

21世纪高职高专精品教材

工程力学

学习指导(土建类)

主编 张美元

副主编 王红梅 田春竹



黄河水利出版社

工程力学

学习指导与习题解答

第二版

王士初 编著

高等教育出版社

北京·上海·天津·南京·武汉·西安·沈阳

http://www.pearsonhighered.com

21世纪高职高专精品教材

工程力学学习指导

(土建类)

主编 张美元
副主编 王红梅 田春竹

黄河水利出版社

内 容 提 要

本书为《工程力学》教材的配套用书,主要对教材中的主要知识点、学习内容及要求、习题答案及部分习题的解答等进行了详细阐述和讲解。包括工程力学基础、平面力系的合成与平衡、杆件的内力与内力图、杆件的应力与强度计算、杆件的变形计算与刚度校核、压杆稳定、结构的计算简图及几何组成分析、静定结构的内力和位移计算、超静定结构的传统计算方法等内容。可帮助学生更好地理解和掌握教材内容。

本书适用于高职高专院校的水利水电、工业与民用建筑、给排水、市政工程、道路桥梁等土建类专业和近土建类专业的工程力学课程的教学,也可作为各土建类工程技术人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学学习指导:土建类/张美元主编.—郑州:黄河
水利出版社,2007.9
21世纪高职高专精品教材
ISBN 978 - 7 - 80734 - 269 - 4

I . 工… II . 张… III . 工程力学—高等学校:技术学校—
教学参考资料 IV . TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 139146 号

策划组稿:马广州 电话:0371-66023343 E-mail:magz@yahoo.cn

出 版 社:黄河水利出版社

地址:河南省郑州市金水路 11 号 邮政编码:450003

发行单位:黄河水利出版社

发行部电话:0371-66026940 传真:0371-66022620

E-mail:hhslcbs@126.com

承印单位:河南省瑞光印务股份有限公司

开本:787 mm×1 092 mm 1/16

印张:12.5

字数:284 千字 印数:1—4 100

版次:2007 年 9 月第 1 版 印次:2007 年 9 月第 1 次印刷

书号:ISBN 978 - 7 - 80734 - 269 - 4/TB·17 定价:18.00 元

前 言

本套书是根据高职高专水利水电工程和工业与民用建筑工程等专业的专业教学计划及工程力学教学大纲的基本要求,结合我国高职教育特点和对高等职业技术人才的培养目标要求而编写的,分《工程力学》和《工程力学学习指导》两册。

为体现高等职业技术教育的特点,按照培养符合我国国情的高等级实用型工程技术人才的基本要求,本套书采取不淡化理论的系统性,强调专业技术基础知识的实用性,将过去共几十章的工程力学教材内容,经精减、淡化、综合归类后,缩编成 11 章。

本套书内容简练、叙述通俗,例题典型且贴近工程实际。对于理论知识,着重强调其结论和应用。一般公式不推导,注重从实用出发,培养学生分析和解决实际问题的能力。每章末附有习题。《工程力学学习指导》是为帮助学生更好地学习和掌握教材内容。另外,为方便读者,已将本套书的电子教案、授课计划和教学大纲、教学课件等教学资料,全部在网上公开发布,读者可登录 <http://www.yrcp.com> 或 <http://jwc.hbsy.cn/ec/C4/zcr-1.htm> 查阅。编者制作的《平面直杆结构内力与位移计算》软件,也可以从此处下载。

本教材及学习指导的编写分工如下:《工程力学》的第 2、3、10 章由王正君编写,第 4、5、7 章由吕军奇编写,第 6、8、9 章由杨帆编写;《工程力学学习指导》的第 3、4、5、6 章由王红梅编写,第 7、8、9 章由田春竹编写。其他章节由张美元编写。《工程力学》和《工程力学学习指导》均由张美元最后统稿。

在此向关心和支持本教材建设的领导及同行表示诚挚的谢意。由于本人水平所限,书中也难免存在错漏和欠妥之处,诚请各位同行和广大读者批评指正,以便日后对本教材再作修改,使之不断完善。

编 者

2007 年 5 月

目 录

前 言

第 1 章 绪 论	(1)
1.1 内容与要求	(1)
1.2 学习与理解	(1)
1.3 复习思考题	(3)
第 2 章 工程力学基础	(4)
2.1 内容与要求	(4)
2.2 学习与理解	(4)
2.3 习题答案及选解	(12)
2.4 复习思考题	(13)
第 3 章 力系的合成与平衡	(15)
3.1 内容与要求	(15)
3.2 学习与理解	(15)
3.3 习题答案及选解	(34)
3.4 复习思考题	(42)
第 4 章 杆件的内力与内力图	(44)
4.1 内容与要求	(44)
4.2 学习与理解	(44)
4.3 习题答案及选解	(63)
4.4 复习思考题	(68)
第 5 章 杆件的应力与强度计算	(70)
5.1 内容与要求	(70)
5.2 学习与理解	(70)
5.3 习题答案及选解	(81)
5.4 复习思考题	(85)
第 6 章 杆件的变形与刚度计算	(90)
6.1 内容与要求	(90)
6.2 学习与理解	(90)
6.3 习题答案及选解	(97)
6.4 复习思考题	(100)
第 7 章 压杆稳定	(103)
7.1 内容与要求	(103)

7.2 学习与理解	(103)
7.3 习题答案及选解	(107)
7.4 复习思考题	(109)
第8章 结构计算简图与几何组成分析	(111)
8.1 内容与要求	(111)
8.2 学习与理解	(111)
8.3 习题答案及选解	(117)
8.4 复习思考题	(120)
第9章 静定结构的内力与位移计算	(121)
9.1 内容与要求	(121)
9.2 学习与理解	(121)
9.3 习题答案及选解	(136)
9.4 复习思考题	(144)
第10章 超静定结构计算的传统方法	(146)
10.1 内容与要求	(146)
10.2 学习与理解	(146)
10.3 习题答案及选解	(160)
10.4 复习思考题	(170)
第11章 《平面直杆结构内力与位移计算》软件的应用	(171)
11.1 内容与要求	(171)
11.2 学习与理解	(171)
11.3 习题答案及选解	(183)
11.4 复习思考题	(190)

第1章 絮 论

1.1 内容与要求

本章的基本内容是：工程力学的研究对象和主要任务、变形固体的基本假设、杆件变形的基本形式。

学习本章的基本要求是：

- (1) 了解建筑物、结构、构件三者的含义及其相互关系，明确工程力学课程的研究对象。
- (2) 了解杆件和杆件结构的强度、刚度、稳定性的含义，明确工程力学的主要任务。
- (3) 了解杆件基本变形的基本形式，以及每种变形的受力与主要变形特征。

1.2 学习与理解

1.2.1 杆件和杆件结构

工程力学的研究对象是杆件和杆件结构。

杆件是指长度远远大于横向尺寸的构件。轴线是直线的杆件称为直杆，轴线是曲线的杆件称为曲杆。杆件的横截面可以有各种不同的形状，但常见的截面形状是矩形、圆形、圆环形、工字形及 T 形等几种。

杆件结构是指由杆件(或杆件系统)与基础相联构成的结构。结构中的杆件与杆件之间的联结点，称为结点。如果被结点所联结的杆件在结点处不可能产生任何的相对移动和相对转动，则称此结点为刚性结点；若可以作相对转动(即使是微小的转动)，则称为铰结点。结构中与基础联结并起支承作用的部分(或构造)，称为支座。结构中支座有多种不同的形式，每种形式支座所起的作用也各不相同。常见的支座形式有固定铰支座、可动铰支座、固定端支座等。

杆件结构有多种形式，常见的杆件结构有梁、刚架、桁架、拱等基本形式，以及由基本形式结构组成的组合结构。最简单的杆件结构是由一根杆件与支座联结而成的结构，如单跨梁。

作为工程力学中研究对象的杆件结构，是通过对实际受力物体或建筑物进行简化后而得到的结构计算简图，即结构的力学模型。要了解计算简图是怎样得到的，可阅读《工程力学》(以下简称本教材)的第 8 章第 1.1 节。

1.2.2 强度、刚度、稳定性

工程力学的任务是研究杆件或杆件结构自身的承载能力。而对于结构的基础，其承

载能力将在有关的专业课程中研究。因此,工程力学中所讲述的承载能力,主要是指杆件承受外力的能力。这种能力具体体现在强度、刚度和稳定性三个方面。

强度——反映杆件抵抗破坏能力的量度。强度问题就是当杆件受外力后,会不会产生断裂、破碎等问题。

刚度——反映杆件抵抗变形能力的量度。刚度问题就是杆件受力后产生的变形会不会超出允许范围的问题。因为当杆件变形超过允许范围时,虽然结构不致于破坏,但却不能正常使用,即同样失去了承载能力。

稳定性——反映轴向压杆保持原有直线平衡状态的能力。研究证明,对于细而长的轴向压杆,其承载能力突出地反映在稳定性问题上。如果稳定性满足要求,则该杆件的强度和刚度都会满足要求。当然,某些不是轴向压缩的杆件也会存在稳定性问题,教材及本书不进行讨论。

杆件的强度、刚度和稳定性,不仅与作用于杆件上的外力有关,还与杆件的几何尺寸、截面形状、杆件材料的性质等因素密切相关。关于这一点,读者在学习时要注意。

1.2.3 变形固体的三个假设

实际物体的物理性质是比较复杂的,当分析物体的受力和变形时,如果把所有影响的因素都考虑进来,不仅会使问题变得非常复杂,而且可能得不出正确的结论。其实,在分析问题时只要抓住主要的影响因素,就可使分析结果满足计算精度要求,而且还可以使分析过程和解决问题的表达形式十分简捷。基于此点,工程力学对变形固体的材料作出了三点假设,即均匀连续性假设、各向同性假设和小变形假设。其中:

(1)均匀连续性假设,是假设组成固体材料的晶体在固体内无任何间隙地均匀分布在整个固体的几何空间内。

(2)各向同性假设,是假设固体材料在三维空间任何方向上的物理或力学性能都相同。

通过这两条假设,就可以根据固体内任何取出一个微分体的受力和变形情况,来定义其各个方向的受力和变形规律,使问题的分析得以简化。

(3)小变形假设,就是认为或限定材料的变形必须是弹性变形范围内的小变形。有了这个假设,就可以在考虑物体的整体或局部平衡时,忽略小变形的影响,即在变形前后均取相同的几何尺寸。

1.2.4 杆件的四种基本变形

实际工程结构中的杆件在外力或其他各种因素作用下的变形形式有很多种,但经分析表明,无论杆件的变形形式如何复杂,其基本的变形形式只有四种,即轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、平面弯曲。其他任何变形形式都是这四种基本形式的不同组合。

轴向拉伸和压缩:轴向即杆件的轴线方向,拉或压是指沿杆件的轴线方向作用的拉力或压力,伸和缩是指杆件的变形为轴向的伸长或缩短。或者说,当杆件受到沿轴线方向的拉力或压力作用时,杆件的变形为轴线的伸长或缩短,如图 1-1 所示。

剪切:是指杆件(或构件)受一对等值、反向、作用线平行但相距很近的外力作用时,杆件位于此二力作用线之间的横截面会产生沿各自作用力方向平行错动的变形或破坏,如图 1-2

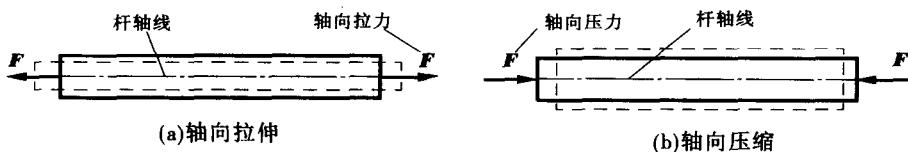


图 1-1

所示。工程中的剪切构件主要是结构或机构中的连接件,如铆钉、螺栓、销钉等物件。

扭转:杆件受到与横截面平行且绕杆件的轴线转动的外力偶作用时,杆件在外力偶作用面之间的各横截面均绕杆件轴线产生相对转动,如图 1-3 所示。工程中的杆件主要是机械(机器)的传动轴。

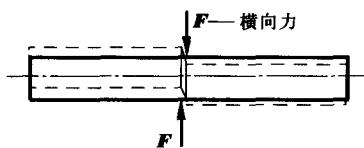


图 1-2

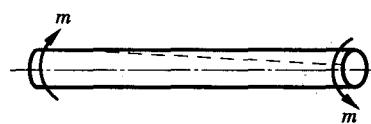


图 1-3

弯曲:当杆件受到与杆轴线垂直的外力作用时,杆件的轴线会由原来的直线变为曲线(称为曲轴线)。这时,杆件轴线一侧的纤维相对伸长,另一侧的纤维则相对缩短,如图 1-4 所示。工程中的弯曲变形杆件是最常见的受力构件,工程结构中的梁和刚架中的杆件都是受弯构件。

关于这四种基本变形的特征,在教材和本书的第 4、5、6 章中有详细阐述。

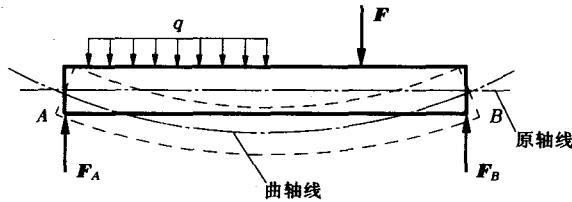


图 1-4

1.3 复习思考题

- 1-1 工程力学的学科性质是什么?
- 1-2 何谓结构? 何谓杆件结构?
- 1-3 杆件的几何特征是什么?
- 1-4 结点在结构中起何作用?
- 1-5 支座在结构中起何作用?
- 1-6 强度、刚度、稳定性分别反映了杆件哪个(或哪些)方面的能力?
- 1-7 假设工程材料符合均匀连续性、各向同性和小变形的目的是什么?
- 1-8 作用于四种基本变形杆件上的外力各有什么特征?

第2章 工程力学基础

2.1 内容与要求

2.1.1 基本内容

- (1)重要概念:力的概念、平衡的概念、刚体的概念,投影的概念、力矩的概念、力偶的概念,约束的概念。
- (2)基本公理:二力平衡公理、加减平衡力系公理、力的平行四边形公理、作用与反作用公理。
- (3)重要定理:合力投影定理、合力矩定理。
- (4)物体的受力分析与受力图。

本章的重点,一是力的投影计算和力矩的计算,二是物体的受力图。画物体系的受力图是本章的难点。

2.1.2 学习要求

- (1)充分理解和掌握上述概念,熟练掌握力的投影和力对点之矩的计算方法。
- (2)弄清四个公理的含义和各自的适用条件。
- (3)弄清两个定理及其表达式的意义,熟练掌握合力的投影和合力矩的计算,会对墙体进行抗倾覆稳定性校核。
- (4)弄清并熟练掌握常见约束的功能及约束力特征。
- (5)熟练掌握作物体受力图的方法和要点,高度重视作物体受力图。

2.2 学习与理解

2.2.1 力矢量

力的概念是工程力学最基本的概念。物体的相互接触(或作用)是产生力的原因,物体的运动或变形,是力作用的结果。力是有大小和方向的量,故力是矢量,力在物体上的作用位置是力的作用点。对于不同形式的力有不同的单位和量纲。

作用于物体上的若干个力称为力系,其合力就是该力系的等效力,力系中的各力称为力系的分力。作用于物体上同一点的力系可以由平行四边形法则合成为一个仍作用于该点的合力,这合力是各分力的矢量和。图 2-1 中 F_R 是 F_1 和 F_2 的合力或等效力。

一个力可以分解为仍作用于该力作用点的两个分力,但若要唯一确定此二分力,必须

具备以下三个条件之一：

- (1) 已知一分力的大小和方向,求另一分力的大小和方向。
- (2) 已知二分力的大小,求其方向。
- (3) 已知二分力的方向,求其大小。

工程力学中通常将一个力分解为两个相互垂直的分力,即二分力的方向已知,只求大小,如图 2-2 所示。

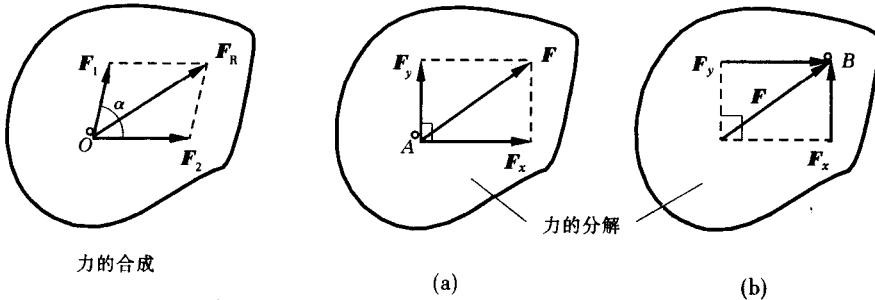


图 2-1

图 2-2

平衡状态是指平衡力系作用下物体所处的状态,即静止或匀速直线运动状态。本教材中所研究的杆件和杆件结构,都处于静止状态。或者说,作用于本教材所研究物体上的力系,都是平衡力系。使得所作用的物体处于平衡状态时,力系必须满足的条件,称为该力系的平衡条件。平衡条件的数学表达式,称为平衡方程式。

2.2.2 力的投影与力系合力的投影

力的投影表达式为

$$\left. \begin{array}{l} F_x = \pm F \cos \alpha \\ F_y = \pm F \sin \alpha \end{array} \right\} \quad (2-1)$$

用式(2-1)计算力的投影时,要注意投影表达式中 α 的定义域。在本教材中,将 α 限定为力作用线与 x 轴所夹的锐角。因此,力在某轴上投影的正负号取决于力沿投影轴分解时的分力方向:当分力方向与投影轴正向一致时,该投影取正号,反之取负号。

有些教材中将投影角 α 定义为力作用线与 x 轴正向的夹角,即投影的表达式为

$$\left. \begin{array}{l} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = F \sin \alpha \end{array} \right\} \quad (2-1')$$

则投影的正负号取决于对应三角函数值的正负号。

力系合力在两个坐标轴上的投影由合力投影定理计算,合力投影定理的表达式为

$$\left. \begin{array}{l} F_{Rx} = \sum F_{ix} \\ F_{Ry} = \sum F_{iy} \end{array} \right\} \quad (2-2)$$

此式表明:力系合力在某坐标轴上的投影,等于力系中各分力对同一坐标轴投影的代数和。力的投影及合力的投影都是代数量。计算时要特别注意投影的正负号。

2.2.3 力矩与力系的合力矩

力矩是量度力对物体转动效应的物理量。在平面内,它是一个代数量,其表达式为

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm F \cdot d \quad (2-3)$$

式中,“±”表示力使物体的转动方向,教材中规定:当力 \mathbf{F} 使物体绕“矩心 O ”逆时针方向转动时,该力矩取“+”,反之取“-”。“力臂 d ”是 \mathbf{F} 的作用线与“矩心 O ”之间的垂直距离。

需要注意的是,在判定力矩的正负号时,由于所研究的物体处于静止平衡状态,所以并不能见到物体的转动,故所谓物体的转动方向实际上是指物体有转动趋势的方向。

初学者在计算力矩时,往往由于忽视“矩心”的位置而对力矩符号的判定感到茫然。建议存在这个问题的读者在计算力矩时,用试验的方法来确定物体的转向:像画图时一样,一手握圆规(视为要转动的物体),圆规针尖置于桌面上(视为矩心),圆规两腿连线视为力臂,用另一只手的食指当做力,并按力的方向去推动圆规的可动腿,则圆规的转向即该力作用时物体的转向。

当物体上受力系作用时,该力系对物体的转动效应可用该力系的合力矩来量度:**力系合力对某点的矩,等于该力系中各分力对同一点力矩的代数和**。即

$$M_O(\mathbf{F}_R) = \sum M_O(\mathbf{F}_i) \quad (2-4)$$

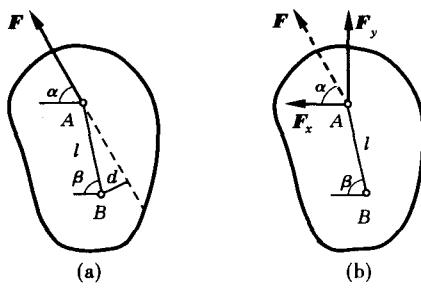


图 2-3

该定理是力系合成与平衡计算的重要理论依据。同时,在计算力矩的过程中遇到某力的臂长未直接给出或不易确定时,可以将该力进行垂直分解,然后用求合力矩的办法来求取该力的矩。

【例 2-1】 计算作用于图 2-3(a)所示物体上 A 点的力 \mathbf{F} 对 B 点的矩,设图 2-3(a)中 l 、 α 、 β 为已知。

解:对于图 2-3(a),计算力 \mathbf{F} 对 B 点的矩有两种方法:

(1)是先由几何关系计算出力作用线到 B 点的垂直距离 d ,然后才能计算该力对 B 点的矩。由图中几何关系

$$d = l \sin(\beta - \alpha)$$

则

$$M_B(\mathbf{F}) = Fd = Fl \sin(\beta - \alpha)$$

(2)若将力作如图 2-3(b)所示的分解,则该力矩显然为

$$M_B(\mathbf{F}) = M_B(\mathbf{F}_x) + M_B(\mathbf{F}_y) = Fl \cos\alpha \sin\beta - Fl \sin\alpha \cos\beta = Fl \sin(\beta - \alpha)$$

这两种方法的计算结果完全一致,但在实际计算中,多采用第(2)种方法。

力对物体的作用,一般说来,既产生平动效应,又产生转动效应;前者可用力在轴上的投影来量度,后者则用力对点的矩来量度。合力投影定理从平动效应方面揭示了合力与

分力之间的等效关系,而合力矩定理则从转动效应方面揭示了合力与分力之间的等效关系,因此可以说,它们是静力学的两个基本定理。

在土建工程中,通常需要对挡土墙、重力坝等仅以地基为约束条件的墙体结构进行抗倾覆和抗滑动稳定性校核。抗倾覆稳定性校核的基本方法是:分别计算出“倾覆力矩 $M_{\text{倾}}$ ”和“抗倾力矩 $M_{\text{抗}}$ ”后,对这两种力矩进行比较,当

$$M_{\text{抗}} > M_{\text{倾}}$$

或 $K = \frac{M_{\text{抗}}}{M_{\text{倾}}} > 1$ (2-5)

时,墙体不会倾覆。如果在一个墙体上促使其倾覆的力或者阻止其倾覆的力有几个时,则式(2-5)中 $M_{\text{倾}}$ 等于各倾覆力矩之和, $M_{\text{抗}}$ 等于各抗倾力矩之和。

如果不会确定哪些力是抗倾力,哪些力是倾覆力,建议用下面的方法校核抗倾覆稳定性:以墙体的可能倾覆方向(墙体绕指定点的可能转动方向)作为力矩的正号方向,计算出作用于墙体上各力对指定点的合力矩

$$M_O = \sum M_O(F_i) \quad (2-6)$$

则当 M_O 为正时,墙体会绕 O 点倾覆; M_O 为负时,墙体不会绕 O 点倾覆。

【例 2-2】 求图 2-4(a)所示杆 AB 上平行力系的合力及其作用位置。

解:对于平行力系,由于它的合力作用线必定与各分力的作用线平行,故其合力的大小等于各分力的代数和,其作用位置可由合力矩定理确定。设合力 F_R 向下为正,其作用线距 A 点的距离为 d_R ,如图 2-4(b)所示。则

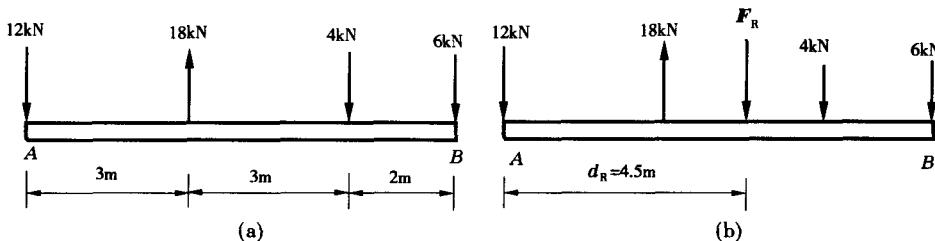


图 2-4

$$F_R = \sum F = 12 - 18 + 4 + 6 = 4(\text{kN})$$

由 $M_A(F_R) = \sum M_A(F)$

有

$$F_R \times d_R = 4 \times 6 + 6 \times 8 - 18 \times 3 = 72 - 54 = 18(\text{kN} \cdot \text{m})$$

解得

$$d_R = \frac{18}{F_R} = \frac{18}{4} = 4.5(\text{m})$$

即合力 F_R 作用在距 A 点 4.5m 处。

【例 2-3】 重力式挡土墙如图 2-5 所示。已知墙上所受各力的大小分别为墙体自重

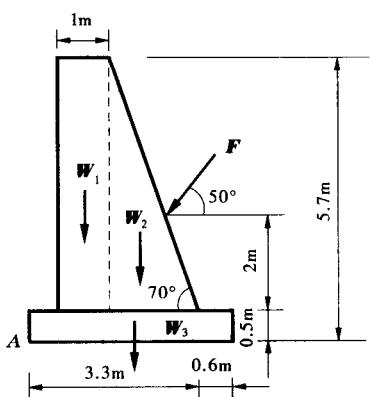


图 2-5

$W_1 = 156.8 \text{ kN}$, $W_2 = 141 \text{ kN}$, 底板自重 $W_3 = 75 \text{ kN}$, 墙后土压力的合力 $F = 240 \text{ kN}$ 。试问该挡土墙是否会绕墙的前趾 A 点向左倾覆?

解:依题意,这是一个墙体的抗倾覆稳定性校核问题。在图 2-5 所示各力中,促使墙体倾覆的力是墙后土压力的水平分量,其他力均为抗倾覆的力,则

倾覆力矩为

$$\begin{aligned} M_{\text{倾}} &= F \cos 50^\circ \times 2.5 \\ &= 240 \times 0.643 \times 2.5 = 385.67 (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

抗倾力矩为

$$\begin{aligned} M_{\text{抗}} &= F \sin 50^\circ \times (3.3 - 2 \cot 70^\circ) \\ &\quad + W_1 \times 0.9 + W_2 \times 2.03 + W_3 \times 1.95 \\ &= 240 \times 0.766 \times 2.57 + 156.8 \times 0.9 + 141 \times 2.03 + 75 \times 1.95 \\ &= 472.47 + 141.12 + 286.23 + 146.25 = 1046.07 (\text{kN} \cdot \text{m}) \end{aligned}$$

因 $M_{\text{抗}} > M_{\text{倾}}$, 故该墙体不会向左倾覆。

2.2.4 力偶

力偶是由两个等值、反向、不共线的力所组成的特殊力系。力偶仅使物体产生转动,并用力偶矩来量度力偶对物体的转动效应。组成功力偶之二力在任一轴上投影的代数和为零,因而力偶没有合力,也不能用一个力去平衡它。组成功力偶之二力对任一点的力矩之和为一常量,其值等于该力偶的力偶矩。

2.2.5 静力学公理的应用问题

受二力作用的刚体处于平衡状态的条件,即二力平衡条件是,这两个力等值、反向、共线。该条件虽然是针对刚体而言的,但因为平衡问题属于力对物体作用的外效应问题,因而在实际应用中,在研究除柔性体外的弹性变形固体的二力平衡问题时,仍然使用这个条件。

加减平衡力系公理、力的可传性都只适用于刚体,在从第 4 章开始的以后各章中分析杆件内力及变形时,切勿误用之。

在对物体系进行受力分析、对杆件或杆件结构进行内力和应力分析时,经常应用到力的作用与反作用关系。两接触物体间的相互作用力是物体系的内力,作用于被截杆件两部分截面间的相互作用力是杆件的内力。内力是成对出现的,每对内力间的关系是作用与反作用关系。

2.2.6 约束与受力图

2.2.6.1 约束

约束是阻止物体运动的装置,是相对于受力分析的对象(即研究对象)的其他物体。约束对被约束物体所作用的力,称为约束力,其方向始终与被约束物体在外力作用下的可

能运动方向相反,故又称约束力为约束反力,或简称为反力。约束力的作用点是约束与被约束物体的接触点。工程中常见的约束类型、约束的功能、简图形式及约束力特征,列在本教材表2-1中,供学习时参阅。

2.2.6.2 受力图

受力图是反映物体或物体系承受外力作用状况的图形。作受力图的一般步骤为:

(1)确定研究对象并取此研究对象为脱离体。就是将要画其受力图(对它进行受力分析的)的那个物体或物体系单独画出来。

(2)在该脱离体上画出它受到的全部主动力(即荷载)。

(3)在它与所受各约束的接触处,按约束类型及相应的约束力特征画出约束力。

当在物体上画出了它所受到的全部主动力和约束力并分别冠以相应不同的名称后,便得到了该物体的受力图。画受力图中的每个力时,都必须注意力的三要素。作用于物体上的力不能多画、少画或错画。

作用于单个物体上的力有两种:一种是被称为荷载的主动力,即促使物体运动或产生运动趋势的力。另一种是称为约束力的被动力,即阻止物体运动的力。

物体系的受力图分为物体系整体受力图和分离体受力图两种。作物体系整体受力图时,只画物体系受到的外力。物体系各物体间的相互作用力是系统的内力,不能画出来。物体系中分离体受力图的画法与单个物体受力图的画法基本相同,只是要注意分离体上以外力形式出现的内约束力间的作用与反作用关系。

【例2-4】重为W的均质圆柱体O,由不计自重的杆AB及绳BC和墙稳定在图2-6(a)所示位置。铰A和接触点D、E的摩擦不计。试分别画出圆柱体O和杆AB的受力图。

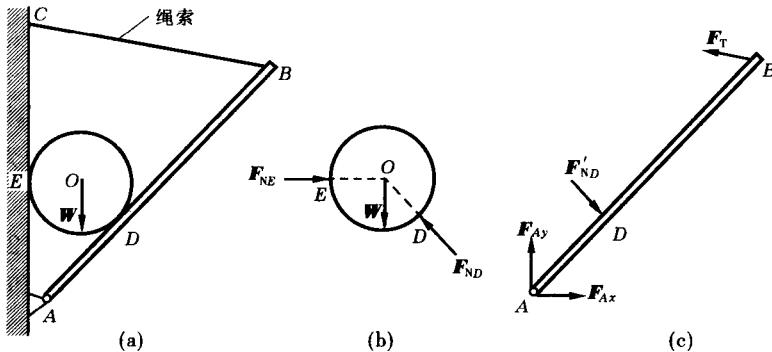


图2-6

解:在图2-6(a)中,圆柱以墙和杆AB为约束,而铰A和绳索BC仅是杆AB的约束,故作受力分析时应先以受主动力W作用的圆柱体O为研究对象,后再以杆AB为研究对象,并分别作出它们的受力图。

(1)以圆柱体O为研究对象,画其受力图。在圆柱体O上作用的主动力为重力W,约束力分别是杆AB的D点处和墙的E点处对圆柱O的约束力 F_{ND} 及 F_{NE} 。由于圆柱体圆周与墙和杆AB均为光滑接触,所以 F_{ND} 及 F_{NE} 都沿接触处的公法线方向并指向圆心O,其受力图如图2-6(b)所示。

(2) 取杆 AB 为研究对象,作出它的受力图。杆 AB 的受力情况是:在 D 点处受到圆柱体对它的压力 F'_{ND} ,且 F'_{ND} 与 F_{ND} 为作用与反作用关系;在 B 点处受到绳索 BC 沿着 BC 连线方向的拉力 F_T 作用;在 A 点处受到固定铰支座约束,其约束力用两个相互垂直的分量 F_{Ax} 、 F_{Ay} 表示。杆 AB 的受力图如图 2-6(c)所示。

【例 2-5】 图 2-7(a)所示构架的销钉 A 上受重为 W 的重力作用,杆 AB、AC 的自重不计,试作构架整体及杆 AB、AC 的受力图。

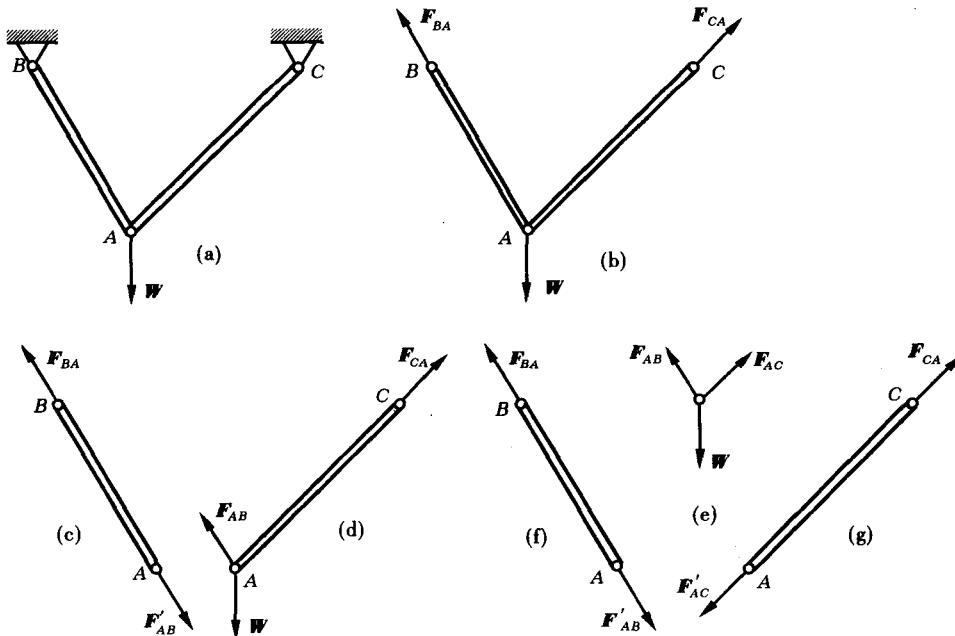


图 2-7

解:(1) 作构架整体的受力图如图 2-7(b)所示。其中,因杆 AB、AC 的两端均为铰接,杆的自重不计,杆中未受任何外力作用,故此二杆均为二力杆,它们对构架的约束力为 F_{BA} 、 F_{CA} 。

(2) 作杆 AB、AC 的受力图。作此二杆的受力图有三种方法:

方法一 设销钉在 AC 杆的 A 端,此时杆 AB 为二力杆,其受力图为图 2-7(c)。杆 AC 也是二力杆,其 C 端约束力 F_{CA} 的方向与该杆的轴线重合,A 端受重力 W 和二力杆 AB 的约束力 F_{AB} 共同作用, F_{AB} 与 F'_{AB} 为作用与反作用关系。杆 AC 受力图如图 2-7(d)所示。

方法二 设销钉在杆 AB 的 A 端,则杆 AC 为二力杆;杆 AB 的 A 端受重力 W 和杆 AC 的约束力作用,B 端受与杆轴线重合的约束力作用,受力图请读者画出。

方法三 将销钉单独作为研究对象取出,则杆 AB、AC 均为二力杆,它们的受力图分别为图 2-7(e)、(f)、(g)所示,其中 F_{AB} 与 F'_{AB} 、 F_{AC} 与 F'_{AC} 是作用与反作用关系。

【例 2-6】 如图 2-8(a)所示物体系,由杆 ADB 与杆 CD 与定滑轮 B 铰接组成,重为 W 的重物用绳子挂在定滑轮上。若不计二杆的自重,并略去定滑轮、绳子的重量及各处摩擦,试分别画出结构的整体、重物、定滑轮、杆 ADB 及杆 CD 的受力图。

解:(1) 作物体系整体的受力图。作结构或物体系整体受力图时,只须解除其外部约