高职高专学校教材

SHUXUE

上海高校《高等数学》编写组 编

GAODENG

高等数学 下册

（第五版）

上海科学技术出版社

●高职高专学校教材

高等数学

下册

Advanced Mathematics

（第五版）

上海高校《高等数学》编写组 编

上海科学技术出版社

内 容 提 要

高等数学是高职高专工科各专业的一门基础课，为适应高职高专的发展和教学改革的需要，在上海市教委的组织和领导下，完成《高等数学》(第五版)的编写.

《高等数学》(下册)主要介绍行列式与矩阵，线性方程组，随机事件及其概率，随机变量及其分布、数字特征，统计分析，MATLAB 在矩阵运算，求解线性方程组及在统计分析中的应用等知识.

本书可作为高职高专院校、电视大学、各类成人教育各专业的数学课程的教材，也可作为工程技术人员及数学爱好者的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 下册/上海高校《高等数学》编写组编. —5版. —上海:上海科学技术出版社，2007.8
高职高专学校教材
ISBN 978-7-5323-8979-7

Ⅰ.高… Ⅱ.上… Ⅲ.高等数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 084448 号

责任编辑 周玉刚 王韩欢

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版、发行
(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)
新华书店上海发行所经销 常熟市兴达印刷有限公司印刷
开本 890×1240 1/32 印张 9.5 字数 235 000
1985 年 5 月第 1 版 1992 年 4 月第 2 版
1998 年 6 月第 3 版 2001 年 6 月第 4 版
2007 年 8 月第 5 版 2007 年 8 月第 28 次印刷

ISBN 978-7-5323-8979-7
定价:14.70 元

上海高校《高等数学》编写组

下册（第五版）

主　审　胡启迪

主　编　朱弘毅

副主编　孙　劼　朱鸿德

张　峰　吴伟计

序

教材是任何一所学校中教师与学生接触时间最长的教授、学习和交流的媒体，它不但在校内教学过程中起到至关重要的作用，往往还伴随着学习者毕生的学习、工作和生活.

上海市高等工业专科学校是随着经济建设的发展而成长起来，并成为上海市高等教育体系中的重要组成部分，形成了一个具有工程专科教育特色的层次. 近几年来，上海市高等工业专科学校积极参加了国家教委组织的专业教学改革试点，在办出工业专科特色，提高教育质量上进行了认真的探索和实践. 如今，以他们的专业改革试点的成果，积极推进高等工业专科的教材建设，是一件很有意义的工作. 特别从建设系列教材的考虑，是一项很有远见的决策.

教材的主要使用者是学生，因此编写教材应注意下列三个方面：第一，一本好教材应该根据学习对象和该类学科的发展，尽可能地把最新的内容合理地安排其中. 第二，作为教材，其内容编排的顺序、深浅等方面，应该符合人的认知规律，以利于学习. 特别对高等工业专科教材来说还更应该突出联系工业发展的实际，注重技能技巧和应用能力的培养. 第三，教材作为教学的媒体，它应该能起到教书育人的作用，促进学习素质的培养和训练.

这次第一批六门课程：数学、物理、化学、英语、计算机和金工系列教材的编写作了初步的尝试，它凝聚了编写人员的辛劳和心血.

目前,全国高校正在实施面向21世纪教学内容和课程体系改革的建设计划.高等工业专科系列教材的出版也是上海高等工业专科学校的一件大事,它不仅仅局限于目前的六门教材,还有待于更深入的改革和发展.我们期望上海高等工业专科的教学内容和课程体系改革取得更大的成绩,将以更新、更好的教材奉献于21世纪,为我国的社会主义建设增添光辉.

张伟江

前　言

《高等数学》是高职高专工科各专业的一门基础课，为适应高职高专的发展和教学改革的需要，在上海市教委的组织和领导下，组建上海高校《高等数学》编写组，进行《高等数学》（第五版）的编写工作．

本教材在前几版的基础上，从高职高专的培养目标出发，采照高职高专数学课程基本要求，注意贯彻"以应用为目的、以必需够用为度"的原则，结合教学改革的成果，力求《高等数学》（第五版）更符合应用型人才的培养，更适合高职高专的数学课程的教学需要．

本教材在内容的选取上，除保证必要的系统外，注意内容的应用性和实际性，紧扣高职高专学生的培养目标．为了让学生掌握数学知识的实质及所含的数学思想，详细介绍基本概念的实际背景，让学生掌握解决问题的方法；不追求理论证明和推导的严密性；注意加强基本运算方法的训练、计算能力和应用能力的培养，但不追求过分复杂的计算．为了将计算机融入高等数学，我们简单介绍国际上最流行的MATLAB数学软件的操作及其在微积分、矩阵运算、线性方程组求解、统计分析等方面的应用．本教材每节后配有习题，每章后配有该章的复习题，书末附有习题答案．

全书分上、中、下三册．上册共六章，内容包括函数、极限与连续、导数与微分，导数的应用，不定积分，定积分及其应用，微分方

程等；中册共五章，内容包括多元函数微积分，级数，MATLAB软件简介及其在微积分中的应用，拉普拉斯变换等；下册共六章，内容包括行列式与矩阵，线性方程组，随机事件及其概率，随机变量及其分布、数字特征，统计分析，MATLAB在矩阵运算、求解线性方程组及在统计分析中的应用等.

本教材由朱弘毅主编，孙劼、朱鸿德、张峰、吴伟计任《高等数学》（下册）副主编. 参加本教材编写的有（以姓氏笔画为序）：冯巧珍、朱弘毅、朱鸿德、孙劼、孙福兴、杨丽英、杨臻、肖红慧、吴伟计、沈剑华、张峰、易超琴、赵东升、徐娟娟、唐爱霞、诸建平、黄玉洁、黄明、楼永明.

《高等数学》（第五版）由上海市教育考试院原院长胡启迪教授主审，参加审稿的还有（以姓氏笔画为序）：王鸿业、乐经良、李镛、周玉刚、桂子鹏、谭永基等，他们认真审阅原稿，并提出许多宝贵的意见和建议. 本书在编写和出版过程中得到上海市教委高教处徐国良同志、上海科学技术出版社及审稿组各位专家的支持和帮助，在此表示衷心的感谢.

限于编者的水平和时间的仓促，书中一定存在不妥之处，诚挚地希望广大的教师和学生提出批评、建议与指正.

目　录

第十二章　行列式与矩阵

本章介绍行列式、矩阵概念以及它们的运算.

第一节　行列式的概念

一、二阶与三阶行列式

用消元法解两个未知量的线性方程组:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases} \tag{12-1}$$

为消去未知量 x_2,以 a_{22} 与 a_{21} 分别乘(12-1)的两个方程的两端,然后两个方程相减,得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{12}b_2.$$

类似地,我们消去 x_1,得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - b_1a_{21}.$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时,得线性方程组(12-1)的解为

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, \\ x_2 = \dfrac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \end{cases} \tag{12-2}$$

(12－2)式中分子、分母都是四个数分两对相乘再相减而得，由此，引进二阶行列式概念.

定义 1 用 2^2 个数组成的符号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

称为**二阶行列式**，表示数值 $a_{11}a_{22}-a_{21}a_{22}$，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}.$$

其中，a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22} 称为行列式的**元素**. 横排称**行**，竖排称**列**.

二阶行列式表示的代数和，可用图 12.1 所表示的对角线法则来记忆，即等于其中实线连接的两个元素的乘积减去虚线连接的两个元素的乘积.

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} \end{vmatrix}$$

图 12.1

根据二阶行列式的定义，(12－2)式中的分子也可以写成二阶行列式，即

$$b_1a_{22}-a_{12}b_2 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix},\ a_{11}b_2-b_1a_{21} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

若记

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},\ D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix},\ D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix},$$

那么(12－2)式可写成

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}},\ x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}.$$

上面的行列式 D 是由方程组(12-1)的系数所构成的，称为方程组(12-1)的**系数行列式**，而行列式 D_1 与 D_2 则分别是用方程组(12-1)的常数项 b_1，b_2 替代其系数行列式 D 中 x_1 与 x_2 的系数列后所构成的.

例 1 计算二阶行列式：$\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$.

解 由对角线法则，得

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}=(-2)\times 8-3\times 4=-28.$$

例 2 解线性方程组：

$$\begin{cases} 2x_1+5x_2=1, \\ 3x_1+7x_2=2. \end{cases}$$

解 $\because$ $D=\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}=14-15=-1\neq 0$,

$$D_1=\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}=7-10=-3,$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}=4-3=1.$$

所以，方程组的解为

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{D_1}{D}=\dfrac{-3}{-1}=3, \\ x_2=\dfrac{D_2}{D}=\dfrac{1}{-1}=-1. \end{cases}$$

同样地，为解三个未知量的线性方程组，便于求解，我们引入三阶行列式.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases} \tag{12-3}$$

定义 2 用 3^2 个数组成的符号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

称为三阶行列式. 表示数值

$$(-1)^{1+1} \cdot a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

由二阶行列式的计算方法，得

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31})$$