

新课程 **全能学练**

课时达标

分课时训练教案 百分百同步知识点覆盖 以练助学
按课节检测整合 点到面同步重难点突破 一节一测

练与测

每单元综合验收

立体化互动达标

数学

华东师大版

九年级[下]

总主编 黎启阳



正版标贴防伪
免费电话核查

华东师范大学出版社

新课程 **全能学练**

课时达标 练与测

- 权威编写，国内首创。
- 同步到课时，准确模拟各教学环节。
- “三维”的体系：讲、练、测一体化。
- “三重”的原则：重基础、重训练、重能力。
- “三实”的特点：实用、实战、实效。
- “三本”的功能：备课参考本、课堂笔记本、作业练习本。
- 题型新颖，题量适度，梯度提升，全程优化。
- 单元（章）、期中、期末达标检测试卷及答案八开活页装订，使用方便灵活。

封面设计 文绍安

ISBN 7-5617-5031-5



9 787561 750315 >

ISBN 7-5617-5031-5/G · 2938

定价：14.80元

● 与新教材真正同步的全程辅导丛书

新课标

课时达标 练与测

华东师大版

数 学 九 年 级 下

总 主 编 黎启阳

本册主编 陈鸿波

编 者 应元芳 肖世坤 何旭东

谭银生

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

课时达标练与测. 华东师大版. 数学. 九年级下/陈鸿波主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2006. 10

ISBN 7-5617-5031-5

I. 课... II. 陈... III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 122551 号

课时达标练与测

华东师大版 数学 九年级下

总 主 编 黎启阳
本册主编 陈鸿波
策划组稿 巨东升
文字编辑 徐惟简
封面设计 文绍安
版式设计 四川华彩文化传播有限公司

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 <http://www.ecnupress.com.cn> <http://www.hdsdbook.com.cn>
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 四川锦祝印务有限公司
开 本 880×1230 16 开
印 张 10.5
字 数 393 千字
版 次 2006 年 10 月第一版
印 次 2006 年 10 月第一次
印 数 20000
书 号 ISBN 7-5617-5031-5/G·2938
定 价 14.80 元

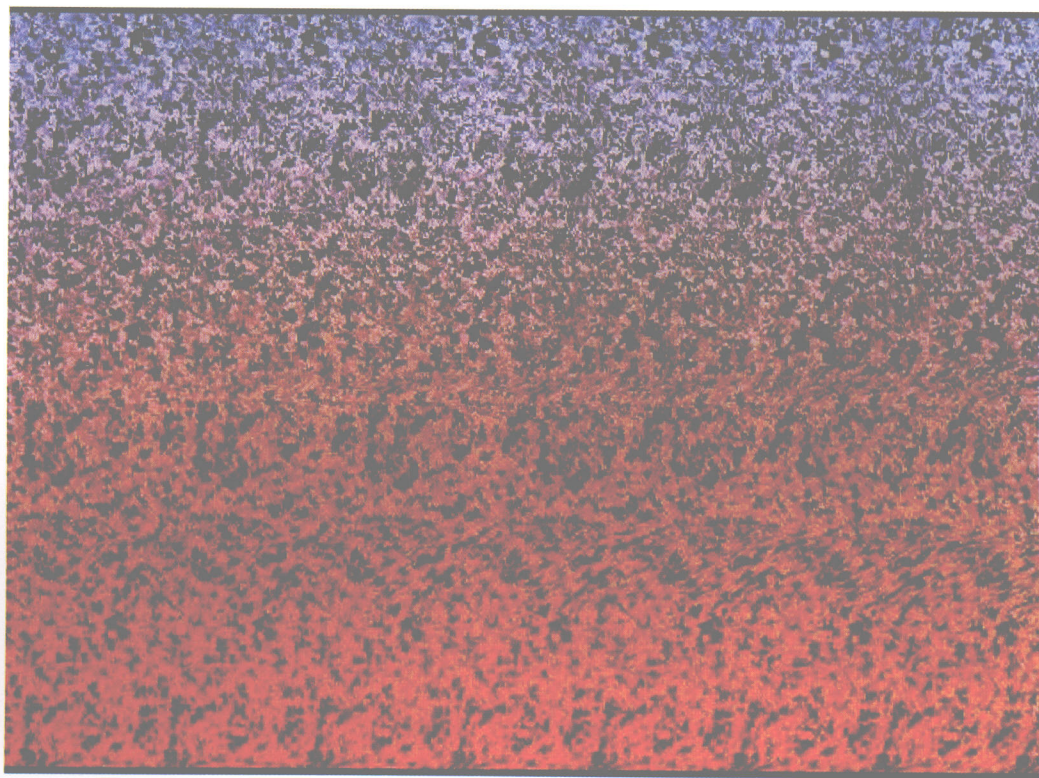
出 版 人 朱杰人

看看图上藏着什么？

奇妙的立体三维图像

人有两只眼，两只眼有一定的距离。当人观察景物时，在一定的距离下，左眼向右，右眼向左，两只眼视线交叉，产生视差。比如你将你的一根手指置于眼前，用眼观看，视线角度不同时，会产生不同的效果。一种就是双眼都清楚地盯在手指上，这和平常看东西没什么差别；另一种就是两眼的视线交叉，则看上去有两只指头，这正是因为视线交叉后，使原图像投射到两边。三维立体图也正是应用这个原理，使经过处理的图像在人眼的视差下部分图像重叠，形成了立体图像。

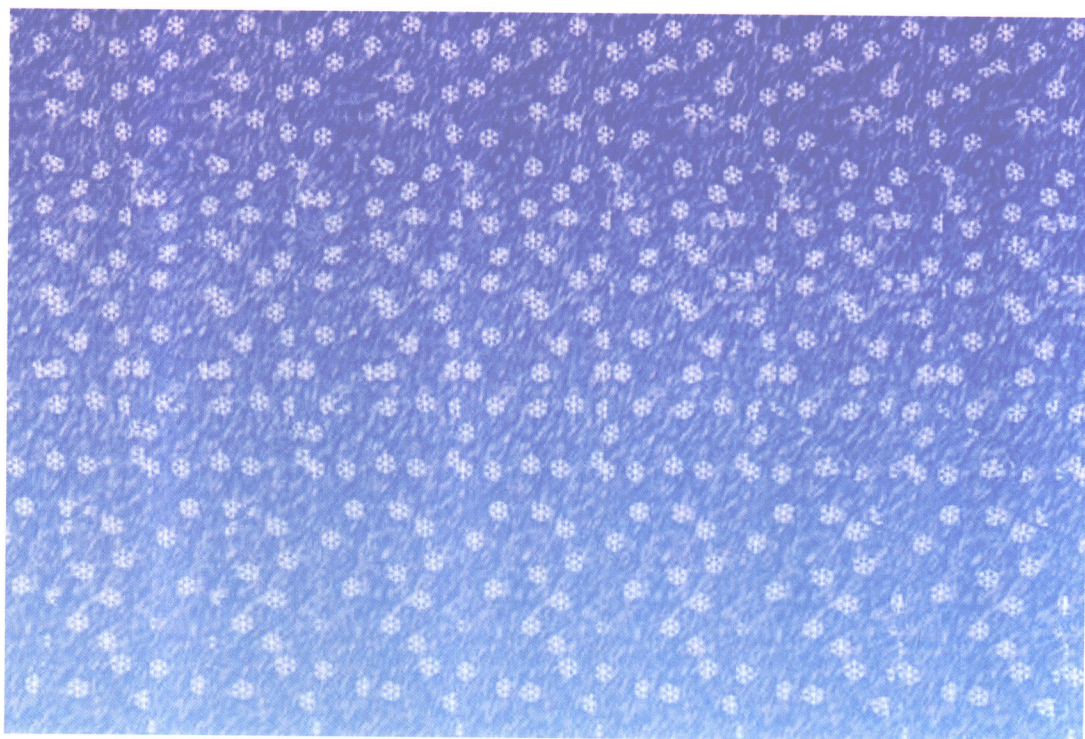
视图方法：离图大约30厘米，然后直直地盯画面，好像在看画又好像在看画的后面，一会儿，你就会惊奇地看到……



飞机



三个雪人



看看图上藏着什么？

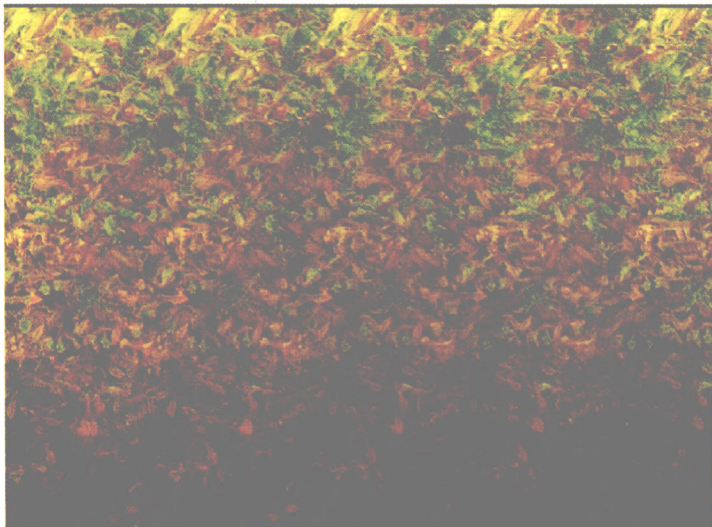
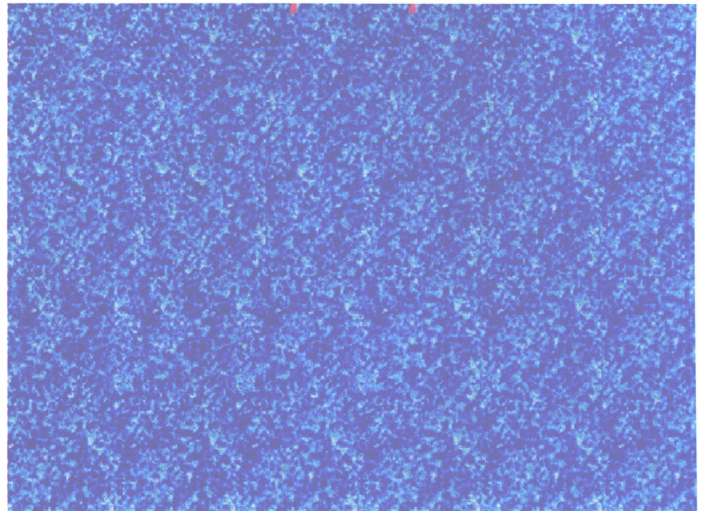
奇妙的立体
三维图像



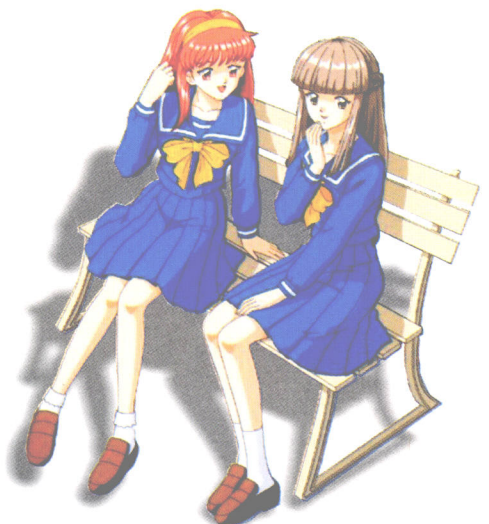
林中飞鸟



海鸥



蘑菇



编写说明

伴随新课标的深入实施和新教材的全面推广，一场以培养学生综合素质和创新能力为核心的教育教学改革浪潮正席卷中华大地。在这场大变革中，怎样体现新课标的精神？如何教好、学好新教材？这是广大师生面临的首要问题。为解决这一难题，我们特组织了全国最先使用新教材的名校名师，编写了这套《课时达标·练与测》丛书。

编写宗旨

突出教育新理念，紧扣教学新课标，把握教改新动向，体现教研新成果，坚持科学、权威、新颖、实用的原则，精心设计，全程优化，达到科学性、系统性、示范性、实用性高度统一，全面构建讲、练、测三维体系，打造全新的教辅精品。

编写体例

本丛书是一套同步到每课时的，兼具讲、练、自测、考查与培优的教与学训练辅导用书。各科均设置五个板块：“名师讲坛·点睛导航”，对应课时知识点、重难点，归纳总结，典例精析，点拨思路技巧；“课时达标·以练助学”，双栏对应，专项训练，由易到难，各个击破；“一课（节）一测·自主反馈”，以知识点和各类题型设置梯度，由课内向课外延伸，并配以“中考链接”和“拓展思维”等拔高培优习题，提高学生创新能力；单元（章）达标检测试卷，为阶段性的综合测试；期中、期末达标检测试卷，完全按统一考试标准格式命制，既可作为复习训练卷使用，亦可作为正规考试卷使用。

丛书特色

1. **科学性强**：讲、练、测、辅导、复习一体化，注重基础，培养能力，侧重练与测，使之讲完练完，练完学完，学完达标，做到一步到位，一本通达，全方位解决问题。
2. **目的性强**：紧扣教学环节，体现教学程序，以每课时为基本单位，循序渐进，严格与教学同步，详尽指导其过程和方法，稳步提高教学质量。
3. **实用性强**：单元（章）、期中、期末达标检测试卷、参考答案及点拨均用八开活页装订，测试范围、时间、分值、内容、题型等清晰明了，全真演练，训练与测试方便、灵活。
4. **针对性强**：内容和形式、思路和技巧、训练和测试、感悟和拓展环环紧扣，准确模拟各教学环节，并链接中考，提升智能，体现新课标综合、应用、创新理念。
5. **功能性强**：本丛书具有备课参考本、课堂笔记本、作业练习本、专项（阶段）及综合测试等五大功能，且题型新颖，题量、难易适度，减轻师生过重负担，使教与学更轻松愉快。

总之，《课时达标·练与测》是一套与新教材真正同步的全程辅导丛书。丛书在策划、编写、出版的过程中，专家、名师和编辑竭诚努力，处处把关，倾情奉献，但疏漏之处在所难免，敬请广大师生批评指正，以便我们再版时做得更好。

黎启阳

2006年10月

MULU

目 录



第二十六章 二次函数	(1)
1 二次函数	(1)
2 二次函数的图象与性质(I)	(3)
二次函数的图象与性质(II)	(6)
二次函数的图象与性质(III)	(14)
3 实践与探索	(20)
第二十七章 证明	(26)
1 证明的再认识	(26)
2 用推理方法研究三角形	(29)
3 用推理方法研究四边形	(36)
第二十八章 数据分析与决策	(44)
1 借助媒体作决策	(44)
2 亲自调查作决策	(47)
3 在理论指导下决策	(50)
总复习	(55)
1 数与式	(55)
2 方程与不等式	(69)
3 函数与图象	(84)
4 统计与概率	(94)
5 空间与图形	(100)
第二十六章达标检测试卷(一)	(133)
第二十六章达标检测试卷(二)	(137)
第二十七章达标检测试卷(一)	(141)
第二十七章达标检测试卷(二)	(145)
第二十八章达标检测试卷(一)	(149)
第二十八章达标检测试卷(二)	(153)
参考答案及点拨	(157)



第二十六章 二次函数

1 二次函数

一课时



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 二次函数的定义:形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的函数叫做 x 的二次函数.

2. 二次函数的解析式:

(1) 一般形式: $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$).

(2) 特殊形式: $y = ax^2$ (a 为常数, $a \neq 0$); $y = ax^2 + c$ (a, c 为常数, $a \neq 0$); $y = ax^2 + bx$ (a, b 为常数, $a \neq 0$).

典例精析

例题 已知函数 $y = (a-b)x^3 + 2x^2 + 2 + \frac{2a+b-3}{x}$ 是关于 x 的二次函数,求 a, b 的值.

解析 若是二次函数,自变量应是二次项的多项式的形式,故

$(a-b)x^3, \frac{2a+b-3}{x}$ 两项必须为

零. 于是由题意可知 $\begin{cases} a-b=0, \\ 2a+b-3=0. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=1. \end{cases}$

点评 解决此类问题的关键是弄清哪一项应该不存在,则不存在的在这项的系数为 0.



课时达标·以练助学

1. 下列函数中,不是二次函数的是

A. $y = 1 - \sqrt{2}x^2$

B. $y = 2(x-1)^2 + 4$

C. $y = \frac{1}{2}(x-1)(x+4)$

D. $y = (x-2)^2 - x^2$

2. 函数 $y = kx^2 + mx + n$ 是二次函数,则

A. $k=0, m \neq 0, n \neq 0$

B. $k \neq 0, m \neq 0, n=0$

C. $k \neq 0$

D. 以上都不是

3. 在半径为 4 cm 的圆中,挖去一个半径为 x cm 的圆面,剩下的圆环的面积为 y cm²,则 y (cm²) 与 x (cm) 之间的函数关系式为

A. $y = \pi x^2 - 4$

B. $y = \pi(2-x)^2$

C. $y = -(x^2 + 4)$

D. $y = -\pi x^2 + 16\pi$

4. 函数 $y = (m-n)x^2 + mx + n$ 为二次函数的条件是

A. m, n 是常数,且 $m \neq 0$

B. m, n 是常数,且 $m \neq n$

C. m, n 是常数 $n \neq 0$

D. m, n 为任何常数

5. $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数) 为二次函数的条件是_____.

6. 当 $m =$ _____ 时,函数 $y = (m+2)x^{m^2-2}$ 是二次函数.

7. y 与 x^2 成正比例,且当 $x=3$ 时, $y=-18$,则 y 与 x 之间的函数关系式为_____.

8. 当 $x=2$ 时,函数 $y=kx^2$ 的值为 8,则当函数值为 18 时, $x =$ _____.

9. 在一个边长为 4 m 的正方形木板中间挖去一个边长为 x m 的小正方形木板,剩下的四方形框的面积为 y m²,求 y (m²) 与 x (m) 的函数关系式.

10. 当 $x=1$ 时,二次函数 $y = (k-2m)x^3 + (\frac{3}{4}k-m)x^2 + m$ 的值为 $\frac{3}{2}$,求 $k^2 - m^2$ 的值.

11. 已知函数 $y = (m-1)x^{m^2+1} + 4x + m - 3$ 是二次函数,求 m 的值及函数的解析式.



答案及点拨

【一课时】 1. D 2. C 3. D 4. B 5. $a \neq 0$ 6. 2 7. $y = -2x^2$ 8. ± 3 9. $y = 16 - x^2 (0 < x < 4)$ 10. 3 点拨: 要满足二次函数, 那么 $k - 2m = 0$ 且 $k - m \neq 0$. 11. $m = -1, y = -2x^2 + 4x - 4$

一节一测·自主反馈

第1节

一、达标训练

1. 正三角形的边长为 x , 它的面积 y 与 x 之间的函数关系式是 ()

A. $y = \frac{1}{2}x^2$

B. $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$

C. $y = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$

D. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2$

2. 已知下列函数:

① $y = \frac{x}{x^2 - 4}$;

② $y = -x^2 + 3$;

③ $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$;

④ $y = 7(x + 3)^2 + 4$;

⑤ $y = \frac{1}{2}(x + 3)(x - 1)$;

⑥ $y = x(x^2 - 3x + 4)$.

其中二次函数有 ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

3. 对于函数 $y = (m - 3)x^{m(m-3)+2} + (m + 3)x + 5$, 当 $m =$ _____ 时, y 是 x 的一次函数; 当 $m =$ _____ 时, y 是 x 的二次函数.

4. 若矩形周长为 16, 那么矩形的面积 y 与矩形的长 x 的函数关系是 _____, 自变量 x 的取值范围是 _____.

5. 已知二次函数 $y = ax^2 + 5$ 的图象过点 $(-1, 7)$, 则这个二次函数的解析式是 _____, 当 $x = 3$ 时, $y =$ _____.

6. 已知点 $(2, -1)$ 在函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象上, 且当 $x = 0$ 时, $y = 1$.

(1) 求 b 和 c 的值;

(2) 若点 $(-1, m)$ 与点 $(n, -\frac{5}{4})$ 也在该函数图象上, 求 m, n 的值.

二、中考链接

7. (2006·长春) 函数 $y = x^2 + bx - c$ 的图象经过点 $(1, 2)$, 则 $b - c$ 的值为 _____.

三、拓展思维

8. 圆的半径为 5, 若半径增加 $x (x \geq 0)$, 则面积增加 y .

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当 $x = 5$ 时, 求 y 的值.



2 二次函数的图象与性质(I)

第一课时



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象是经过原点, 以 y 轴为对称轴的一条抛物线.

2. 二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象特征: 当 $a > 0$ 时, 开口向上, 顶点是最低点; 当 $a < 0$ 时, 开口向下, 顶点是最高点.

3. 二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的性质: 若 $a > 0$, 则当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x = 0$ 时, y 有最小值 0. 若 $a < 0$, 则当 $x > 0$ 时, y 随 x 增大而减小; 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x = 0$ 时, y 有最大值 0.

典例精析

例題 已知函数.

$y = (m+2)x^{m^2+m-4}$ 是关于 x 的二次函数.

(1) 求满足条件的 m 的值;

(2) m 为何值时, 图象有最高点? 求出最高点的坐标; 这时, 当 x 为何值时, y 随 x 的增大而减小?

解析 (1) 由题意, 得

$$\begin{cases} m^2 + m - 4 = 2, \\ m + 2 \neq 0. \end{cases}$$

解得 $m = 2$ 或 $m = -3$.

(2) 由题意得 $m + 2 < 0$, 得 $m = -3$, 最高点为顶点 $(0, 0)$; 这时 $y = -x^2$, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

点评 注意在二次函数中, 当 $a < 0$ 时才有最高点.



课时达标·以练助学

1. 抛物线: ① $y = 3x^2$; ② $y = \frac{2}{3}x^2$; ③ $y = \frac{4}{3}x^2$. 它们开口大小顺序是 ()

A. ① > ② > ③ B. ① > ③ > ② C. ② > ③ > ① D. ② > ① > ③

2. 在同一坐标系中, 抛物线 $y = 4x^2$, $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = -\frac{1}{4}x^2$ 的共同点是 ()

A. 关于 y 轴对称, 开口向上 B. 关于 y 轴对称, y 随 x 的增大而增大
C. 关于 y 轴对称, y 有最小值 0 D. 关于 y 轴对称, 顶点为原点

3. 关于函数 $y = 3x^2$ 的性质的叙述中错误的是 ()

A. 对称轴是 y 轴 B. 顶点是原点
C. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小 D. y 有最小值 0

4. 下列各点中, 不在抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 上的是 ()

A. $(4, -8)$ B. $(0, 0)$ C. $(-2, -2)$ D. $(-2, 2)$

5. 二次函数 $y = 2x^2$ 的图象是_____, 它的开口向_____, 顶点坐标是_____, 对称轴是_____, 在对称轴的左侧, y 随 x 的增大而_____.

6. 若抛物线 $y = (a-3)x^2$ 经过点 $(1, 3)$, 则 $a =$ _____.

7. 若抛物线 $y = 5x^2$ 与直线 $y = kx + 3$ 的交点为 $(1, b)$, 则 $b =$ _____, $k =$ _____.

8. 已知点 $(a, 8)$ 在抛物线 $y = ax^2$ 上, 那么 $a =$ _____.

9. 在同一坐标系内画出函数 $y = -2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象, 并说出各图象开口方向、顶点坐标、对称轴.

10. 已知函数 $y = (m+3)x^{m^2+3m-2}$ 是关于 x 的二次函数. (1) 求 m 的值; (2) 当 m 为何值时, 该函数的图象开口向下? (3) 当 m 为何值时, 该函数有最小值?

11. 已知抛物线的顶点在原点, 对称轴为 y 轴, 且过点 $(-2, -2)$, 求该抛物线的解析式.



第二课时



课时达标·以练助学



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 要善于将实际问题转化为数学模型.

2. 灵活应用二次函数的图象和性质.

典例精析

例题 有座桥梁, 桥孔的形状是一条开口向下的抛物线, 其解

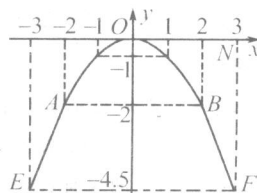
析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2$. (1) 在直角坐标系中画出这条抛物线; (2) 利用图象求水平面离桥孔的最高点 2 个单位时, 水面宽度是多少个单位? (3) 当水面宽度为 6 个单位时, 水平面离桥孔的最高点有多少个单位长度?

解析 (1) 列表:

x	...	-3	-2	-1
y	...	-4.5	-2	-0.5

x	0	1	2	3	...
y	0	-0.5	-2	-4.5	...

图象:



(2) $\because$ 直线 AB 平行于 x 轴
 $\therefore A, B$ 的纵坐标为 -2 . 当

$$y = -2 \text{ 时, } -\frac{1}{2}x^2 = -2,$$

$$\therefore x = \pm 2,$$

$$\therefore A(-2, -2), B(2, -2),$$

$$\therefore AB = 4.$$

(3) $\because EF = 6$, E, F 的横坐标分别为 $-3, +3$. 当 $x = 3$ 时 (或 $x = -3$ 时), $y = -4.5$.

$\therefore F$ 点的纵坐标为 -4.5 , 即此时水面离桥孔的最高点的距离为 4.5 个单位长度.

1. 下列函数中, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大的函数是

- A. $y = -2x$ B. $y = 4 - x$ C. $y = -\frac{2}{x}$ D. $y = -5x^2$

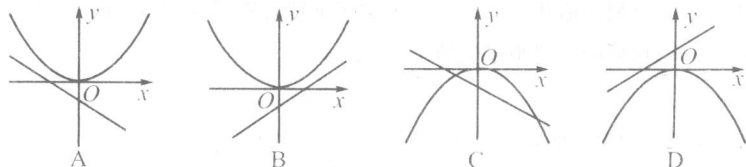
2. 抛物线 $y = (2 + m)x^{m^2 + 3m + 2}$ 的开口向上, 则 m 的值为

- A. 2 B. 0 C. -3 D. 0 或 -3

3. 点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 在 $y = 2x^2$ 的图象上, 若 $x_1 < x_2$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为

- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 不能确定

4. 二次函数 $y = kx^2$ 与一次函数 $y = kx + k$ 在同一坐标系中的图象大致是



5. 二次函数 $y = 6x^2$, 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而_____.

6. 二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2$, 当 $x =$ _____时, y 有最_____值.

7. 点 $P(-\frac{1}{2}, m)$ 在抛物线 $y = -2x^2$ 上, 则 $m =$ _____.

8. 函数 $y = \frac{1}{3}x^2$ 中, 当 $x =$ _____时, $y = 3$.

9. 一直角三角形两直角边之和为 15 cm , 其中一条直角边长为 $x \text{ cm}$, 则它的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与 $x(\text{cm})$ 的函数关系式.

10. 设圆的半径为 r , 若半径增加 a , 则面积增加 x , 求 x 关于 a 的函数关系式.

11. 不画图象, 说出抛物线 $y = (1 - \sqrt{2})x^2$ 的开口方向、对称轴、顶点坐标, 并指出当 $x < 0$ 时 y 随 x 的变化情况.



答案及点拨

【第一课时】 1. C 2. D 3. C 4. D 5. 抛物线 上 $(0,0)$ y 轴 减小 6. 6 7. 5 2 8. 2 9. 图象略, $y = -2x^2$ 的图象开口向下, 顶点为 $(0,0)$, 对称轴是 y 轴; $y = \frac{1}{2}x^2$ 的图象开口向上, 顶点为 $(0,0)$, 对称轴是 y 轴.

10. (1) $m = -4$ 或 1 (2) $m = -4$ (3) $m = 1$ 11. $y = -\frac{1}{2}x^2$

【第二课时】 1. C 2. B 3. D 4. C 5. 减小 6. 0 大 7. $-\frac{1}{2}$ 8. ± 3 9. $S = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{15}{2}x$ 10. $x = 2\pi ra + \pi a^2$

11. 开口向下, 对称轴为 y 轴, 顶点 $(0,0)$. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

一节一测·自主反馈

第2节(I)

一、达标训练

1. 对于函数 $y = \frac{2}{3}x^2$, 下列判断正确的是 ()

- A. 若 a, b 互为相反数, 则 $x = a$ 和 $x = b$ 时的函数值相同
- B. 对于同一个自变量 x , 有两个函数值和它对应
- C. 对于任意实数 y , 有两个 x 和它对应
- D. 对任意实数 x 都有 $y > 0$

2. 已知拱桥是抛物线形状, 其函数解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2$, 当水面宽度为 12 m 时, 水面离桥顶的高度是 ()

- A. 3 m B. $2\sqrt{16}$ m C. $4\sqrt{3}$ m D. 9 m

3. 二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$), 当 $x =$ _____ 时, y 有最 _____ 值.

4. 当 $m =$ _____ 时, 抛物线 $y = \frac{1}{m}x^2$ 经过点 $(\frac{1}{m}, -8)$.

5. 当 $a =$ _____ 时, 抛物线 $y = ax^2$ 与 $y = 5x^2$ 的开口大小相等, 方向相反.

6. 求符合下列条件的解析式:

(1) 抛物线 $y = ax^2$ 经过点 $(1, 5)$;

(2) 抛物线 $y = ax^2$ 与 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的开口大小相同, 方向相反;

(3) 抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = -2x + 3$ 交于点 $(2, m)$.

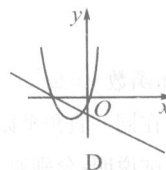
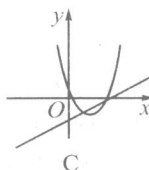
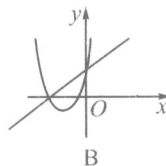
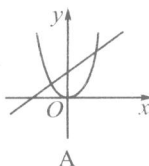
7. 若抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = 2x - 3$ 交于点 $(1, n)$.

(1) 求 a, n 的值;

(2) x 取何值时, 二次函数 $y = ax^2$ 中 y 随 x 的增大而增大?

二、中考链接

8. (2006·呼和浩特) $y = ax^2 + bx$ 与 $y = ax + b$ 在同一平面直角坐标系中的图象大致是 ()



三、拓展思维

9. 抛物线 $y = ax^2$ 经过点 $A(-1, 2)$, 不求 a 的大小, 你能否判断该抛物线是否经过 $M(1, 2)$ 和 $N(-2, -3)$ 两点?



二次函数的图象与性质(II)

第一课时



课时达标·以练助学



名师讲坛·点睛导航

知识要点

1. 二次函数 $y = ax^2 + k$ ($a \neq 0$) 的图象可由 $y = ax^2$ 的图象上、下平移得到.

当 $k > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2$ 向上平移 k 个单位得抛物线 $y = ax^2 + k$; 当 $k < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2$ 向下平移 $|k|$ 个单位得抛物线 $y = ax^2 + k$.

2. 二次函数 $y = a(x-h)^2$ ($a \neq 0$) 的图象由 $y = ax^2$ 的图象左、右平移得到.

当 $h > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2$ 向右平移 h 个单位得抛物线 $y = a(x-h)^2$; 当 $h < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2$ 向左平移 $|h|$ 个单位得抛物线 $y = a(x-h)^2$.

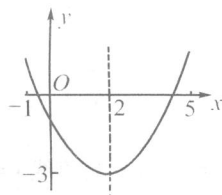
3. 二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的图象由 $y = ax^2$ 的图象左、右平移 $|h|$ 个单位, 再上、下平移 $|k|$ 个单位得到.

4. 抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的特点: $a > 0$ 时开口向上, $a < 0$ 时开口向下; 对称轴是平行于 y 轴的直线 $x = h$, 顶点坐标是 (h, k) .

典例精析

例题 试着画出函数 $y = -2(x-1)^2 + 1$ 的图象, 并说出它是由抛物线 $y = -2x^2$ 怎样平移得到的.

解析 图象如图所示:



由抛物线 $y = -2x^2$ 向右平移 1 个单位, 再向上平移 1 个单位得到.

1. 将抛物线 $y = 6(x-1)^2 + 1$ 先向上平移 3 个单位长度, 再向右平移 1 个单位长度, 所得图象的函数关系式应为 ()

- A. $y = 6x^2 + 4$ B. $y = 6x^2 - 2$ C. $y = 6(x-2)^2 - 2$ D. $y = 6(x-2)^2 + 4$

2. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 1$ 的顶点坐标是 ()

- A. (1, 1) B. (1, -1) C. (-1, 1) D. (-1, -1)

3. 抛物线 $y = -2(x-3)^2 + 4$ 的对称轴是 ()

- A. 直线 $x = -3$ B. 直线 $x = 4$ C. 直线 $x = 3$ D. 直线 $x = -4$

4. 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$ 的最小值是 ()

- A. -1 B. 1 C. 2 D. -2

5. 已知函数 $y = -\frac{3}{2}x^2 + 3$, 当 $x < 0$ 时, 图象经过了第 _____ 象限, 若图象上有两点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 且满足 $x_1 > x_2 > 0$, 则 y_1 _____ y_2 (填“>”“<”或“=”).

6. 抛物线 $y = 2x^2 - 3$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到 $y = 2x^2$ 的图象.

7. 与 $y = -(x + \frac{5}{2})^2$ 的图象关于 y 轴对称的图象的函数关系式为 _____.

8. 函数 $y = 2(x-1)^2 + k$ ($k > 0$) 的图象与函数 $y = 2x^2$ 的图象有什么关系?

9. 已知函数 $y = 6x^2, y = 6(x-3)^2 + 3, y = 6(x+3)^2 - 3$.

(1) 在同一直角坐标系中画出这三个函数的图象;

(2) 试说明: 分别通过怎样的平移, 可以由抛物线 $y = 6x^2$ 得到抛物线 $y = 6(x-3)^2 + 3$ 和抛物线 $y = 6(x+3)^2 - 3$?

(3) 试讨论函数 $y = 6(x+3)^2 - 3$ 的性质.



第二课时



名师讲坛 · 点睛导航

知识要点

1. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶

点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

(1) 若 $a > 0$, 当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y

随 x 的增大而减小; 当 $x > -\frac{b}{2a}$

时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x =$

$-\frac{b}{2a}$ 时, $y_{\min} = \frac{4ac-b^2}{4a}$.

(2) 若 $a < 0$, 当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y

随 x 的增大而增大; 当 $x > -\frac{b}{2a}$

时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x =$

$-\frac{b}{2a}$ 时, $y_{\max} = \frac{4ac-b^2}{4a}$.

2. 用五点法画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象: 找顶点

$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 找图象上关于

对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ 对称的四个点,

把这五点连成光滑曲线.

典例精析

例题 指出抛物线 $y = 3x^2 - 9x + 2$ 的开口方向、对称轴及顶点坐标.

解析 $y = 3x^2 - 9x + 2$ 的图象

开口向上, 对称轴为直线 $x = \frac{3}{2}$,

顶点坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{19}{4})$.

点评 也可用配方法解: $y = 3x^2$

$- 9x + 2 = 3(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{19}{4}$, 对称轴

为 $x = \frac{3}{2}$, 顶点为 $(\frac{3}{2}, -\frac{19}{4})$.



课时达标 · 以练助学

1. 二次函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 的最小值为

A. 4

B. 1

C. -1

D. 2

2. 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 19$ 的顶点坐标为

A. (-6, 0)

B. (-6, 1)

C. (6, 0)

D. (6, 1)

3. 无论 m 为何值, 二次函数 $y = x^2 + (3-m)x + m$ 的图象总经过的点是

A. (1, 4)

B. (1, 0)

C. (-1, 4)

D. (-1, 0)

4. 抛物线 $y = x^2 - 2x + 2$ 的顶点坐标是_____.

5. 抛物线 $y = -2x^2 - 4x + 8$ 的开口向_____, 顶点坐标是_____, 对称轴是_____.

6. 二次函数 $y = ax^2 + 4x + a$ 的最大值是 3, 则 $a =$ _____.

7. 二次函数 $y = x^2 + 2x - 5$ 取最小值时, 自变量 x 的值是_____.

8. 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$.

(1) 求抛物线的开口方向、顶点坐标、对称轴和最值;

(2) 求抛物线与 y 轴、 x 轴的交点坐标;

(3) x 为何值时, y 随 x 的增大而减小?

9. 求抛物线 $y = -2x^2 - 5x + 7$ 的对称轴和顶点坐标.

10. 已知函数 $y = x^2 - 2x - 3$ ($2 \leq x \leq 3$), 求 y 的最大值和最小值.



第三课时



课时达标·以练助学

- 在二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中,当 $a < 0$ 时,抛物线顶点是 $P(1, 3)$,则函数 y 随自变量 x 的增大而减小的 x 的取值范围是 ()
A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x > 1$ D. $x < 1$
- 抛物线 $y = x^2 - 6x + 5$ 写成 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式,正确的是 ()
A. $y = (x - 3)^2 - 4$ B. $y = (x + 3)^2 - 4$
C. $y = (x - 3)^2 + 5$ D. $y = (x - 6)^2 - 31$
- 抛物线 $y = x^2 + 4x + 5$ 的顶点坐标是 ()
A. $(-2, -1)$ B. $(2, -1)$ C. $(1, -2)$ D. $(-2, 1)$
- 二次函数 $y = x^2 - 8x + 7$ 配方成顶点式 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式是 _____, 当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小.
- 当 $x =$ _____ 时,二次函数 $y = -2(x + 1)^2 + 3$ 有最大值.
- 二次函数 $y = 2x^2 - 6$ 的最小值是 _____.
- 将抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 向右平移 3 个单位得到的抛物线的解析式是 _____.
- 抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$ 绕其顶点旋转 180° , 将得到怎样的抛物线? 试求其解析式.
- 求直线 $y = 2x - 3$ 与抛物线 $y = x^2 - x - 1$ 的交点坐标.
- 已知抛物线 $y = x^2 + kx + k + 3$, 根据下列条件求 k 的值:
(1) 抛物线顶点在 y 轴上;
(2) 抛物线顶点在 x 轴上;
(3) 对称轴是 y 轴;
(4) 对称轴是直线 $x = -2$.



名师讲坛·点睛导航

知识要点

- 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a}$, 顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$.
- 函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取最值.

典例精析

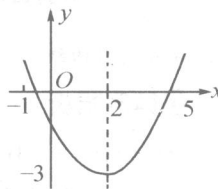
例题 画出函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

-1 的图象, 根据图象说出它的性质以及图象和抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的位置关系.

解析 列表如下:

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	-1	-2.5	-3	-2.5	-1	...

$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$ 的图象如下:



抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$ 开口向上, 对称轴为直线 $x = 2$, 顶点是 $(2, -3)$, 当 $x = 2$ 时 y 取最小值为 -3 , $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$ 的图象可由抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 3 个单位而得到.



第四课时



名师讲坛·点睛导航

知识要点

函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 a, b, c 的关系:

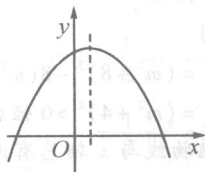
1. $a > 0$ 时, 抛物线开口向上; $a < 0$ 时, 开口向下.

2. $b = 0$ 时, 抛物线的对称轴为 y 轴; 若 a, b 同号, 则对称轴在 y 轴的左侧; 若 a, b 异号, 则对称轴在 y 轴的右侧.

3. 抛物线与 y 轴交于点 $(0, c)$, 当 $c > 0$ 时, 和 y 轴正半轴相交; 当 $c < 0$ 时, 和 y 轴负半轴相交; 当 $c = 0$ 时, 过原点.

典例精析

例1 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 试判断 a, b, c 和 $b^2 - 4ac$ 的正负.



解析 $\because$ 抛物线开口向下, $\therefore a < 0$. $\because$ 对称轴在 y 轴右侧,

$\therefore -\frac{b}{2a} > 0, \therefore b > 0$. $\because$ 抛物线

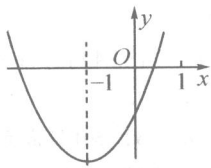
与 y 轴正半轴相交, $\therefore c > 0$.

$\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$\therefore b^2 - 4ac > 0$.

例2 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则下列结论:

① $abc < 0$; ② $2a + b > 0$; ③ $2a - b < 0$; ④ $a + b + c > 0$; ⑤ $a - b + c < 0$. 其中正确的有 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

答案 D

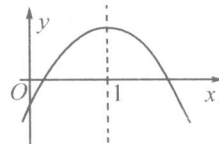


课时达标·以练助学

1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 下列结论: ① $c < 0$;

② $b > 0$; ③ $4a + 2b + c < 0$; ④ $b^2 - 4ac > 0$. 其中正确的有 ()

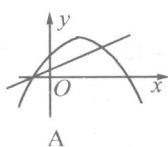
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



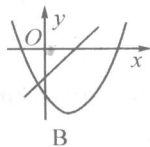
第1题

2. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系中的图象

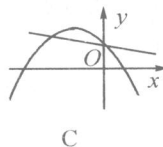
可能是



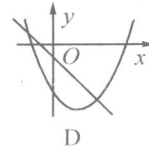
A



B

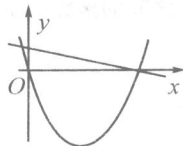


C

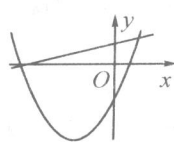


D

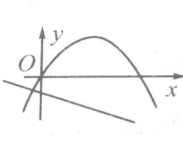
3. 函数 $y = ax^2 + bx$ 与 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系中的图象只可能是 ()



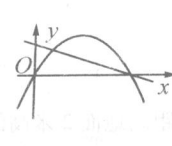
A



B



C



D

4. 若二次函数 $y = x^2 - 4x + m - 3$ 的图象与 x 轴没有交点, 则 m 的取值范围是 _____.

5. 若抛物线 $y = -2x^2 - 4bx + 1$ 的对称轴为直线 $x = 1$, 则 $b =$ _____.

6. 将抛物线 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 向左平移 2 个单位, 所得的抛物线的顶点式为 _____.

7. 已知抛物线 $y = x^2 - 2(m+1)x + 2(m-1)$, 求证: 不论 m 为何实数, 抛物线与 x 轴总有两个交点.

8. 已知关于 x 的函数 $y = (m+6)x^2 + 2(m-1)x + m+1$ 的图象与 x 轴总有公共点, 求 m 的取值范围.