“\*”的内容为选学内容。



## 前言Ⅱ

---

本书由郑州大学成立社任主编,由郑州大学吴志德、郑州轻工业学院张银鹤、中原工学院霍振宏、郑州航空工业管理学院许宏伟、华北水利水电学院张愿章、郑州航空工业管理学院张玉霞任副主编。参加本书编写的还有郑州大学周世国、平顶山学院毛凤梅。本书全部插图由成立社绘制,全书由成立社拟定编写大纲并对全部书稿进行统编、修改和定稿。

特别要感谢河南省唯一首届全国优秀教学名师、郑州大学数学系教授李梦如在百忙中主审了全书,并提出了具有建设性的意见,为本书增色不少。本书还得到了郑州大学数学系、河南省各参编院校有关领导的支持与鼓励,也得到了众多同行的热心帮助。在编写过程中还参阅了有关作者的书籍。郑州大学出版社的戚鹏同志也对本书的编写给予了热情的支持,郑州大学数学系刘华民老师与主编一起讨论了本书编写大纲的制定并提出了很多有益的建议。郑州大学数学系罗来兴副主任对于本书从组织编写到成稿给予了很大的帮助。完稿后郑州大学数学系施仁杰教授精心通读了本书初稿,并提出了很多实质性的建议。在此向他们一并表示衷心的感谢。

编者主观上力求编写出一本高质量的教材,尽管数易其稿,但由于编者水平有限,加之时间仓促,教材中难免存在某些缺陷和不足,恳请读者与使用本书的教师批评指正。

编者

2007年3月28日

# 『目 录』

## Contents

### 第1章 函数

1.1 集合及其运算 .....	1
1.1.1 集合的概念 .....	1
1.1.2 集合的运算 .....	2
1.1.3 实数的绝对值及其性质 .....	3
1.1.4 区间与邻域 .....	3
习题 1.1 .....	4
1.2 函数的概念与具有某种特性的函数 .....	5
1.2.1 常量与变量 .....	5
1.2.2 函数的概念 .....	6
1.2.3 具有某种特性的函数 .....	9
习题 1.2 .....	13
1.3 反函数与复合函数 .....	14
1.3.1 反函数 .....	14
1.3.2 复合函数 .....	16
习题 1.3 .....	17
1.4 初等函数 .....	18
1.4.1 基本初等函数 .....	18
1.4.2 初等函数 .....	22
习题 1.4 .....	23
1.5 函数关系的建立及经济学中常用的函数 .....	23
1.5.1 函数关系的建立 .....	23
1.5.2 经济学中常用的函数 .....	24
习题 1.5 .....	27

## 第2章 极限与连续

2.1 数列的极限.....	29
2.1.1 数列的基本概念.....	29
2.1.2 数列的极限.....	30
2.1.3 收敛数列的几个性质.....	33
习题 2.1 .....	34
2.2 函数的极限与极限的性质.....	35
2.2.1 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $f(x)$ 的极限 .....	35
2.2.2 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限 .....	37
2.2.3 两种特殊的变量——无穷小量与无穷大量.....	39
2.2.4 极限的性质.....	42
习题 2.2 .....	42
2.3 极限的四则运算及两个重要极限.....	43
2.3.1 极限的四则运算法则.....	44
2.3.2 复合函数的极限运算法则 .....	46
2.3.3 极限存在准则与两个重要极限.....	48
习题 2.3 .....	54
2.4 无穷小的比较.....	56
2.4.1 无穷小比较的定义.....	57
2.4.2 等价无穷小替换定理.....	57
习题 2.4 .....	59
2.5 函数的连续性.....	60
2.5.1 连续函数的概念.....	61
2.5.2 连续函数的运算性质及初等函数的连续性.....	63
2.5.3 函数的间断点及其分类 .....	65
2.5.4 闭区间上连续函数的性质.....	66
习题 2.5 .....	69

## 第3章 导数与微分

3.1 导数的概念.....	72
3.1.1 概念的引入.....	72
3.1.2 导数的定义.....	73

3.1.3 导数的意义 .....	76
3.1.4 函数的可导性与连续性之间的关系 .....	76
3.1.5 求导举例 .....	78
习题 3.1 .....	80
3.2 导数运算法则与基本公式 .....	82
3.2.1 导数运算法则 .....	82
3.2.2 导数基本公式汇总及求导举例 .....	88
3.2.3 隐函数求导法 .....	90
3.2.4 对数求导法 .....	91
*3.2.5 由参数方程所确定的函数的求导法 .....	92
习题 3.2 .....	93
3.3 高阶导数 .....	95
3.3.1 高阶导数的概念 .....	95
3.3.2 高阶导数的运算法则 .....	96
习题 3.3 .....	98
3.4 微分 .....	100
3.4.1 微分的概念 .....	100
3.4.2 可微与可导之间的关系 .....	101
3.4.3 微分的几何意义 .....	102
3.4.4 微分运算法则与微分基本公式 .....	103
3.4.5 一阶微分形式的不变性 .....	103
3.4.6 微分在近似计算中的应用 .....	104
习题 3.4 .....	106
3.5 导数在经济分析中的初步应用——边际分析 .....	107
3.5.1 边际的概念 .....	107
3.5.2 边际分析 .....	108
习题 3.5 .....	110

#### 第 4 章 微分中值定理与导数应用

4.1 微分中值定理 .....	112
4.1.1 罗尔(Rolle)定理 .....	112
4.1.2 拉格朗日(Lagrange)中值定理 .....	114
4.1.3 柯西(Cauchy)中值定理 .....	117
习题 4.1 .....	118

4.2 未定式的定值法——洛必达法则 .....	119
4.2.1 第一类未定式的极限 .....	120
4.2.2 第二类未定式的极限 .....	123
4.2.3 第三类未定式的极限 .....	123
习题 4.2 .....	124
4.3 函数单调性的判定 .....	126
4.3.1 函数单调性的判定法 .....	126
4.3.2 函数单调性判定法的其他应用 .....	127
习题 4.3 .....	128
4.4 函数的极值与最值 .....	129
4.4.1 函数的极值及其求法 .....	129
4.4.2 函数的最大值与最小值 .....	133
4.4.3 函数最值在经济分析中的应用举例 .....	135
习题 4.4 .....	138
4.5 曲线的凹凸与拐点 .....	140
4.5.1 曲线的凹凸及其判定法 .....	140
4.5.2 曲线的拐点及其求法 .....	141
习题 4.5 .....	143
4.6 函数图形的描绘 .....	144
4.6.1 曲线的渐近线 .....	144
4.6.2 函数图形的描绘 .....	146
习题 4.6 .....	148
4.7 导数在经济分析中的进一步应用——弹性分析 .....	149
4.7.1 弹性的概念 .....	149
4.7.2 弹性分析 .....	150
习题 4.7 .....	154

## 第 5 章 不定积分

5.1 不定积分的概念与性质 .....	156
5.1.1 原函数与不定积分的概念 .....	156
5.1.2 不定积分的几何意义 .....	159
5.1.3 不定积分的性质 .....	159
5.1.4 基本积分公式 .....	160
5.1.5 不定积分在经济方面的简单应用举例 .....	162

习题 5.1 .....	163
5.2 换元积分法 .....	164
5.2.1 第一换元积分法 .....	165
5.2.2 第二换元积分法 .....	169
习题 5.2 .....	173
5.3 分部积分法 .....	175
习题 5.3 .....	179
*5.4 两种特殊类型函数的积分举例 .....	180
5.4.1 有理函数的积分 .....	181
5.4.2 三角有理函数的积分 .....	183
习题 5.4 .....	185

## 第 6 章 定积分及其应用

6.1 定积分的概念与性质 .....	186
6.1.1 定积分概念的引入举例 .....	186
6.1.2 定积分的定义 .....	188
6.1.3 定积分的性质 .....	190
6.1.4 定积分的几何意义 .....	194
习题 6.1 .....	195
6.2 微积分基本定理与基本公式 .....	196
6.2.1 微积分基本定理 .....	197
6.2.2 微积分基本公式 .....	199
习题 6.2 .....	201
6.3 定积分的换元法与分部积分法 .....	203
6.3.1 定积分的换元积分法 .....	204
6.3.2 定积分的分部积分法 .....	206
习题 6.3 .....	208
6.4 定积分的应用 .....	210
6.4.1 定积分的微元法 .....	210
6.4.2 定积分的几何应用 .....	212
6.4.3 定积分在经济方面的应用举例 .....	218
习题 6.4 .....	221
6.5 广义积分初步 .....	222
6.5.1 无穷区间上的广义积分 .....	223

6.5.2 无界函数的广义积分 .....	225
6.5.3 $\Gamma$ 函数与 $B$ 函数 .....	227
习题 6.5 .....	230

## 第 7 章 无穷级数

7.1 常数项级数的概念与性质 .....	232
7.1.1 常数项级数的概念 .....	232
7.1.2 常数项级数的收敛与发散 .....	233
7.1.3 级数的基本性质 .....	235
习题 7.1 .....	239
7.2 正项级数及其敛散性的判别法 .....	240
7.2.1 正项级数收敛的基本定理 .....	241
7.2.2 比较判别法 .....	242
7.2.3 比值判别法 .....	245
7.2.4 根值判别法 .....	247
习题 7.2 .....	248
7.3 任意项级数及其敛散性的判别法 .....	250
7.3.1 交错级数及其收敛判别法 .....	250
7.3.2 绝对收敛与条件收敛 .....	252
习题 7.3 .....	255
7.4 幂级数 .....	256
7.4.1 函数项级数的概念 .....	256
7.4.2 幂级数及其收敛区间 .....	258
7.4.3 幂级数的性质 .....	261
习题 7.4 .....	264
7.5 函数展开成幂级数 .....	265
7.5.1 泰勒(Taylor)中值定理 .....	265
7.5.2 泰勒级数 .....	266
7.5.3 函数展开成幂级数的方法 .....	268
7.5.4 幂级数的应用举例 .....	272
习题 7.5 .....	274

## 第 8 章 向量代数与空间解析几何

8.1 空间直角坐标系 .....	277
-------------------	-----

8.1.1 空间直角坐标系的定义 .....	277
8.1.2 空间两点间的距离 .....	278
习题 8.1 .....	279
8.2 向量及其线性运算 .....	279
8.2.1 向量的概念 .....	279
8.2.2 向量的线性运算 .....	280
8.2.3 向量在轴上的投影 .....	282
8.2.4 向量的坐标 .....	283
8.2.5 向量线性运算的坐标表示 .....	284
8.2.6 向量的模及方向余弦的坐标表示 .....	285
习题 8.2 .....	287
8.3 向量的乘积运算 .....	288
8.3.1 向量的数量积 .....	288
8.3.2 向量的向量积 .....	290
习题 8.3 .....	292
8.4 平面与直线 .....	293
8.4.1 平面 .....	293
8.4.2 直线 .....	298
习题 8.4 .....	302
8.5 曲面与曲线 .....	304
8.5.1 曲面及其方程 .....	304
8.5.2 曲线方程 .....	308
8.5.3 常见二次曲面的标准方程及其图形 .....	310
习题 8.5 .....	314

## 第 9 章 多元函数微积分

9.1 多元函数的概念 .....	316
9.1.1 平面点集 .....	316
9.1.2 多元函数的定义 .....	318
9.1.3 二元函数的极限 .....	319
9.1.4 二元函数的连续性 .....	321
习题 9.1 .....	323
9.2 偏导数 .....	324
9.2.1 偏导数的概念 .....	324

9.2.2 高阶偏导数 .....	327
9.2.3 偏导数在经济分析中的应用 .....	328
习题 9.2 .....	331
9.3 全微分 .....	332
9.3.1 全微分的定义 .....	332
9.3.2 可微与连续、偏导数存在之间的关系 .....	333
9.3.3 全微分在近似计算中的应用 .....	334
习题 9.3 .....	335
9.4 复合函数与隐函数的求导法则 .....	336
9.4.1 复合函数的求导法则 .....	336
9.4.2 隐函数的求导法则 .....	340
习题 9.4 .....	343
9.5 多元函数的极值与最值 .....	344
9.5.1 二元函数的极值 .....	344
9.5.2 二元函数的最大值与最小值 .....	346
9.5.3 条件极值、Lagrange 乘数法 .....	348
9.5.4 多元函数最值在经济分析中的应用举例 .....	350
习题 9.5 .....	351
9.6 二重积分 .....	352
9.6.1 二重积分的定义 .....	352
9.6.2 二重积分的性质 .....	354
9.6.3 二重积分的几何意义 .....	356
9.6.4 二重积分的计算方法 .....	357
9.6.5 二重积分在几何上的简单应用 .....	365
9.6.6 无界区域上的广义二重积分 .....	366
习题 9.6 .....	368

## 第 10 章 微分方程与差分方程

10.1 微分方程的基本概念 .....	371
10.1.1 引例 .....	371
10.1.2 微分方程的基本概念 .....	372
10.1.3 微分方程解的几何意义 .....	373
习题 10.1 .....	374
10.2 一阶微分方程 .....	375