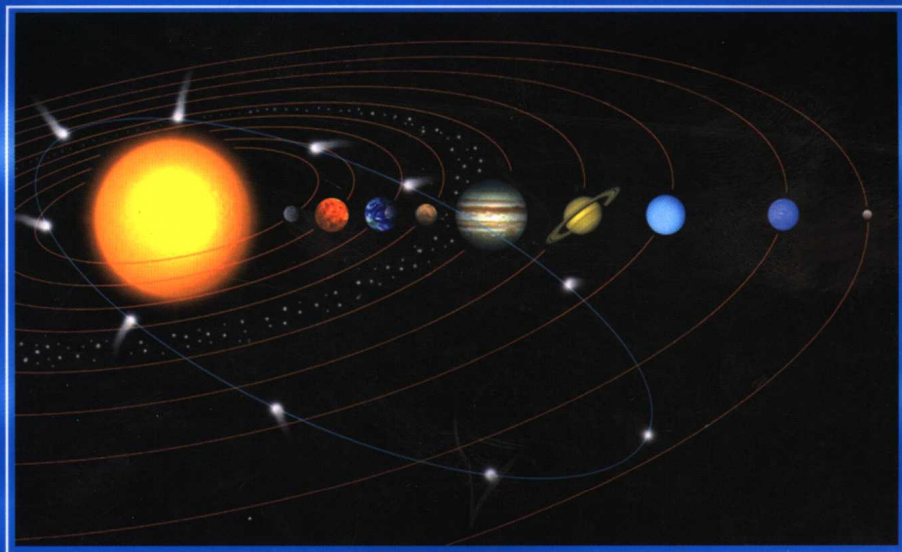


大学物理学

(下册)

宋 伟 朱艳英 范力茹 主编 李曙光 主审



国防工业出版社
National Defense Industry Press

大学物理学

下 册

宋 伟 范力茹 朱艳英 主编

韩艳红 王奉敏 副主编

李曙光 主审

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书是根据国家教委颁布的《高等工业学校物理课程教学基本要求》的基本精神编写而成。在编写过程中,吸收了国内、外同类教材的优点、注意了与中学物理的衔接。在确保基本要求的前提下,适当调整了教材结构体系,调整了起点,更新了教学内容。

全书分为上、下册,上册包括力学、狭义相对论、振动和波动、波动光学;下册包括分子物理和热力学、电磁学、近代物理。各章均附有思考题、计算题及参考答案。

本书可作为高等工科院校本科生教材,也可作为高等院校或电大、函大及师专的教材或参考书。由于教材中叙述清楚,亦适于自学者使用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学/宋伟等主编. —北京:国防工业出版社,
2006. 12

ISBN 7-118-04847-X

I. 大... II. 宋... III. 物理学—高等学校—教材
IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 129815 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 21 $\frac{1}{4}$ 字数 384 千字

2006 年 12 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—5000 册 总定价 59.00 元 上册 28.00 元
下 册 31.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

《大学物理学》是根据国家教委高等学校工科物理课程教学指导委员会制定的《大学物理课程基本要求》的基本精神,在总结多年来教学及教学改革经验的基础上编写成的。

本书在编写中力求体现以下特点:

1. 适当调整教材结构体系 本书在目前《大学物理学》传统教材的基础上作了适当调整。上册包括力学、振动和波、狭义相对论和波动光学;下册包括热学、电磁学和近代物理。这样安排的好处有两点,其一,可避免传统教材体系中电磁学的内容被两个学期分成两部分;其二,将整个教材的重点内容——力学和电磁学及难点内容——近代物理分别放在两个学期讲授,重点、难点分散,便于教师讲授和学生学习。

2. 调整了起点,解决好与《中学物理》内容的衔接问题 如何处理好《大学物理学》与《中学物理》内容的衔接是许多物理教学工作者长期以来一直想要解决的问题。本书在学生可接受的前提下,适当地调整了起点。凡是中学已讲过的内容,本书一般不再重复讲授。在力学和电磁学两部分内容的编写中做了较大的改动,力求在结构上避免与《中学物理》重复,在层次上能在《中学物理》的基础上得以深化,在内容上纳入更多的现代物理信息。

3. 适当地增加例题的数量并提高了质量 本书除了保留一些典型例题外,增加了一些题意新、难度较大的例题和习题,并加强了矢量代数和微积分方法的应用。以此加深学生对讲课内容的理解,启发解题的思路,进一步掌握用数学工具解析物理问题的方法。

本书上册由宋伟、范力茹、朱艳英任主编;韩艳红、王奉敏任副主编;下册由宋伟、朱艳英、范力茹任主编,王奉敏、韩艳红任副主编。全书由李曙光教授主审。在编写过程中参考了若干现有教材和参考书,这里难以一一列出,仅在此一并致谢。

由于编者水平有限,错误与不妥之处在所难免,望从事《大学物理学》教学的同仁和读者批评指正,编者不胜感谢。

编 者

2006年10月

III

目 录

第十一章 气体动理论	1
第一节 气体动理论的基本概念.....	1
第二节 气体的状态参量 平衡态与平衡过程.....	4
第三节 理想气体的压强公式和温度公式.....	5
第四节 能量按自由度均分原理	11
第五节 麦克斯韦速率分布律	15
第六节 分子的碰撞和平均自由程	20
习题	23
第十二章 热力学基础	26
第一节 功 热量 内能 热力学第一定律	26
第二节 理想气体的等值过程与摩尔热容	28
第三节 绝热过程与多方过程	39
第四节 循环过程 卡诺循环	44
第五节 热力学第二定律	50
习题	55
第十三章 真空中的静电场	61
第一节 物质的电结构 电荷 电荷守恒定律	61
第二节 库仑定律 电场 电场强度	63
第三节 场强叠加原理 场强的计算	70
第四节 电场线 电通量 高斯定理及其应用	77
第五节 静电场的环路定理 电势	84
第六节 等势面 电场强度与电势的关系	92
习题	96
第十四章 静电场中的导体和电介质	102
第一节 静电场中的导体.....	102
第二节 静电场中的电介质 有介质时的高斯定理.....	109
第三节 电容 电容器.....	119

第四节 静电场的能量	130
习题	134
第十五章 真空中的稳恒磁场	139
第一节 磁场 磁感应强度 磁通量	139
第二节 毕奥—萨伐尔—拉普拉斯定律	144
第三节 运动电荷的磁场	151
第四节 安培环路定理	153
第五节 磁场对运动电荷的作用	160
第六节 磁场对载流导线的作用	170
第七节 磁场对载流线圈的作用	174
第八节 磁力的功	178
习题	180
第十六章 磁介质	186
第一节 磁介质的磁化 磁化强度矢量	186
第二节 磁场强度 有磁介质时的安培环路定理	190
第三节 铁磁质	194
习题	199
第十七章 电磁感应	201
第一节 法拉第电磁感应定律	201
第二节 动生电动势和感生电动势	206
第三节 自感和互感	220
第四节 磁场的能量	226
*第五节 暂态过程	230
习题	234
第十八章 电磁场与电磁波	241
第一节 麦克斯韦电磁场理论的基本概念	241
第二节 电磁波	247
*第三节 振荡电路 赫兹实验	252
第四节 电磁波谱	259
习题	261
第十九章 光的量子性	264
第一节 热辐射 绝对黑体	264
第二节 普朗克量子假说 普朗克公式	267
第三节 光电效应	268

第四节	光子 爱因斯坦方程	270
第五节	康普顿效应 光的波粒二象性	272
习题		276
第二十章	微观世界的图像	278
第一节	氢原子光谱的规律	278
第二节	玻尔的氢原子理论	280
第三节	实物粒子的波粒二象性	285
第四节	不确定关系	288
习题		290
第二十一章	量子力学初步	292
第一节	波函数	292
第二节	薛定谔方程	295
第三节	一维无限深势阱	297
第四节	一维势垒 隧道效应	299
第五节	氢原子问题的量子力学处理	301
第六节	电子的自旋	305
第七节	多电子原子系统 元素周期表	306
习题		308
第二十二章	激光及其应用	309
第一节	受激吸收 受激辐射和自发辐射	309
第二节	激光的形成	313
第三节	常用激光器简介	316
第四节	激光的特性及其应用	319
习题		322
附录 A	常用物理量	323
附录 B	习题答案	324

第十一章 气体动理论

物质的运动形式是多种多样的。在力学中已经研究了物质最简单的运动形式——机械运动。本章和下一章将研究物质的热运动。通常的固体、液体和气体都是宏观物体。实验和理论都已指出,宏观物体是具有微观结构的,即由大量微观粒子(分子、原子等)所构成,而这些微观粒子不停地作热运动。本章是从物质微观结构出发,以气体为研究对象,并着重研究处于热平衡状态下的理想气体,运用统计的方法,研究大量气体分子热运动的规律。重点在于建立温度、压强等宏观量与描述气体分子特征的微观量之间的联系。

第一节 气体动理论的基本概念

一、物质的微观结构模型

气体动理论是从物质的微观结构出发来阐明热现象的规律。有关物质微观结构模型的基本概念,都是在一定的实验基础上总结出来的,现分别叙述如下。

1) 宏观物体或物质是由大量微观粒子(分子或原子等)组成的。关于物质结构的微粒学说,公元前 5 世纪至公元前 4 世纪古希腊已有“原子说”,认为万物皆由大量不可分割的微小物质粒子组成,这种粒子称为原子(希腊文为 *atomo*, 即“不可分割”之意)。古希腊的“原子说”只是一种朴素的臆测。19 世纪初道尔顿(J. Dalton, 1766—1844)和阿伏加德罗(A. Avogadro, 1776—1856)等在研究总结了化学变化的许多重要规律的基础上,提出了原子分子的科学假说,19 世纪后期,形成了“原子分子学说”,明确了一切物质都是由大量分子或原子组成的科学概念。

2) 物体内的分子在不停地运动着,这种运动是无规则的,其剧烈程度与物体的温度有关。扩散现象可以说明,一切物体内的分子都在不停地运动着。布朗(R. Brown, 1773—1858)运动间接表明了流体内部分子运动的无规则性。实验指出,扩散的快慢和布朗运动的剧烈程度都与温度的高低有明显的关系,这实际上反映了分子无规则运动的剧烈程度与温度有关,温度越高,分子的无规则运动就越剧烈。所以通常把这种运动称为分子的无规则热运动。

3) 分子之间有相互作用力——分子力。大量实验事实表明,构成一切物体的大量分子之间有相互作用力,这种力叫做分子力。分子力使固体和液体保持一定的体积、固体保持一定的形状,使固体和液体难以压缩等等。当分子间的距离极小时(约 10^{-10}m),分子力表现为斥力;当分子间的距离较大时,分子力表现为吸引力,但随距离增大很快减小。分子之间的作用力与分子的电性结构有关,而万有引力的作用在这里是微不足道的。

二、理想气体的微观结构模型和统计假设

1. 理想气体的微观结构模型 上面讲了一般物质体系的微观结构模型,它适用于气体、液体以及固体。理想气体是特殊的物质体系,理想气体的微观结构模型符合上述一般物质的微观结构模型并具有自己的特点。

气体很容易被压缩,实验表明,通常情况下气体凝结成液体时,体积将缩小上千倍,而液体中分子几乎是紧密排列的,即分子本身线度与两相邻分子中心之间的距离是大约相等的,由此可知气体分子的平均间距,就数量级来讲,大约是分子本身线度的 10(即 $\sqrt[3]{1000}$) 倍。可见通常的气体分子间距比分子线度大得多,或者说通常情况下的气体分子在空间的分布是相当稀疏的。尽管如此,但作为宏观系统的气体分子总数是相当大的(1mol 气体的分子数为 6.022×10^{23} 个)。于是,不停地作无规则热运动的分子碰撞是非常频繁的(例如,在 0°C 和一个大气压下每秒约碰撞几十亿次)。频繁的碰撞使分子不断地改变其运动的方向与速度的大小,分子做忽左忽右、忽上忽下、忽前忽后、忽快忽慢的无规则运动,其运动轨迹是一条极不规则的折线,如图 11-1 所示。这就是气体分子无规则热运动的微观图像。因为一般气体分子间距很大,所以,除了碰撞瞬间外分子间的相互作用力是极其微小的,因而可以认为分子在连续两次碰撞之间作匀速直线运动,即惯性自由运动,这连续两次碰撞间的直线长度称为自由程。

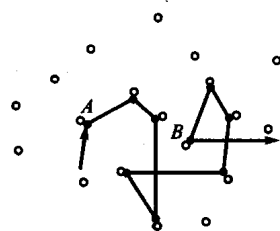


图 11-1 气体分子碰撞的示意图

基于上述,提出了理想气体的微观模型,即理想气体分子模型:第一,气体分子的大小与气体分子间的距离比较,可以忽略不计。所以可以把气体分子看作大小可忽略不计的小球或质点,其运动遵守牛顿运动定律;第二,可以把每个分子看作完全弹性的小球,分子间相互碰撞或分子与器壁相碰撞时,遵守能量守恒定律和动量守恒定律;第三,气体分子之间的平均距离相当大,所以除碰撞的瞬间外,分子间的相互作用也可忽略不计。这样,气体就可看作是自由地、无规则地运动着的弹性球分子的集合。这是根据实验对构成理想气体这一宏观体系中

每个微观分子的力学特性作出的合理假设。这个理想化的微观模型,在一定范围[压强不太大(与大气压相比)、温度不太低(与室温相比)]内与真实气体的性质相当接近。

2. 统计假设 前面已经指出,微观理论是从微观结构模型出发,运用统计方法,求得宏观量与微观量统计平均值的关系,所以还要对理想气体大量分子的集体特征作出合理的统计假设:第一,对于容器中处于平衡状态的理想气体,分子的空间分布是均匀的,即分子数密度处处一样,或者说,容器中任一位置处单位体积内的分子数不比其他位置占有优势;第二,由于分子热运动的高度无规则性,分子沿任一方向的运动不比其他方向的运动占有优势,或者说,分子沿各个方向运动的可能性(即概率)一样,可谓机会均等。

设气体系统中有 N 个同类理想气体分子,且处于平衡状态。根据上述假设可知:

1) 沿空间各方向运动的分子数目是相等的,即在这个系统中飞向上、下、左、右、前、后的分子数目各为 $N/6$ 。

2) 分子速度在各个方向上的分量的各种平均值相等。设某一时刻 N 个分子的速度分别为

$$v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N$$

在空间直角坐标系中,第 i 个分子的速度可写为 $v_i = v_{ix}i + v_{iy}j + v_{iz}k$,则系统中分子速度的平均值应为

$$\bar{v} = \frac{\sum v_i}{N} = \frac{\sum v_{ix}}{N}i + \frac{\sum v_{iy}}{N}j + \frac{\sum v_{iz}}{N}k = \bar{v}_x i + \bar{v}_y j + \bar{v}_z k$$

根据第二条统计假设,有

$$\bar{v} = 0$$

即

$$\bar{v}_x = \bar{v}_y = \bar{v}_z = 0 \quad (11-1)$$

而第 i 个分子的速度平方为

$$v_i^2 = v_i \cdot v_i = v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2$$

则气体分子速度平方的平均值为

$$\overline{v^2} = \frac{\sum v_i^2}{N} = \frac{\sum v_{ix}^2}{N} + \frac{\sum v_{iy}^2}{N} + \frac{\sum v_{iz}^2}{N} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \quad (11-2)$$

根据统计假设,处于平衡态的气体分子在三个方向上速度平方的平均值应相等,

且等于 $\overline{v^2}/3$,即

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \quad (11-3)$$

应该认识到,这种统计的论断,只有在平均的意义上才是正确的,且气体的分子数愈多,准确度就愈高。

第二节 气体的状态参量 平衡态与平衡过程

一、气体的状态参量

在力学中研究质点的机械运动时,是用位置矢量和速度来描述质点的运动状态。而对于气体,位置矢量和速度只能用来描述分子的运动状态,不能描述整个气体的状态。对于由大量分子组成的一定量的气体,其状态可用气体的体积 V 、压强 p 和温度 T 来描述。所以气体的体积、压强和温度这三个物理量叫做**气体的状态参量**。从气体动理论的观点来看,气体的体积是指分子无规则热运动所能达到的空间,与气体分子本身体积的总和是完全不同的。气体的压强是气体作用在容器器壁单位面积上的正压力,是气体对器壁碰撞的宏观表现,下一节将从气体动理论的观点阐述气体压强的本质。气体的温度是气体冷热程度的量度,后面将阐述温度与表征大量气体分子热运动激烈程度的物理量——平均平动动能之间的关系。

应该指出,气体的体积、压强和温度是描述大量分子热运动集体特征的物理量,它们都是**宏观量**。而组成气体的分子都具有各自的质量、速度、体积等,这些描述个别分子运动的物理量称为**微观量**。气体动理论就是根据所建立的气体分子模型,用统计方法研究气体宏观现象的微观本质,建立宏观量与微观量平均值之间的关系。

二、平衡态与平衡过程

与经典力学中的隔离体方法相类似,在热力学中也常把研究对象分离出来,称为**热力学系统**。系统以外的物质称为**环境**,也称**外界**。可以直接研究系统的状态,也可以通过系统与外界的相互作用来研究系统状态的变化。

把一定量的气体装在一给定体积的容器中,此容器中的气体看作热力学系统,经过一段时间以后,系统中各部分气体的压强 p 相等、温度 T 相同,单位体积中的分子数(即分子数密度) n 亦相同。此时气体的三个状态参量都具有确定的值。如果系统中的气体与外界没有能量交换,气体分子的能量也没有转化为其他

形式的能量,则气体的状态参量将不随时间而变化,这样的状态叫做平衡状态,简称平衡态。应该指出,系统中的气体总不可避免地外界发生程度不同的能量交换,理想化了的平衡态是难以存在的。然而,若气体状态的变化很小,以致可以略去不计时,就可以把气体的状态近似看成平衡态。本章所讨论的气体状态,除特别指明外,指的都是平衡态。还应该指明的是,热力学的平衡态与力学的平衡态不同。处于平衡态的热力学系统的宏观性质不随时间变化,但其内部分子却在不停地作无规则热运动,所以热力学平衡态又叫做热动平衡态。

对于质量为 M 处在平衡态的系统,它的状态可以用一组 p 、 V 、 T 值来表示。在以 p 为纵轴, V 为横轴的 p - V 图上,气体的一个平衡态可以用一个确定的点来表示。如图11-2中的点 $a(p_1, V_1, T_1)$ 或点 $b(p_2, V_2, T_2)$ 。由于外界的影响,气体状态会从某一个初始的平衡态,经过一系列的中间平衡态,变化到另一个平衡态,这种状态变化过程叫做平衡过程。图11-2中的 ab 曲线就表示气体状态变化的某一平衡过程。平衡过程也是理想化过程,实际过程

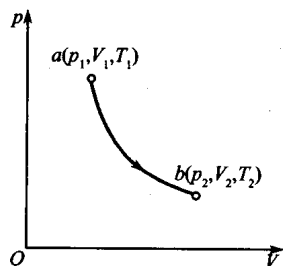


图11-2 p - V 图上一点表示气体一个平衡态

不可能是绝对的平衡过程,但如果过程进行得足够缓慢,以至于每一个中间状态都无限接近于平衡状态,则该过程称为准静态过程,即平衡过程。严格地说,准静态过程是无限缓慢的状态变化过程,它是实际过程的抽象,是一种理想的物理模型,利用它可使问题的处理大大得以简化。

第三节 理想气体的压强公式和温度公式

一、理想气体的压强公式

容器中气体的压强是气体对器壁单位面积的正向作用力。从气体动理论的观点来看,它是大量气体分子在与器壁碰撞时给以冲力作用的结果。每一个气体分子与器壁的每一次碰撞都会给器壁以一定冲量。虽然单个分子对器壁的作用在大小、位置和方向上都是随机的,但就大量分子而言,碰撞的统计平均效果就表现为给器壁一个均匀的持续的压强。这与密集的雨点打到雨伞上,可以感到一个均匀的作用力颇为相似。

如图11-3所示,考虑一个边长分别为 l_1 、 l_2 、 l_3 的长方体容器,容器内有 N 个质量为 m 的气体分子,设其中第 i 个分子的速度为 v_i ,它在直角坐标系中的三个分量为 v_{ix} 、 v_{iy} 、 v_{iz} 。现在来考察第 i 个分子与 A_1 面碰撞前后沿 x 方向的运动。

由于碰撞是完全弹性的,因而碰撞后该分子必然以速度分量 $-v_{ix}$ 由 A_1 面弹回,其动量增量为

$$(-mv_{ix}) - mv_{ix} = -2mv_{ix}$$

因此,分子施于器壁的冲量为 $2mv_{ix}$ 。由于分子沿 x 方向只与 A_1 和 A_2 两个面碰撞,而与 A_1 面相继两次发生碰撞所走过的距离为 $2l_1$,所需要的时间为 $2l_1/v_{ix}$,所以单位时间内该分子与 A_1 面相碰撞的次数为 $v_{ix}/(2l_1)$ 。因此单位时间内第 i 个分子施于 A_1 面的总冲量为

$$2mv_{ix} \left(\frac{v_{ix}}{2l_1} \right) = \frac{mv_{ix}^2}{l_1}$$

这也就是单位时间内对 A_1 面的平均冲力。

考虑到容器中的分子总数为 N ,则 A_1 面受到所有分子总的平均冲力 $\bar{F}$ 应等于每个分子对它的平均冲力之和,即

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^N \frac{mv_{ix}^2}{l_1}$$

由于

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2$$

于是

$$\bar{F} = N \frac{m}{l_1} \overline{v_x^2}$$

将式(11-3)代入上式,得

$$\bar{F} = \frac{1}{3} \frac{Nm}{l_1} \overline{v^2}$$

根据压强的定义, A_1 面承受的气体的压强为

$$p = \frac{\bar{F}}{l_2 l_3} = \frac{1}{3} \frac{Nm}{l_1 l_2 l_3} \overline{v^2} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \overline{v^2} = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} \quad (11-4)$$

式中, V 为容器的体积, n 为容器内单位体积的分子数。

与经典力学中定义质点的动能 $mv^2/2$ 相类似,在这里定义

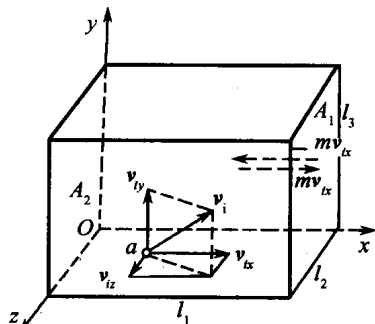


图 11-3 推导气体压强公式用图

$$\bar{w} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \quad (11-5)$$

为平衡态下气体分子的平均平动动能,则压强公式(11-4)也可写成

$$p = \frac{2}{3} m \bar{w} \quad (11-6)$$

式(11-4)和式(11-6)称为平衡态下理想气体的压强公式,它建立了宏观量与微观量统计平均值之间的关系。虽然这是对 A_1 面导出的,但由于气体的统计规律及平衡态下气体容器器壁各处的压强相同,因此所得结果与方位无关。此外,即使是其他形状的容器,经一定的推算,也可得到这一结论。

必须强调指出的是, $\bar{v}^2$ 是关于由大量分子组成的系统的一个统计平均值,因此式(11-4)和式(11-6)具有统计平均的意义。在上述讨论中,没有考虑分子之间的相互碰撞。实际上第 i 个分子在 A_1 、 A_2 面之间运动时,有可能与第 j 个分子发生碰撞。但由于各个分子的质量相等,分子之间又是完全弹性碰撞,所以碰撞后互相交换速度,第 i 个分子被第 j 个分子所代替,由于分子都是相同的,总的效果,就好像第 i 个分子没有跟其他分子发生碰撞一样。

例 11-1 有一半径为 R 的球形容器,容器内装有理想气体,单位体积内有 n 个同种分子,每个分子的质量为 m 。试推导出如式(11-4)所示的压强公式。

解 如上所述,气体的压强是由大量分子对器壁的碰撞而产生的。这里,一个分子对器壁的碰撞如图 11-4 所示。设这个分子的速率为 v_i ,碰撞器壁的方向与球面法线方向成 θ 角,从完全弹性碰撞考虑,可知分子碰撞前后的速率不变,分子反射方向的“反射角”和“入射角”相等(都等于 θ)。在每次碰撞中,分子向器壁作用的法向冲量等于 $2mv_i \cos\theta$ 。由图可知此分子经过 $2R \cos\theta$ 距离后又遇器壁,因此这个分子每秒内碰撞器壁 $v_i / (2R \cos\theta)$ 次。由此得到这个分子每秒内作用于器壁的冲量为

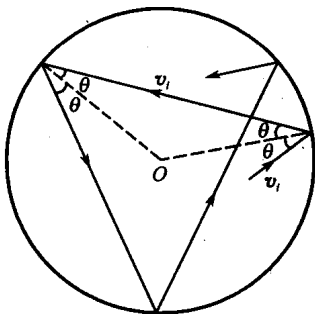


图 11-4

$$2mv_i \cos\theta \frac{v_i}{2R \cos\theta} = \frac{mv_i^2}{R}$$

对全部分子(总数 N) 来说,球形内壁每秒内所受到的总冲量亦即总作用力为

$$\sum_{i=1}^N \frac{mv_i^2}{R} = \frac{m}{R} \sum_{i=1}^N v_i^2$$

球形内壁的总面积为 $4\pi R^2$, 气体的体积为 $V = 4\pi R^3/3$ 。所以按压强定义得

$$p = \frac{\frac{m}{R} \sum_{i=1}^N v_i^2}{4\pi R^2} = \frac{1}{3} \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R^3} m \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N} = \frac{1}{3} nm \overline{v^2}$$

二、理想气体的状态方程

实验表明, 对于一定质量的理想气体, 在任何状态下的 pV/T 值都相等, 因而有

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad (11-7)$$

式中, p_0 、 V_0 、 T_0 分别为标准状态下相应的状态参量值。1mol 的气体所占有的体积称为摩尔体积。在标准状态(即 $p_0 = 1\text{atm}^\text{①}$, $T_0 = 273.15\text{K}$)下, 理想气体的摩尔体积为 $V_{\text{mol}} = 22.4 \times 10^{-3} \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$ 。所以质量为 M 、摩尔质量为 M_{mol} 的理想气体在标准状态下的体积为 $V_0 = V_{\text{mol}} M / M_{\text{mol}}$, 由此可得

$$pV = \frac{M}{M_{\text{mol}}} \frac{p_0 V_{\text{mol}}}{T_0} T \quad (11-8)$$

根据阿伏加德罗定律, 在相同的温度和压强下, 1mol 的各种理想气体的体积都相同, 因此上式中的 $p_0 V_{\text{mol}} / T_0$ 的值就是一个对各种理想气体都一样的常量, 用 R 表示, 则有

$$R = \frac{p_0 V_{\text{mol}}}{T_0} = \frac{1.013 \times 10^5 \times 22.4 \times 10^{-3}}{273.15} \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 8.31 \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

R 叫做普适气体常量。则式(11-8)可写为

$$pV = \frac{M}{M_{\text{mol}}} RT \quad (11-9)$$

式中, M/M_{mol} 是气体的摩尔数。式(11-8)或式(11-9)表示了理想气体在任一平衡状态下各宏观状态参量之间的关系, 称为理想气体的状态方程。各种实际气体, 在通常的压强和温度不太低的情况下, 都近似地遵守这个状态方程, 而且压强越低, 近似程度越好。

1mol 的气体中含有 N_0 个分子, N_0 叫阿伏加德罗常量, 其值为

① $1\text{atm} = 0.1013\text{MPa}$, 后同。

$$N_0 = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

设每个分子的质量为 m , 那么气体的质量 $M = Nm$, 摩尔质量 $M_{\text{mol}} = N_0 m$ 。由式 (11-9) 得

$$p = \frac{N}{V} \frac{R}{N_0} T$$

式中, $N/V = n$ 是气体单位体积中的分子数叫做**气体分子数密度**, R 和 N_0 都是常量, 两者的比值也是个常量叫做**玻耳兹曼常量**, 用 k 表示

$$k = \frac{R}{N_0} = \frac{8.31}{6.022 \times 10^{23}} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

因此, 理想气体的状态方程又可写为

$$p = nkT \quad (11-10)$$

由理想气体的状态方程可见, 处于平衡态下一定质量的理想气体的三个状态参量 p 、 V 、 T 中只有两个量是独立的。若任取两个量为坐标作图, 则图中的一点就表示一个平衡态, 图中任何一条曲线则表示一个平衡过程。

三、理想气体的温度公式

比较理想气体的压强公式 $p = 2m\bar{w}/3$ 和理想气体的状态方程 $p = nkT$, 可得

$$\bar{w} = \frac{3}{2} kT \quad (11-11)$$

或

$$T = \frac{2}{3} \frac{\bar{w}}{k} \quad (11-12)$$

式(11-12)称为**理想气体的温度公式**。这个公式揭示了气体温度的实质, 即气体的温度是分子平均平动动能的量度。而分子平均平动动能是大量分子动能的统计平均值, 因此温度具有统计意义, 对个别分子或少量分子组成的系统来说, 温度是毫无意义的。气体中分子的平均平动动能 ($\bar{w} = m\bar{v}^2/2$) 愈大则气体中分子热运动愈激烈, 从这个意义上说, 气体的温度 T 是分子热运动激烈程度的量度。

应该指出, 气体分子的平均平动动能的量值是非常小的。从式(11-11)可以看出, 当理想气体的温度高达 10^8 K 时, 分子的平均平动动能才为 10^{-15} J 。

如果两种气体有相同的温度, 也就是这两种气体的分子平均平动动能相等。如果一种气体的温度高些, 也就是这一种气体分子的平均平动动能要大些。按照这个观点, 热力学温度零度将是理想气体分子热运动停止时的温度。然而实际上

分子运动是永远不会停息的。热力学温度零度也是永远不可能达到的。而且近代量子理论证实,即使在热力学温度零度时,组成固体点阵的粒子也还保持着某种振动的能量,称为零点能量。至于气体,则在温度未达到热力学温度零度以前,已变成液体或固体。式(11-11)也早就不能适用了。

比林(Perrin)对布朗运动的研究,进一步证实悬浮在温度均匀的液体中的不同微粒,不论其质量大小如何,它们各自的平均平动动能都相等。气体分子的运动情况与悬浮在液体中的布朗微粒相似。所以比林的实验结果,也可作为在同一温度下,各种气体分子的平均平动动能都相等的一个实验验证。

由式(11-5)和式(11-11)可得

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

所以有

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{\text{mol}}}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{M_{\text{mol}}}} \quad (11-13)$$

$\sqrt{\overline{v^2}}$ 是大量分子的速率平方平均值的平方根,称为方均根速率。式(11-13)表明,当 m 或 M_{mol} 一定时,温度愈高, $\sqrt{\overline{v^2}}$ 愈大;当温度一定时, m 或 M_{mol} 愈大,则 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 愈小。在 0°C 时,氢气分子的方均根速率为 $1845\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,氧气的为 $461\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,氮气的为 $493\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,空气的为 $485\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

例 11-2 设太阳是由氢原子组成的密度均匀的理想气体系统,若已知太阳中心的压强为 $1.35 \times 10^{14}\text{Pa}$,试估计太阳中心的温度和此状态下氢原子的方均根速率。已知太阳质量 $M = 1.99 \times 10^{30}\text{kg}$,太阳半径 $R = 6.96 \times 10^8\text{m}$,氢原子质量 $m = 1.67 \times 10^{-27}\text{kg}$ 。

解 由 $p = nkT$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{M/m}{4\pi R^3/3} = \frac{3M}{4\pi R^3 m}$$

可得

$$\begin{aligned} T &= \frac{p}{nk} = \frac{4\pi R^3 mp}{3kM} = \\ &= \frac{4 \times 3.14 \times (6.96 \times 10^8)^3 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 1.35 \times 10^{14}}{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 1.99 \times 10^{30}} \text{K} = \\ &= 1.16 \times 10^7 \text{K} \end{aligned}$$

这个温度足以维持稳定热核反应的进行。