

多元视角下的 数学文化

数学是历史发展的文化。
因此要讲点历史，
讲点数学发展的历史。

数学还是一种多元的文化。
因此与多门科学有密切的联系，
甚至文学与艺术。

数学也是社会生活的文化。
因此，数学有着广泛的应用。



科学出版社

www.sciencep.com

易南轩

王之平 / 著

内 容 简 介

本书从数学题材、数学典籍、数学史料、数学名题、数学应用、数学艺术和文字学等多视角去审视数学文化,涵盖面广、内容丰富。书中选用了大量图片,形象生动。

本书观点高,起点低,可读性强。适于数学工作者、中学教师和具有高中以上文化程度的其他读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

多元视角下的数学文化/易南轩,王芝平著. —北京:科学出版社,2007
ISBN 978-7-03-020073-0

I. 多… II. ①易… ②王… III. 数学-文化 IV. 01-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 145919 号

责任编辑:孔国平 李俊峰 / 责任校对:张小霞

责任印制:钱玉芬 / 封面设计:张 放

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

天时彩色印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 9 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

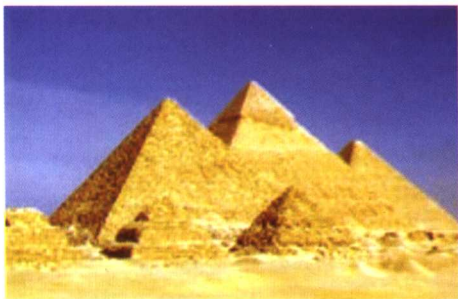
2007 年 9 月第一次印刷 印张: 23 1/4 插: 4

印数: 1—5 000 字数: 461 000

定价: 38.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

符合黄金分割比的世界著名建筑

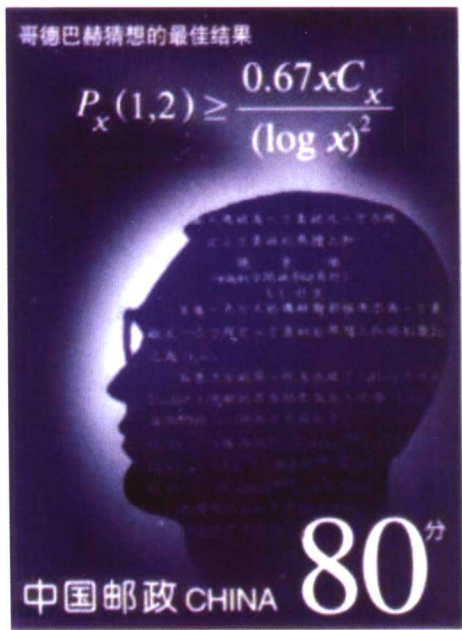


埃及金字塔

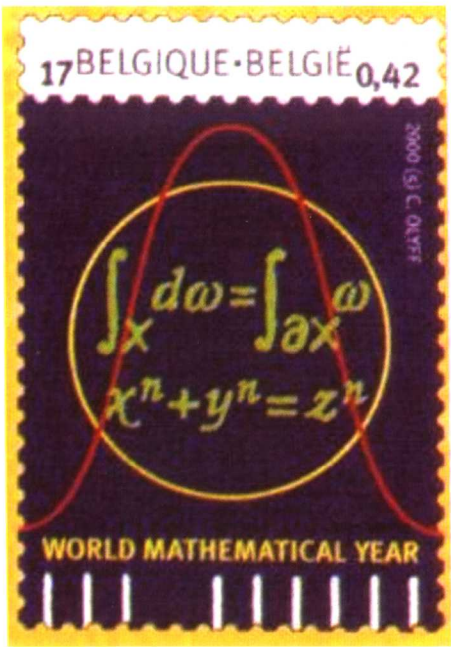


希腊帕提农神殿

中国邮票中的数学题材

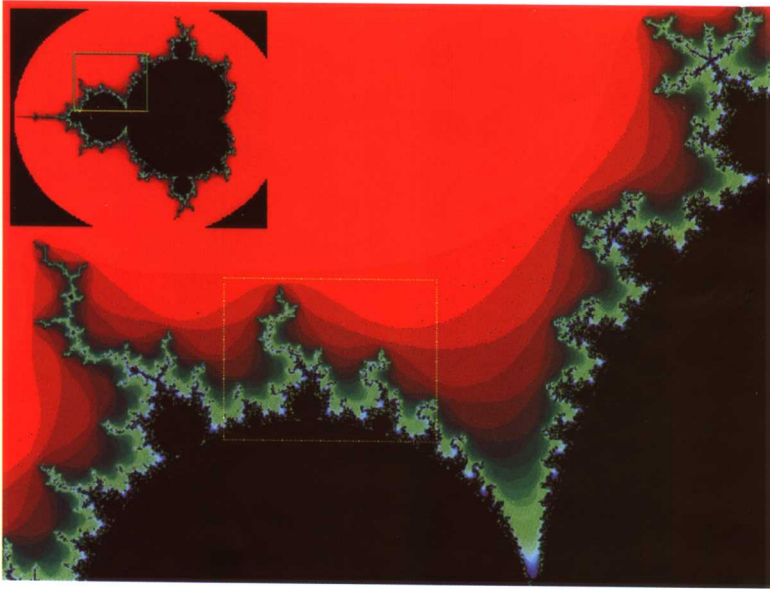


陈景润

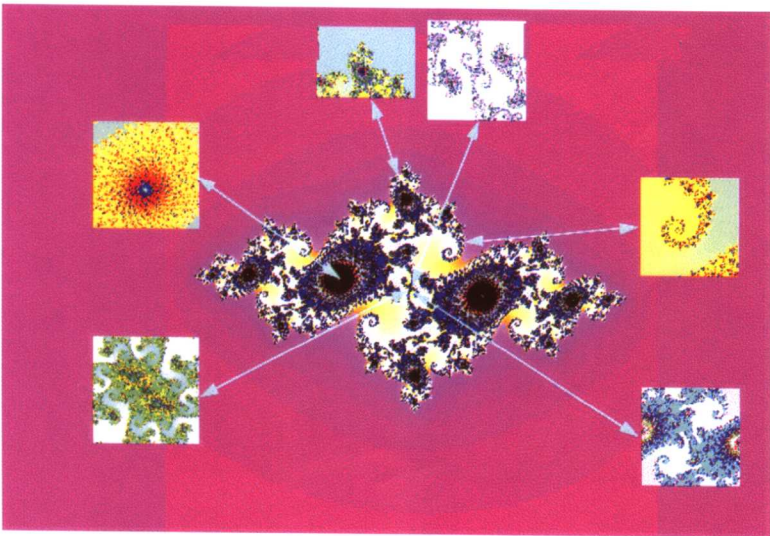


2000 年被定为国际数学年

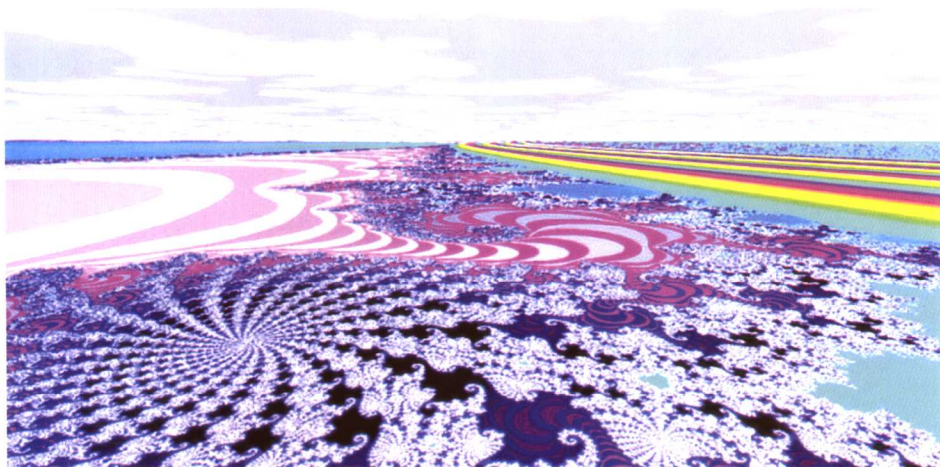
分形图欣赏



芒德勃罗 (Mandelbrot) 集的逐步放大



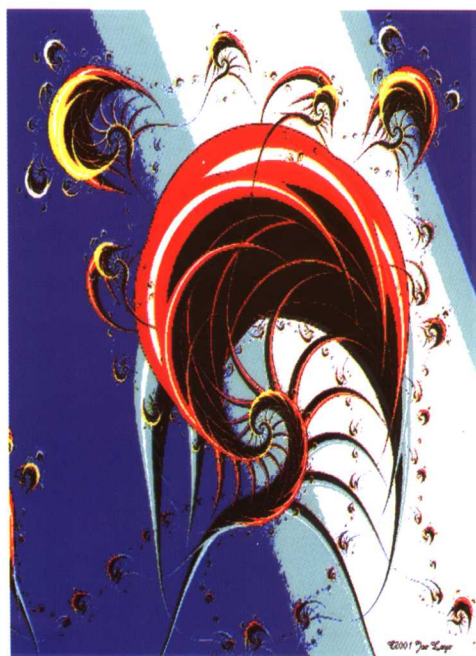
朱利亚 (Julia) 集的局部放大



芒德勃罗 (Mandelbrot) 海岸



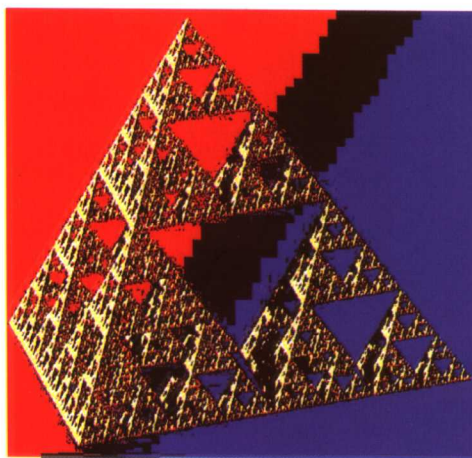
万弦琴



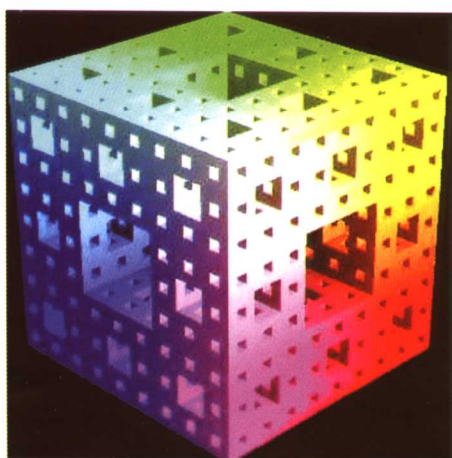
海底生物



无 题



谢尔宾斯基(Sierpinski)金字塔



门杰(Menger)海绵

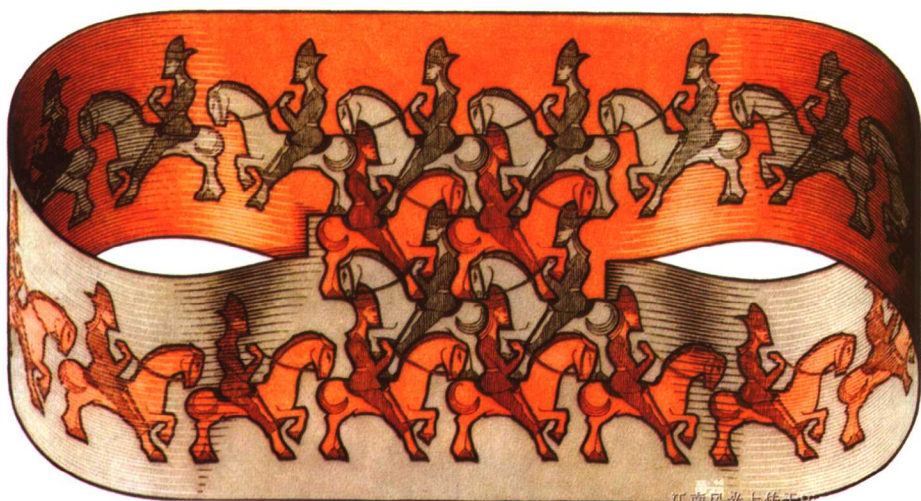
埃舍尔数学图形欣赏



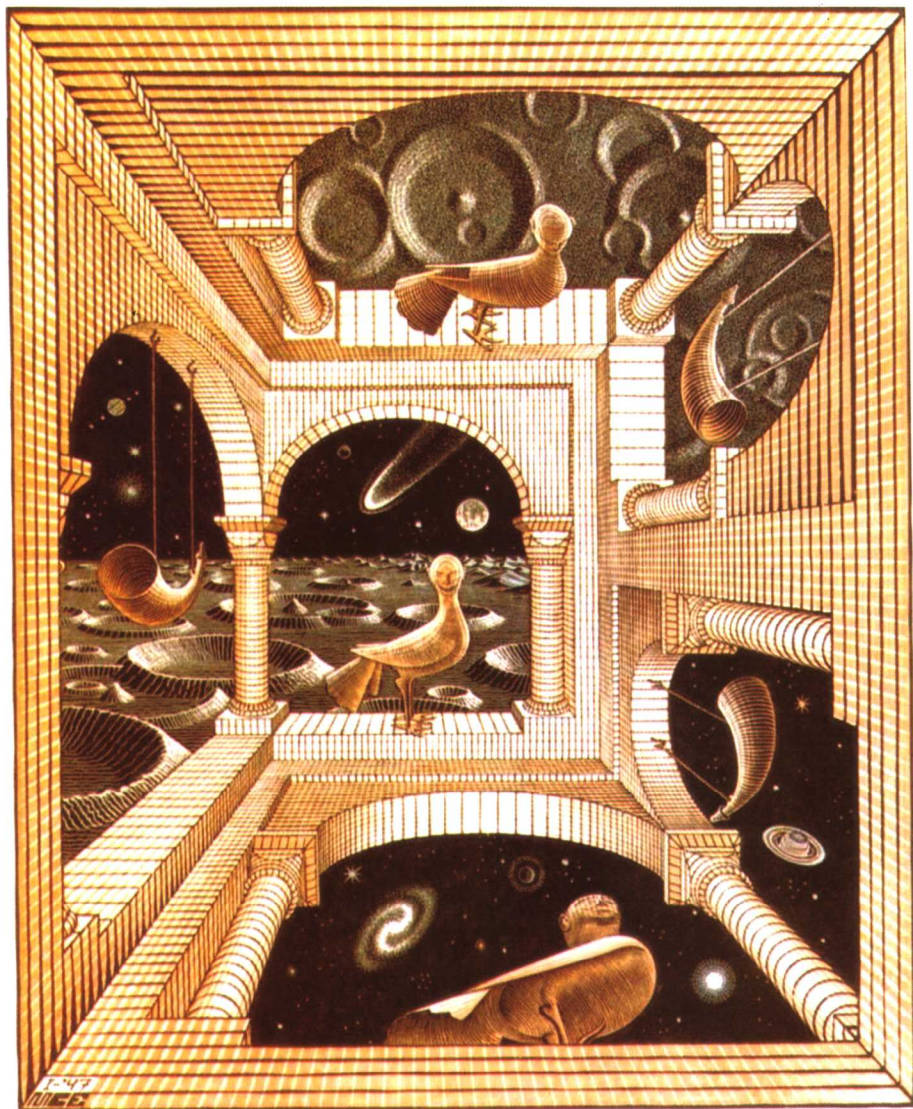
圆的极限 III (四色木刻)



在莫比乌斯带
上爬行的红蚁



骑士图



另一个世界(异度空间)

前 言

著名数学教育家丁石孙教授说：“我们长期以来，不仅没有认识到数学的文化教育功能，甚至不了解数学是一种文化，这种状况在相当程度上影响了数学研究和数学教育。”

作者从事中学数学教育 20 余年，深有感触。一种较普遍的观点是，数学不过是“思维的体操”，只要达到培养“逻辑思维能力”的目标就行了。学习数学是“苦读+考试”、“计算+逻辑”。因此，当前中学数学教育培养出来的数学尖子生的模式是基础实、知识窄、能攻难题而创造能力不强，且动手和应用数学解决实际问题的能力差。他们具有更多的“好胜心”，却缺乏对事物的“好奇心”，因而就缺乏创新能力。至于那些数学“弃儿”们却把数学视为升学的“拦路虎”，认为数学是一门“与实际无关”的“枯燥乏味”的“抽象”的学科，但他们为了考试、为了升学而不得不学。中学数学教育的功能，已经不是教育管道中的“泵”，而是成了学生进入高一级学校传输线中的“过滤器”。

面对以上情况，长期以来，我们采取的对策是让老师改进教学方法，以适应对当前课本知识的传授，争取在应试时获得高分；让学生勤奋刻苦学习，以适应对当前课本知识的掌握。这实际上实施的是以“老师为中心，以教室为中心，以课本为中心，以传授知识为主导思想”的封闭式的升学教育，这种教育显然已不应当今信息社会对高水平、高效率、高素质等多方面的要求。因此，我们当前要解决的问题，不能只停留在“如何教”、“如何学”的问题上，而关键是要解决“教什么”和“学什么”的问题。

即将在全国全面推行的新一轮的数学课程改革正是针对以上数学教学中的弊病，真正解决“教什么”、“学什么”的问题。也给丁石孙教授的感叹做出了回应。新一轮的数学课程改革，从改革理念到内容实施，都有较大的举措，特别是将“数学文化”提到了一个新的高度，予以特别

的重视。

在《普通高中数学课程标准(实验)》的课程改革理念中,突出强调体现“数学的文化价值”。数学是人类文化的重要组成部分,数学课程应当反映数学的历史、应用和发展趋势,以及数学科学的思想体系、美学价值、数学家的创新精神和数学在人类文明发展中的作用,以便在学生中逐步形成正确的数学观。因此,高中数学课程提倡体现数学的文化价值,并在适当的内容中提出对“数学文化”的学习要求。也就是要将“数学文化”贯穿于整个数学课程并融于教学当中,而这些内容又不单独设置,所以要求数学教师应积极主动再学习,否则无法适应相关内容的教学,甚至无法走进课堂。这无疑是对数学教师的一个大的挑战。基于此,作者深感有为一线数学教师及高中生编写一部较为全面的“数学文化”参考书的必要,这也就是作者编写这部《多元视角下的数学文化》的初衷。

如今关于“文化”的定义已有一百余种,但尚未有一个为学术界所普遍接受的定义。“文化”的定义尚未确定,要谈“数学文化”更是一个悬而未定的“难的课题”了。如此,只能从多元角度出发,在多角度的审视下看待“数学文化”,并在适当的时候加上了该部分内容的“文化意义或影响”,表达作者对“数学文化”的理解(仅供参考)。这至少可使遗漏的东西少一些,能为读者提供一部较为全面的“数学文化”参考资料。

多元视角下的数学文化,可使之与“数学教学”、“数学学习”建立起多元联系,可拓宽“数学文化”进入数学课堂的途径,问题的关键是如何充分体现数学文化的特性,发挥“数学文化”的内在魅力。使学生深刻了解到多元数学及多元数学文化。

现在人们更愿意从文化角度来关注数学,重视数学的文化价值,这是因为数学方式的理性思维为现代人打开了一个特殊的理解事物的视野。数学不仅是一门科学,也是一门文化,即“数学文化”;数学不仅是一些知识,也是一种素质,即“数学素质”。数学文化是现代人文化素质的重要组成部分。

由于数学从思维和技术等方面多角度地为人类文化提供了方法论

基础和技术性手段,从而在极大地丰富了人类文化的同时,也推动了人类文化的发展。因此说数学文化是人类文化中最重要的重要组成部分。正如齐民友教授所言:“没有现代的数学,就不会有现代的文化;没有现代数学,文化是注定要衰落的。”从历史上看,古希腊的文明时期、文艺复兴的文明时期也都是“数学文化”的兴盛时期。我国汉唐和清初的兴盛时期也是“数学文化”的兴旺时期。

数学是历史发展的文化。因此要讲点历史,讲点数学发展的历史,“一门科学的历史是那门科学最宝贵的一部分,因为科学只能给我们知识,而历史却能给我们智慧”。我们讲数学史,要将力量集中在划时代学科的诞生与重要概念的发展上。我们讲一点数学史,可以让我们和学生感受到数学的曼妙高深,洞知数学的过去、现在和未来,为数学的停滞而忧虑,为数学的前进而喝彩。读者可从第三章“数学史籍中的数学文化”、第四章“数学史料中的数学文化”、第五章“数学名题中的数学文化”和第九章“中国数学中的数学文化”中感受到数学界的风风雨雨,也可从中感受到数学家们平凡而伟大的人格魅力,从中体会数学家们从事数学研究的苦乐与甘辛、在数学道路上的磕磕绊绊,以及对数学执著追求的精神。

数学还是一种多元文化,因此与多门科学有着密切的联系,甚至文学与艺术。许多数学家能诗善文,有很深的文学修养和造诣,几乎所有的数学大师都有着一定的文学感情,而某些文学家亦有着一定的数学情怀,还有数学在文学中意想不到的应用。读者可从第八章“文学中的数学文化”中领略到文学与数学间的奇妙情结。

有人说数学是思维的艺术,甚至有学者说数学本身就是一种艺术。如果你读了第七章“数学应用艺术中的数学文化”的话,你就会相信“此话不虚”了。那些奇妙梦幻般的图形,其实都是数学的“杰作”。

数学也是社会生活的文化,因此,数学有着广泛的应用,在第六章“数学应用中的数学文化”中,只是就作者较感兴趣的几个问题进行了一些论述。其实数学的应用远非如此,因为数学几乎已渗透到自然科学和社会科学的所有领域。

数学是有价值的文化,在第二章中记述一些数学题材中大家熟知或感兴趣的问题,并做了一些文化内涵的阐述。这些问题启迪着人类的理性思维,体现出数学的价值。

数学又是进步科学的文化,是“人类进步与先进文化”的代表。自20世纪中叶以来,数学自身发生了巨大的变化,尤其是数学与计算机的结合,更使人类的生活产生了质的飞跃。“数字经济”、“数字地球”、“数字世界”等名词的出现,标志着人类已经进入了数字信息时代,“数学文化”已成了现代文化最重要的一个组成部分,“数学素质”是一种最重要的现代文化素质。

本书的完成,除了参考书末所列的参考文献外,还参考了其他许多书刊杂志和网上文章,并选用了大量的资料图片和数学家的图像,力求使每一题材都做到图文并茂、内容丰富。本书观点高,起点低,适用于高中及高中以上文化水平的广大读者群阅读。当数学文化的魅力真正渗入到课堂,融入到教学之中时,学生们将会进一步理解数学、喜爱数学。学生学习数学将不是一件苦事,而是一种乐趣,一种享受。

本书初稿的打印,得到了三位年轻的同事——刘建、孙文萍、袁宏娣老师的大力帮助,他们牺牲了许多业余时间,付出了辛勤的劳动,在此,向他们表示深切的感谢!

作 者

2007年3月

目 录

前言

第一章 概论	1
1.1 什么是数学	1
1.2 数学的特点	6
1.3 数学文化概述	8
第二章 数学题材中的数学文化	17
2.1 黄金分割引出的数学问题	17
2.2 神秘的无穷世界	27
2.3 勾股定理赏析	36
2.4 π ——一首无穷无尽的歌	48
2.5 中国剩余定理	61
2.6 七桥问题与一笔画	66
2.7 几何三大作图难题	72
2.8 两个超越无理数 e 和 π	79
2.9 莫比乌斯带与克莱因瓶	87
第三章 数学史籍中的数学文化	95
3.1 欧几里得与《几何原本》	95
3.2 刘徽与《九章算术》	107
3.3 《周易》与二进制	123
第四章 数学史料中的数学文化	135
4.1 悖论与三次数学危机	135
4.2 连接几何与代数的桥梁——解析几何	145
4.3 非欧几何	151
4.4 人类心智的结晶——微积分	160
第五章 数学名题中的数学文化	176
5.1 费马大定理	176
5.2 哥德巴赫猜想	185
5.3 四色猜想	194
5.4 希尔伯特 23 个数学问题及其影响	199
5.5 21 世纪的七大数学难题及其反响	204

第六章 数学应用中的数学文化	210
6.1 数学与军事	210
6.2 数学与法律	216
6.3 数学与生命科学	221
6.4 数学与体育竞技	226
6.5 数学与密码	230
第七章 数学应用艺术中的数学文化	234
7.1 奇妙的分形	234
7.2 迷人的平面镶嵌	254
7.3 埃舍尔的数学艺术	266
第八章 文学中的数学文化	281
8.1 文学与数学	281
8.2 数学工作者咏数学	294
8.3 能诗善文的数学大师——华罗庚	296
8.4 诗人数学家——苏步青	299
8.5 丘成桐的文学情怀	301
8.6 数学家的文学修养	306
8.7 天才数学家和天才诗人	310
8.8 文人的数学情怀	312
8.9 数学在文学中的应用	315
第九章 中国数学中的数学文化	318
9.1 世界之最的中国数学成就	318
9.2 以华人命名的数学成果	322
9.3 机器证明——中国数学家的杰出贡献	327
9.4 中国数学家在破解“庞加莱猜想”中的贡献	334
9.5 中国现代数学的发展	340
9.6 陈省身猜想——21 世纪的数学强国	348
参考文献	353
附录 1 改变世界面貌的十个数学公式	354
附录 2 世界著名数学大奖简介	360

第一章 概 论

“数学”一词来自希腊,原意是“科学或知识”的意思。在我国古代,数学叫做算术,后来又叫做算学和数学。

1.1 什么是数学

什么是数学?数学又是什么?众说纷纭,请看下面的一些说法。

1. 数学家谈数学

数学的本质在于它的自由。

——康托尔(G. Cantor)

在数学领域,提出问题的艺术比解答问题的艺术更为重要。

——康托尔(G. Cantor)

数学是无穷的科学。

——魏尔(H. Weyl)

问题是数学的心脏。

——哈尔莫斯(P. R. Halmos)

没有任何问题可以像无穷那样深深地触动人的情感,很少有别的观念像无穷那样激励理智产生固有成果的思想,然而也没有任何其他的概念,能像无穷那样需要加以阐明。

——希尔伯特(D. Hilbert)

数学中的美丽定理具有这样的特点,他们极易从事实中归纳出来,但证明却隐藏着极深。

——高斯(C. F. Gauss)

音乐能激发或抚慰情怀,绘画能使人赏心悦目,诗歌能动人心弦,哲学使人获得智慧,科学可改善物质生活,但数学能给予以上的一切。

——克莱因(F. Klein)

数学确属美妙的节奏,宛如画家或诗人的创作一样——是思想的综合;如同颜色或词汇的综合一样,应当具有内在的和谐一致。对于数学概念来说,美是它的第一试金石;世界上不存在畸形丑陋的数学。

——哈代(G. H. Hardy)

用功不是指每天在房里看书,也不是光做习题,而是要经常想数学。一天至少有七八个小时在思考数学。

——陈省身

任何一门数学分支,不管它如何抽象,总有一天会在现实世界的现象中找到应用。

——罗巴切夫斯基(H. И. Luobaqiefusiji)

数学——科学不可动摇的基石,促使人类事业进步的源泉。

——巴罗(J. Barrow)

在数学中,最微小的误差也不能忽视。

——牛顿(I. Newton)

一个例子比十个定理有效。

——牛顿(I. Newton)

在数学中,我们发现真理的主要工具是归纳和模拟。

——拉普拉斯(Laplace)

数学家在他的工作中可以体验到艺术家一样的乐趣。

——庞加莱(Poincare)

新的数学方法和概念,常常比解决数学问题本身更重要。

——华罗庚

宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁,无处不用数学。

——华罗庚

数学主要的目标是公众的利益和自然现象的解释。

——傅里叶(J. B. J. Fourier)

世界上的万事万物都是由物质和量互相联系着的。要做到“胸中有数”,掌握事物的数量规律,就必须依靠数学这个有力的工具。

——苏步青

当今科学发展的一个重要趋势,就是各门学科的“数学化”。例如过去认为与数学关系不大的生物学,现在已开始用数学作为工具来研究了。因此,数学的基础理论一方面在实践的基础上不断发展和深化,同时又对其他科学的发展起着重要的推动作用。

——苏步青

学习数学要多做习题,边做边思索。先知其然,然后知其所以然。

——苏步青

在数学教学中,加入历史是有百利而无一弊的。

——保罗·朗之万(Paul Langevin)

我要活下去！我还有许多工作没有做完……

——阿贝尔(N. H. Abel)

我的数学兴趣还没完。

——波利亚(G. Polya)

2. 名人对数学的怪论

没有诗人气质的数学家，绝不是一个完美的数学家。

——魏尔斯特拉斯(Weierstrass)

一个好的数学家至少是半个哲学家；一个好的哲学家至少是半个数学家。

——弗雷格(Frege)

哲学与数学的统一：美丽的梦。

——笛卡儿(R. Descartes)

数学之所以古怪在于它不能为非数学家所理解。

——魏尔(H. Weyl)

应用数学是坏数学。

——哈尔莫斯(P. R. Halmos)

数学是一种别具匠心的艺术。

——哈尔莫斯(P. R. Halmos)

数学家本质上是着迷者，不迷就没有数学。

——努瓦列斯(Nualles)

数学和辩证法一样，都是人类最高级理性的体现。

——歌德(J. W. Goethe)

千古数学一大猜！

——华罗庚

天才？请你看看我的臂肘吧。

——拉马努金(Ramanujan)

数学当作一门艺术来看时最近似于绘画，二者在两种目标间维持一种张力。在绘画中，既要表达可见世界的形状与色彩，又要在一块二维的花布上构造出赏心悦目的图案；在数学中，既要研究自然的规律，又要编织出优美的演义模式。

——拉克斯(P. Lax)

在数学中最令我欣喜的，是那些能够被证明的东西。

——罗素(B. A. W. Russell)

3. 名家论数学的本质

马克思：一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到真正完美的地步。