21世纪高等职业教育规划教材

数学系列

经济数学

JINGJI SHUXUE

■ 主编 朱双荣

■ 主审 韩新社

SHUXUE

教育部直属师范大学
华中师范大学出版社

21世纪高等职业教育规划教材

数 学 系 列

经济数学

JINGJI SHUXUE

主　编　朱双荣
副主编　阮淑萍　姜淑莲
　　　　刘　希
主　审　韩新社

教育部直属师范大学
华中师范大学出版社

SHUXUE

内容提要

本书是根据高职高专《经济数学基础课程教学基本要求》，结合数学教学改革的实际经验，按照“以应用为目的、以必须够用为度”的原则编写而成.内容分为五个部分共十二章，各部分之间既相互独立，又互相衔接、逐层递进.

内容包括：微分学；积分学；矩阵代数及其应用；概率统计；运筹学初步.

本书可作为高职高专教育的经济与管理类专业教材，也可供成人高等教育或管理人员自学以及有关人员参加自学考试参考使用.

新出图证(鄂)字10号

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/朱双荣主编.—武汉：华中师范大学出版社，2007.8

(21世纪高等职业教育规划教材·数学系列)

ISBN 978-7-5622-3547-7

Ⅰ.经…　Ⅱ.朱…　Ⅲ.经济数学—高等学校：技术学校—教材

Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第106328号

经济数学

主　　编：朱双荣©

责任编辑：郑学群　　责任校对：刘　峥　　封面设计：罗明波

选题策划：第二编辑室　　电话：027－67867362

出版发行：华中师范大学出版社

社　　址：湖北省武汉市武昌珞喻路152号

电　　话：027－67863040　67867076(发行部)　027－67861321(邮购)

传　　真：027－67863291

网　　址：http://www.ccnupress.com　电子信箱：hscbs@public.wh.hb.cn

经　　销：新华书店湖北发行所

印 刷 者：武汉理工大印刷厂　　督　　印：章光琼

字　　数：380千字

开　　本：787 mm×960 mm　1/16　　印　　张：20

版　　次：2007年8月第1版　　印　　次：2007年8月第1次印刷

印　　数：1－3 100

定　　价：30.00元

欢迎上网查询、购书

前 言

近年来，我国高等职业技术教育有了突飞猛进的发展.为了达到高职高专的培养目标，培养德、智、体、美等方面全面发展的高等技术应用型人才，我们在从事多年高职教学实践和经验的基础上，编写了这本具有高职高专特色的经济类和管理类专业数学教材.

在编写本教材时，我们参照高职高专《经济数学基础课程教学基本要求》，结合数学教学改革的实际经验，从高职教育的实际出发，按照“以应用为目的，以必须够用为度”的原则，以“理解基本概念、掌握运算方法及应用”为依据，删去了不必要的逻辑推导，强化了基本概念的教学，淡化了数学运算技巧的训练，突出了实际应用(特别是经济应用)能力的培养.

本教材在编写时，力求应用性强，适用面宽，文字简明通顺，加大信息量，渗透现代数学思想.本书注意从实际问题中引入概念，注意把握好理论推导的深度，注重基本运算能力、分析问题和解决问题能力的培养，贯彻理论联系实际和启发式教学原则，深入浅出，通俗易懂，便于教师讲授和读者自学.因此，本书除可作为高职高专经济类和管理类专业教学用书外，也可作为其他大专层次的教学用书和广大自学者的自学用书.

本书内容分为五个部分共十二章.第一部分：微分学(函数，极限与连续，导数和微分，导数的应用)；第二部分：积分学(不定积分、定积分及其应用、微分方程)；第三部分：矩阵代数及其应用(矩阵与行列式，线性方程组)；第四部分：概率统计(概率论，数理统计)；第五部分：运筹学初步(线性规划，投入产出法).

本书各节后附有习题，附录中给出了答案或提示.

本书第一、九、十章由武汉船舶职业技术学院姜淑莲副教授编写；第二、三章由武汉船舶职业技术学院阮淑萍副教授编写；第四、五章由武汉船舶职业技术学院朱双荣副教授编写；第六章由武汉工业职业技术学院刘希老师编写；第七、八章由武汉船舶职业技术学院王文平副教授编写；第十一章由武汉船舶职业技术学院朱春浩副教授编写；第十二章由武汉船舶职业技术学院王磊老师编写.

本书由朱双荣任主编；阮淑萍、姜淑莲、刘希任副主编；武汉船舶职业技术学院数学教研室主任韩新社副教授任主审.由朱双荣统稿、定稿.

本书在编写过程中，得到了武汉船舶职业技术学院教务处及其他部门的大力

支持，同时也得到了武汉工业职业技术学院刘希老师的帮助，在此向他们谨致谢意. 同时，我们还特别感谢华中师范大学出版社在本书编写与出版过程中的积极支持与帮助.

由于作者水平有限，不妥与错误在所难免，敬请专家、同仁和广大读者批评指正，以便我们修订提高.

编者

2007年5月

目　录

第一部分　微分学

第1章　函数　极限与连续 …… 1
1.1　函数 …… 1
1.1.1　常量与变量 …… 1
1.1.2　函数的概念 …… 1
1.1.3　函数的几种简单性质 …… 4
1.1.4　反函数及复合函数 …… 6
1.1.5　初等函数 …… 8
1.1.6　经济学中常用的函数 …… 11
习题1.1 …… 14
1.2　函数的极限 …… 15
1.2.1　极限概念 …… 15
1.2.2　函数极限的四则运算 …… 18
1.2.3　两个重要极限 …… 19
1.2.4　无穷小与无穷大　无穷小阶的比较 …… 21
1.2.5　极限在经济中的应用 …… 24
习题1.2 …… 25
1.3　函数的连续性 …… 27
1.3.1　函数连续性的概念 …… 27
1.3.2　连续函数的基本性质 …… 28
1.3.3　函数的间断点及其分类 …… 30
1.3.4　闭区间上连续函数的性质 …… 31
习题1.3 …… 32
第2章　导数和微分 …… 33
2.1　导数的概念 …… 33
2.1.1　引例 …… 33
2.1.2　导数的定义 …… 34
2.1.3　导数的几何意义 …… 36
2.1.4　可导与连续的关系 …… 36
习题2.1 …… 37

2.2 导数的基本公式和运算法则 …… 37
2.2.1 几个基本初等函数的导数 …… 37
2.2.2 函数四则运算的求导法则 …… 39
2.2.3 复合函数的导数 …… 41
2.2.4 隐函数的导数 …… 43
2.2.5 导数的基本公式 …… 45
2.2.6 高阶导数 …… 45
习题 2.2 …… 46
2.3 微分 …… 47
2.3.1 微分的定义 …… 47
2.3.2 微分的运算法则 …… 49
2.3.3 微分在近似计算中的应用 …… 51
习题 2.3 …… 52
第 3 章 导数的应用 …… 54
3.1 微分中值定理 …… 54
3.1.1 罗尔定理 …… 54
3.1.2 拉格朗日中值定理 …… 55
习题 3.1 …… 56
3.2 罗必塔法则 …… 56
3.2.1 $\frac{0}{0}$型未定式 …… 56
3.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$型未定式 …… 58
3.2.3 其他类型未定式 …… 59
习题 3.2 …… 60
3.3 函数的单调性 …… 60
习题 3.3 …… 62
3.4 函数的极值 …… 62
3.4.1 函数的极值 …… 62
3.4.2 函数的最大值和最小值 …… 64
习题 3.4 …… 67
3.5 曲线的凹凸性和拐点 …… 67
3.5.1 曲线的凹凸性 …… 68
3.5.2 曲线的拐点 …… 69
习题 3.5 …… 70
3.6 边际分析与弹性分析 …… 71

3.6.1 函数的变化率——边际函数 …… 71
3.6.2 边际成本分析 …… 71
3.6.3 边际利润分析 …… 72
3.6.4 函数的相对变化率——函数的弹性 …… 73
习题 3.6 …… 78
3.7 偏导数与全微分 …… 78
3.7.1 偏导数与全微分的概念 …… 79
3.7.2 二元函数的极值 …… 81
习题 3.7 …… 82

第二部分 积分学

第4章 不定积分 …… 83
4.1 不定积分的概念 …… 83
4.1.1 原函数 …… 83
4.1.2 不定积分 …… 85
4.1.3 不定积分的几何意义 …… 85
习题 4.1 …… 86
4.2 不定积分的基本公式和运算法则(直接积分法) …… 86
4.2.1 不定积分的基本公式 …… 86
4.2.2 不定积分的运算法则 …… 88
4.2.3 直接积分法 …… 88
习题 4.2 …… 90
4.3 第一类换元积分法 …… 90
习题 4.3 …… 96
4.4 第二类换元积分法 …… 97
习题 4.4 …… 100
4.5 分部积分法 …… 101
习题 4.5 …… 104
第5章 定积分及其应用 …… 105
5.1 定积分的概念 …… 105
5.1.1 两个实例 …… 105
5.1.2 定积分的定义 …… 108
5.1.3 定积分的几何意义 …… 109
习题 5.1 …… 112
5.2 定积分的性质 …… 112
习题 5.2 …… 115

5.3 微积分基本定理 …… 115
5.3.1 积分上限函数 …… 116
5.3.2 微积分基本定理 …… 118
习题 5.3 …… 119
5.4 定积分的换元法与分部积分法 …… 120
5.4.1 定积分的换元法 …… 120
5.4.2 定积分的分部积分法 …… 122
习题 5.4 …… 123
5.5 定积分在经济分析中的应用 …… 123
5.5.1 已知边际量求总量 …… 124
5.5.2 利润、产量与开工时数的最佳值的确定 …… 125
5.5.3 资本存量问题 …… 125
习题 5.5 …… 126
5.6 广义积分 …… 126
5.6.1 无穷区间上的广义积分 …… 126
5.6.2 有无穷间断点函数的广义积分 …… 128
习题 5.6 …… 130
5.7 二重积分 …… 130
5.7.1 二重积分的概念 …… 130
5.7.2 二重积分的性质 …… 133
5.7.3 二重积分的计算 …… 134
习题 5.7 …… 139
第 6 章 微分方程 …… 140
6.1 微分方程的概念 …… 140
6.1.1 引例 …… 140
6.1.2 微分方程的概念 …… 141
习题 6.1 …… 143
6.2 一阶微分方程 …… 143
6.2.1 可分离变量的微分方程 …… 144
6.2.2 一阶线性微分方程 …… 146
习题 6.2 …… 150
6.3 二阶常系数线性微分方程 …… 151
6.3.1 二阶常系数线性微分方程的形式 …… 151
6.3.2 二阶常系数线性微分方程解的结构 …… 151
6.3.3 二阶常系数线性齐次微分方程的解法 …… 152

6.3.4 二阶常系数线性非齐次微分方程的解法 …… 154
习题 6.3 …… 157

第三部分 矩阵代数及其应用

第 7 章 矩阵与行列式 …… 158
7.1 矩阵 …… 158
7.1.1 矩阵的定义 …… 158
7.1.2 几种特殊的矩阵 …… 159
7.1.3 矩阵的相等 …… 161
7.1.4 矩阵的运算 …… 161
习题 7.1 …… 167
7.2 行列式 …… 168
7.2.1 行列式的概念 …… 168
7.2.2 拉普拉斯展开法 …… 170
7.2.3 行列式的性质 …… 173
习题 7.2 …… 178
7.3 逆矩阵及其求法 …… 179
7.3.1 线性方程组的矩阵表示 …… 179
7.3.2 逆矩阵的概念 …… 180
7.3.3 非奇异矩阵与伴随矩阵 …… 180
7.3.4 逆矩阵的存在性及其求法 …… 181
7.3.5 逆矩阵的性质 …… 182
习题 7.3 …… 183
7.4 矩阵的秩与初等变换 …… 184
7.4.1 矩阵的秩 …… 184
7.4.2 矩阵的初等变换 …… 185
7.4.3 利用初等变换求矩阵的秩 …… 187
习题 7.4 …… 188
第 8 章 线性方程组 …… 189
8.1 克莱姆法则 …… 189
习题 8.1 …… 191
8.2 用逆矩阵法解线性方程组 …… 191
8.2.1 利用初等变换求逆矩阵 …… 191
8.2.2 用逆矩阵法解线性方程组 …… 192
习题 8.2 …… 193
8.3 用初等变换法解线性方程组 …… 194

习题 8.3 …… 197
8.4 线性方程组解的判定 …… 197
习题 8.4 …… 201

第四部分 概率统计

第 9 章 概率论 …… 202
9.1 随机事件与概率 …… 203
9.1.1 随机事件 …… 203
9.1.2 事件的频率和概率 …… 207
9.1.3 概率的基本性质 …… 211
9.1.4 条件概率及其应用 …… 212
习题 9.1 …… 218
9.2 随机变量及其分布 …… 220
9.2.1 随机变量及其分布函数 …… 220
9.2.2 离散型随机变量及其分布 …… 222
9.2.3 连续型随机变量及其分布 …… 227
习题 9.2 …… 233
9.3 随机变量的数字特征 …… 235
9.3.1 数学期望 …… 235
9.3.2 方差 …… 240
习题 9.3 …… 243
第 10 章 数理统计 …… 244
10.1 随机抽样 …… 244
10.1.1 几个基本概念 …… 244
10.1.2 样本的数字特征 …… 246
习题 10.1 …… 249
10.2 参数估计 …… 249
习题 10.2 …… 253
10.3 一元线性回归 …… 254
习题 10.3 …… 256

第五部分 运筹学初步

第 11 章 线性规划 …… 257
11.1 线性规划问题及数学模型 …… 257
11.1.1 实际问题的线性规划的数学模型的建立 …… 257
11.1.2 数学模型 …… 259
11.1.3 标准形式 …… 260

习题 11.1 …… 262
11.2 线性规划问题的解及性质…… 263
11.2.1 线性规划问题的解 …… 263
11.2.2 解的性质…… 263
11.3 线性规划的图解法…… 263
习题 11.2 …… 266
11.4 单纯形法* …… 267
11.4.1 基本概念…… 267
11.4.2 引例和思路 …… 269
11.4.3 解法步骤…… 273
习题 11.3 …… 276
第 12 章 投入产出法 …… 278
12.1 投入产出模型的基本结构…… 278
12.1.1 投入产出表 …… 278
12.1.2 投入产出平衡方程组 …… 279
12.2 消耗系数…… 281
12.2.1 直接消耗系数 …… 281
12.2.2 完全消耗系数 …… 283
习题 12.1 …… 284
12.3 平衡方程组…… 285
12.3.1 解产品分配平衡方程组 …… 285
12.3.2 解生产消耗平衡方程组 …… 286
习题 12.2 …… 288
12.4 投入产出法的简单应用…… 288
12.4.1 用于经济计划 …… 288
12.4.2 进行经济预测 …… 290
12.4.3 确定就业水平 …… 291
习题 12.3 …… 293
附录 1 普阿松分布表 …… 294
附录 2 标准正态分布的分布函数表 …… 295
附录 3 习题答案 …… 296
参考文献…… 309

第一部分 微 分 学

第1章 函数 极限与连续

函数是微积分学研究的基本对象，它是变量之间的相互关系的抽象；极限是微积分学研究问题的主要方法，它是现实世界各种变量"变化趋势"的概括；函数的连续是一种特殊的极限问题，且连续函数是微积分学研究的重要对象.

本章在复习和加深函数有关知识的基础上，讨论函数的极限和函数的连续性等问题.

1.1 函数

1.1.1 常量与变量

人们在观察研究某一运动过程时，会遇到许多不同的量，其中有的量在运动过程中不起变化，也就是保持一定的数值，这种量叫做常量；还有一些量在运动过程中是变化着的，也就是可以取不同的数值，这种量叫做变量. 例如，在自由落体运动过程中，物体垂直下落的距离和时间的关系为 $s=\frac{1}{2}gt^2$，其中 t 为时间，g 为重力加速度，在这个过程中，时间 t 和距离 s 为变量，重力加速度 g 为常量. 但严格来说，g 也应当是一个变量，因为每一点的重力加速度 g 与该点所处的位置和地心之间的距离有关，然而在一个运动过程中，物体垂直下落的距离不是很大，那么重力加速度 g 的变化就很小，因而可以近似地将 g 看作常量.

1.1.2 函数的概念

在同一运动过程中，往往同时有几个变量在变化着，这几个变量并不是孤立地变化，而是相互联系并遵循着一定的变化规律，现在我们就两个变量的情形举几个

例子.

例 1 考虑圆的面积 A 与它的半径 r 之间的关系.

大家知道,它们之间的关系由 $A=\pi r^2$ 给定. 当半径 r 在区间 $(0,+\infty)$ 内任意取定一个数值时,由上式就可以确定圆的面积 A 的相应数值.

例 2 自由落体运动规律为 $s=\frac{1}{2}gt^2$,式中:

s——下降距离;

t——时间;

g——重力加速度.

这个公式给出了物体在自由落体运动的过程中,距离 s 和时间 $t(t\geqslant 0)$之间的依赖关系. 抽去上面几个例子中所考虑的量的实际意义,它们都表达了两个变量之间的相依关系,这种相依关系给出了一种对应法则,根据这一法则,当其中一个变量在其变化范围内任意取定一个数值时,另一个变量就有确定的值与之对应. 两个变量之间的这种对应关系就是函数概念的实质.

1.1.2.1 函数的定义

定义 1.1 设有两个变量 x 和 y,D 为一个非空实数集. 如果对于每个数 $x\in D$,变量 y 按照一定法则总有唯一确定的数值和它对应,则称 y 是定义在数集 D 上的 x 的函数,记作 $y=f(x)$,数集 D 叫做这个函数的定义域,x 叫做自变量,y 叫做因变量.

当 x 取值 x_0 时,与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$在点 x_0 处的函数值,记作 $f(x_0)$或 $y|_{x=x_0}$. 当 x 取遍数集 D 中的各个数值时,对应的函数值的全体组成的集合 $M=\{y|y=f(x),x\in D\}$称为函数的值域.

1.1.2.2 确定函数的两个要素

函数的定义域反映了自变量 x 与因变量 y 之间的依赖关系,它涉及定义域、对应法则和值域. 显然,只要定义域和对应法则是确定的,则值域也就确定了,因此函数的定义域和对应法则是确定函数的两个要素. 两个函数,只要它们的定义域和对应法则相同,就是相同的函数,与用什么字母和符号表示自变量和因变量无关.

例如 $y=x^2$ 与 $y=t^2$ 就是相同的函数.

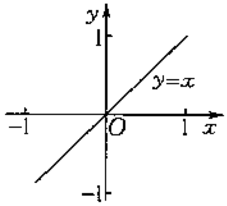
例 3 判断下列各对函数是否相同:

(1) $y=x$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$; (2) $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$.

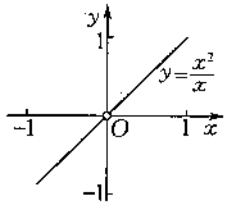
解 (1) $y=x$ 的定义域是 $D=(-\infty,+\infty)$;$y=\frac{x^2}{x}$的定义域是 $D=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

它们的定义域不同,所以这两个函数不是相同的函数. 如图 1-1(a),(b)所示.

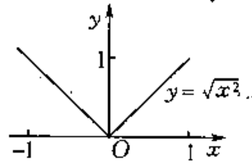
(2) 这两个函数的定义域都是$(-\infty,+\infty)$,但它们的对应法则不同,当$x<0$时,$y=x$对应的函数值$y<0$;而$y=\sqrt{x^2}$对应的函数值$y>0$,所以它们也不是相同的函数.如图 1-1(c)所示.



(a)



(b)



(c)

图 1-1

确定函数的定义域一般分为两种情况:

(1) 如果函数是联系着实际问题来考虑的,其定义域应根据实际问题而定.如在例 1 中定义域$D=(0,+\infty)$;在例 2 中,定义域$D=[0,T]$,T为物体着地的时间.

(2) 如果函数是纯数学意义上的具体表达式,则函数的定义域就是使函数有意义的自变量的取值范围.

例如,$y=\sqrt{1-x^2}$的定义域$D=[-1,1]$,函数$y=\frac{x^2+2x}{x-3}$的定义域$D=(-\infty,3)\cup(3,+\infty)$.

1.1.2.3 函数的表示法

常用的函数表示法有三种:解析法、表格法和图象法.

下面各举一个例子.

例 4 $y=\sqrt{1-x^2}+\frac{1}{x}$这是用解析法表示的函数关系,它的定义域是$D=[-1,0)\cup(0,1]$.

例 5 某商店一年中每个月毛线的销售量(单位:10^2kg),如下表所示:

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量 y	81	84	45	45	9	5	6	15	94	161	144	123

这是用表格法表示的函数关系,它的定义域是$\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$.

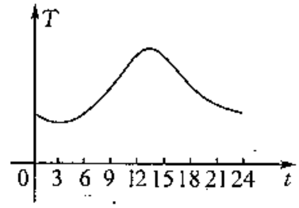


图 1-2

例 6 图 1-2 是某地区春季一昼夜的气温变化图.时间t与温度T之间的函数关系由图中曲线表示出来.

1.1.2.4 分段函数

有些函数,对于定义域内的自变量的不同的值,不

能用一个统一的数学解析式表示出来,而要用两个或两个以上的解析式表示.这种由两个或两个以上的解析式表示的函数,称为**分段函数**.

例 7 乘坐火车由北京去上海,按铁路部门的有关规定,成年人每人携带的行李重量在 20kg 内免费;若超重部分在 5kg 之内,收行李运费 12 元;若超重部分在 5kg 至 50kg 时,收行李运费 120 元.以 q(单位:kg)表示成年人一人携带的行李重量,R(单位:元)表示所收行李运费,则有:

$$R=\begin{cases}0, & 0\leqslant q<20,\\ 12, & 20\leqslant q<25,\\ 120, & 25\leqslant q\leqslant 70.\end{cases}$$

例 8 设 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ x-1, & x>0,\end{cases}$ 求定义域和函数值 $f(0)$, $f(-1)$, $f(2)$,并作出图象.

解 定义域是 $D=(-\infty,+\infty)$.

$f(0)=0$, $f(-1)=-1+1=0$, $f(2)=2-1=1$.

其图象如图 1-3 所示.

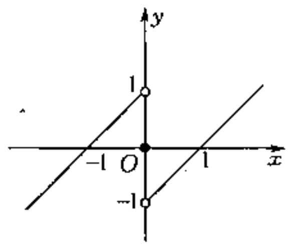


图 1-3

1.1.3 函数的几种简单性质

1.1.3.1 函数的奇偶性

定义 1.2 设函数 $y=f(x)$ 在 $(-a,a)$ 内有定义,对任意的 $x\in(-a,a)$,如果有 $f(-x)=f(x)$,则称 $f(x)$ 为**偶函数**;如果有 $f(-x)=-f(x)$,则称 $f(x)$ 为**奇函数**.如果 $f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数,则称 $f(x)$ 为非奇非偶函数.

偶函数的图象关于 y 轴对称;奇函数的图象关于原点对称.

例 9 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=3x^2+4x^4$;

(2) $f(x)=\sin x+\dfrac{1}{x}$;

(3) $f(x)=x^2-x$.

解 (1) 因为 $f(-x)=3(-x)^2+4(-x)^4=3x^2+4x^4=f(x)$,所以 $f(x)=3x^2+4x^4$ 为偶函数.

(2) 因为 $f(-x)=\sin(-x)+\dfrac{1}{(-x)}=-\sin x-\dfrac{1}{x}=-\left(\sin x+\dfrac{1}{x}\right)=-f(x)$,所以 $f(x)=\sin x+\dfrac{1}{x}$ 为奇函数.

(3) 因为 $f(-x)=(-x)^2-(-x)=x^2+x$,所以 $f(x)=x^2-x$ 是非奇非偶函数.

1.1.3.2 函数的单调性

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有定义，对于任意的 $x_1,x_2\in(a,b)$，当 $x_1<x_2$ 时，如果 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 (a,b) 内是单调增加的；如果 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 (a,b) 内是单调减少的.

单调增加的函数与单调减少的函数统称为**单调函数**，相应的，区间 (a,b) 称为函数的**单调区间**.

单调增加的函数，它的图象是随着 x 的增加而上升的曲线；单调减少的函数，它的图象是随着 x 的增加而下降的曲线. 如图 1-4 所示.

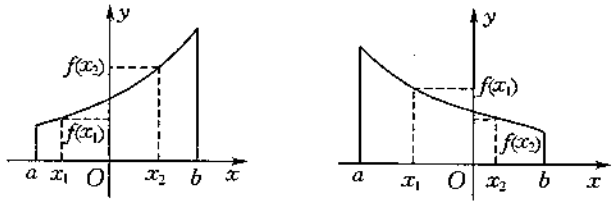


图 1-4

例 10 讨论函数 $y=2x^2+1$ 的单调性.

解 $y=2x^2+1$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$；

对于任意的 $x_1,x_2\in(-\infty,+\infty)$，有

$$f(x_1)-f(x_2)=(2x_1^2+1)-(2x_2^2+1)=2(x_1^2-x_2^2)=2(x_1-x_2)(x_1+x_2).$$

在 $(-\infty,0)$ 内，如果 $x_1<x_2$，则有 $f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$，因此 $y=2x^2+1$ 在 $(-\infty,0)$ 内单调减少.

在 $(0,+\infty)$ 内，如果 $x_1<x_2$，则有 $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，因此 $y=2x^2+1$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调增加.

由以上讨论知，$y=2x^2+1$ 在它的定义域上不是单调函数，但在 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 内分别是单调的.

1.1.3.3 函数的周期性

定义 1.4 对于定义在数集 D 上的函数 $y=f(x)$，如果存在正数 T，使得对于 D 中的任意 x，$x+T\in D$，且有 $f(x+T)=f(x)$ 恒成立，则称函数 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数，且将最小正数 T 称为函数 $y=f(x)$ 的一个周期.

由定义可知，对于以 T 为周期的函数，自变量每增加 T，函数值重复出现一次，因此，只需研究一个周期内函数的性态，便可推知函数在整个定义域上的性态.

常见的三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 是以 2π 为周期；$y=\tan x$，$y=\cot x$ 是以 π 为周期.

1.1.3.4 函数的有界性

定义 1.5 设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义，如果存在一个正数 M，使得对所有的 $x\in(a,b)$，恒有 $|f(x)|\leqslant M$ 恒成立，则称函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有