

难点

考点

经典

最新

点中点

中学知识丛书

丛书主编 胡志勇

高中数学

上海科学技术文献出版社

点中点

难点

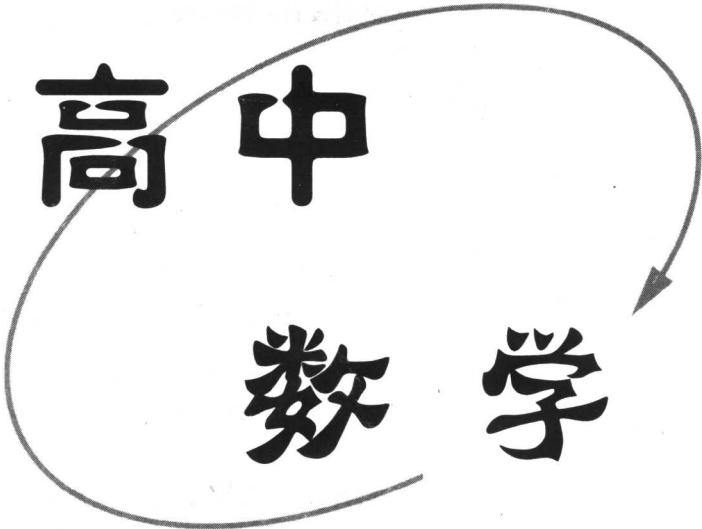
考点

经典

中学知识丛书

丛书主编 胡志勇

高中 数学



上海科学技术文献出版社

图书在版编目(CIP)数据

点中点中学知识丛书. 高中数学/胡志勇主编. —上海:
上海科学技术文献出版社, 2007. 8
ISBN 978-7-5439-3299-9

I. 点… II. 胡… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 111340 号

责任编辑: 何兰林 应丽春
封面设计: 汪伟俊

**点中点中学知识丛书
高中数学**

丛书主编 胡志勇

*
上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路 2 号 邮政编码 200031)

全国新华书店经销
江苏昆山亭林彩印厂印刷

*
开本 787×960 1/16 印张 17 字数 351 000
2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷
印数: 1-6 000

ISBN 978-7-5439-3299-9/G·881

定 价: 20.80 元

<http://www.sstlp.com>

丛书编委会

丛书主编:胡志勇

策 划:胡志勇 苏 欣

副 主 编:周 娟 汪 媛 李 拓 周金国

本册主编:周金国

序

按照新课标的要求,全国各地已陆续使用了新版教材,为了提高广大师生的思维能力,拓展中学生的知识面,牢固掌握所学知识,我们在《中学知识表解》丛书的基础上,组织江苏、安徽、浙江和上海等地教学骨干编写了这套《点中点中学知识》丛书,共17册,其中初中部分8册,高中部分9册,供广大中学生系统复习时使用。

本套丛书严格按新课标精神编写。

本套丛书由胡志勇同志提出编写思想、设计制订了详尽的编写体系,并具体指导和领导了各分册的编写工作。在编写过程中,得到了译林出版社、北京教育出版社、湖南教育出版社的支持,并得到了上海交通大学、北京师范大学、华东师范大学、上海师范大学等院校专家的指点,还得到了华东地区数所国家示范性高中的支持和帮助。

本套丛书在编写过程中以“新课标、新思路、新方法”为目标,旨在提高广大学生解题思维能力,为全面系统的复习打下扎实的基础。

具体而言,本套丛书具有以下几个特点:

第一、综合性强。本套丛书着眼于提高广大中学生的综合能力,将教材内容和考试内容有机地结合起来,方便学生们掌握所学知识。

第二、实用性强。本套丛书突出学生们在学习中所遇到的难点和考试中的考点两大主题,并将大量的有代表性的名题贯穿于编写过程中,有助于开阔

学生的解题思维。

第三、针对性强。本套丛书以新课标为纲,针对不同地区、不同程度的实际,充分考虑不同层次学生的特点,注重分析和讲解不同类型的例证,系统总结和分析各种类型例证的规律、方法与技巧,以提高学生们解题能力,避免错误思维的发生。

参加本套丛书编写的都是从事中学教学工作多年的骨干教师,教学经验丰富,但恐于时间和水平有限,书中难免还有不足之处,敬请广大学生和家長批评指正。

预祝学生们通过对本书的学习在考试中取得好成绩!

《点中点中学知识》丛书编委会

前言

本书是《点中点中学知识》丛书之一,是根据最新教材的精神进行编写的一部课外参考书,全书分为“导学”、“导析”、“导讲”和“导练”四部分。本书具有综合性、实践性和发展性等特点,善于吸取中学数学学科的新理论、新思想、新方法,更善于引导同学们深入学习数学,大力开展数学实验研究活动,提高同学们分析问题和解决问题的能力。

“导学”部分以《普通高等学校招生考试数学科说明》为依据,讲述了高考所需掌握的基本知识。要求同学们能够理解掌握,并能在实际的分析、综合、推理和判断过程中运用。

“导析”部分针对各章节中的难点、疑点和高考热点进行深度剖析,有一定的深度和广度,有利于学生化解难点、澄清疑点、捕捉高考热点,同时也旨在激发同学们强烈的学习兴趣,开拓同学们的思维,让同学们学得主动,考得理想。

“导讲”部分分为易错题题解析和正确例题解析,易错题题解析部分列举了常见的错误解法,并深度剖析了错解原因,更有助学生避免易犯错误的发生。导讲结合“难点”、“疑点”、“热点”精选题目,点拨解题思路,归纳方法和技巧,并且还选择了部分高考真题,使同学们有身临其境的感受。

“导练”部分精选近年的高考真题和各地的调研试题,并配有较详细的解答,适合学生平时自学和自测,有利于学生数学解题水平的提高。

本书本着求实、求新的精神,以精析例题为突破口,帮助学生突出重点、化

解难点、澄清疑点,切实提高学生分析问题和解决问题的能力,培养学生的创新思维。她是学生的良师益友,能使学生无师自通;她是学生的家庭教师,有助学生高考成绩大幅度提高。

由于编写时间仓促,书中难免有一些不尽如人意之处,希望读者提出宝贵意见,以便于我们及时修订。本册由周金国同志主编,陈森生、宋长权、孙加品三位同志为副主编,参加编写的同志还有:丁宏荣、王伟、韦龙娟、孙明、孙成、陈忠、刘其云、张跃群、罗晓兵、陈长华、余海俊、刘光会等。

《点中点中学知识》丛书编委会

目 录

第一章 集合与常用逻辑用语	001
§ 1.1 集合的概念与运算	001
§ 1.2 常用逻辑用语	005
第二章 函数概念与基本初等函数 I	011
§ 2.1 映射、函数和反函数	011
§ 2.2 函数的性质	016
§ 2.3 基本初等函数	021
§ 2.4 函数与方程	026
§ 2.5 函数的综合运用	033
第三章 基本初等函数 II (三角函数)	042
§ 3.1 任意角的三角函数	042
§ 3.2 三角函数基本关系式与诱导公式	046
§ 3.3 三角函数的恒等变换	052
§ 3.4 三角函数的图像与性质	057
§ 3.5 解三角形及三角函数的应用	063
第四章 数列	068
§ 4.1 等差数列的通项与求和	068
§ 4.2 等比数列的通项与求和	071
§ 4.3 数列的综合应用	075

第五章 不等式	081
§ 5.1 不等式的解法	081
§ 5.2 简单的线性规划	085
§ 5.3 基本不等式的证明	091
§ 5.4 不等式的应用	096
§ 5.5 推理与证明	099
第六章 立体几何初步	107
§ 6.1 两条直线之间的位置关系	107
§ 6.2 直线与平面之间的位置关系	111
§ 6.3 平面与平面之间的位置关系	116
§ 6.4 空间角和距离	121
§ 6.5 空间几何体及投影	126
第七章 平面解析几何初步	131
§ 7.1 直线和圆的方程	131
§ 7.2 圆锥曲线	138
§ 7.3 点、直线和圆锥曲线	146
§ 7.4 轨迹问题	154
§ 7.5 综合问题选讲	160
第八章 平面向量与空间向量	168
§ 8.1 平面向量及其运算	168
§ 8.2 平面向量与代数、几何的综合应用	172
§ 8.3 空间向量及其运算	176
第九章 计数原理与概率	181
§ 9.1 计数原理	181
§ 9.2 排列与组合	184

§ 9.3 二项式定理	190
§ 9.4 随机事件的概率及古典概型	194
§ 9.5 几何概型及互斥事件的概率	198
第十章 导数及其应用	204
§ 10.1 导数及其运算	204
§ 10.2 导数的应用	209
§ 10.3 定积分与微积分基本定理	214
第十一章 数系的扩充与复数	218
§ 11.1 数系的扩充与复数的概念	218
§ 11.2 复数的运算	221
第十二章 统计	225
§ 12.1 抽样方法	225
§ 12.2 频率分布直方图、折线图与茎叶图	228
§ 12.3 平均数、方差与标准差	233
§ 12.4 线性回归方程	236
第十三章 算法初步	244
§ 13.1 流程图	244
§ 13.2 基本算法语句	249
§ 13.3 算法案例	253

§ 1.1 集合的概念与运算

学

1. 集合:一般地,一定范围内某些确定的、不同的对象的全体构成一个集合。
2. 元素:集合中的每一个对象称为该集合的元素,简称元。
3. 子集:如果集合 A 的任意一个元素都是集合 B 的元素(若 $a \in A$ 则 $a \in B$), 则称集合 A 为集合 B 的子集,记为 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$; 如果 $A \subseteq B$, 并且 $A \neq B$, 这时集合 A 称为集合 B 的真子集,记为 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$ 。
4. 集合的相等:如果集合 A, B 同时满足 $A \subseteq B, B \supseteq A$, 则 $A = B$ 。
5. 补集:设 $A \subseteq S$, 由 S 中不属于 A 的所有元素组成的集合称为 S 的子集 A 的补集,记为 $\complement_S A$ 。
6. 全集:如果集合 S 包含所要研究的各个集合,这时 S 可以看做一个全集,全集通常记作 U 。
7. 交集:一般地,由所有属于集合 A 且属于 B 的元素构成的集合,称为 A 与 B 的交集,记作 $A \cap B$ 。
8. 并集:一般地,由所有属于集合 A 或者属于 B 的元素构成的集合,称为 A 与 B 的并集,记作 $A \cup B$ 。
9. 空集:不含任何元素的集合称为空集,记作 $\emptyset$ 。
10. 有限集:含有有限个元素的集合称为有限集。
11. 无限集:含有无限个元素的集合称为无限集。
12. 集合的常用表示方法:列举法、描述法、图示法(Venn 图)。
13. 常用数集的记法:自然数集记作 $\mathbf{N}$, 正整数集记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$, 整数集记作 $\mathbf{Z}$, 有理数集记作 $\mathbf{Q}$, 实数集记作 $\mathbf{R}$ 。

析

1. 符号 $\subseteq, \subsetneq, \supseteq, \supsetneq, =$, 表示集合与集合之间的关系,其中“ $\subseteq$ ”包括“ $\subsetneq$ ”和“ $=$ ”两种情况,同样“ $\supseteq$ ”包括“ $\supsetneq$ ”和“ $=$ ”两种情况。符号 $\in, \notin$ 表示元素与集合之间的关系。

要注意两类不同符号的区别。

2. 在判断给定对象能否构成集合时, 特别要注意它的“确定性”, 在表示一个集合时, 要特别注意它的“互异性”、“无序性”。

3. 在集合运算中必须注意组成集合的元素应具备的性质。

4. 对由条件给出的集合要明白它所表示的意义, 即元素指什么, 是什么范围。用集合表示不等式(组)的解集时, 要注意分辨是交集还是并集, 结合数轴或文氏图的直观性帮助思维判断。空集是任何集合的子集, 但因为不好用文氏图形表示, 容易被忽视, 如在关系式 $B \subseteq A$ 中, $B = \emptyset$ 易漏掉的情况。

5. 若集合中的元素是用坐标形式表示的, 要注意满足条件的点构成的图形是什么, 用数形结合法解之。

6. 若集合中含有参数, 须对参数进行分类讨论, 讨论时既不重复又不遗漏。

7. 在集合运算过程中要借助数轴、直角坐标平面、Venn 图等将有关集合直观地表示出来。

8. 要注意集合与方程、函数、不等式、三角、几何等知识的密切联系与综合使用。

9. 含有 n 个元素的集合的所有子集个数为: 2^n , 所有真子集个数为: $2^n - 1$ 。

导讲

例 1 已知集合 $M = \{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y \mid y = x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$ 。

A. $(0, 1), (1, 2)$

B. $\{(0, 1), (1, 2)\}$

C. $\{y \mid y = 1, \text{或 } y = 2\}$

D. $\{y \mid y \geq 1\}$

错解 求 $M \cap N$ 及解方程组 $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = x + 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \therefore$ 选 B。

错因 是在集合概念的理解上, 仅注意了构成集合元素的共同属性, 而忽视了集合的元素是什么。事实上 M 、 N 的元素是数而不是实数对 (x, y) , 因此 M 、 N 是数集而不是点集, M 、 N 分别表示函数 $y = x^2 + 1 (x \in \mathbf{R})$, $y = x + 1 (x \in \mathbf{R})$ 的值域, 求 $M \cap N$ 即求两函数值域的交集。

正解 $M = \{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\} = \{y \mid y \geq 1\}$, $N = \{y \mid y = x + 1, x \in \mathbf{R}\} = \{y \mid y \in \mathbf{R}\}$ 。

所以 $M \cap N = \{y \mid y \geq 1\} \cap \{y \mid y \in \mathbf{R}\} = \{y \mid y \geq 1\}$, 故应选 D。

注: 集合是由元素构成的, 认识集合要从认识元素开始, 要注意区分 $\{x \mid y = x^2 + 1\}$ 、 $\{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$ 、 $\{(x, y) \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}$, 这三个集合是不同的。

例 2 已知 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid ax - 2 = 0\}$ 且 $A \cup B = A$, 求实数 a 组成的集合 C 。

错解 由 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 得 $x = 1$ 或 2 。

当 $x = 1$ 时, $a = 2$, 当 $x = 2$ 时, $a = 1$, $C = \{1, 2\}$ 。

错因 是上述解答只注意了 B 为非空集合, 实际上, $B = \emptyset$ 时, 仍满足 $A \cup B = A$ 。

当 $a = 0$ 时, $B = \emptyset$, 符合题设, 应补上, 故正确答案为 $C = \{0, 1, 2\}$ 。

正解 因为 $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$, 又 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$,

故 $B = \emptyset$ 或 $\{1\}$ 或 $\{2\}$, 即 $C = \{0, 1, 2\}$.

例 3 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, 集合 $B = \{x \mid p+1 \leq x \leq 2p-1\}$.
若 $B \subseteq A$, 求实数 p 的取值范围.

错解 由 $x^2 - 3x - 10 \leq 0$ 得 $-2 \leq x \leq 5$.

欲使 $B \subseteq A$, 只须 $\begin{cases} -2 \leq p+1 \\ 2p-1 \leq 5 \end{cases} \Rightarrow -3 \leq p \leq 3$

所以 p 的取值范围是 $-3 \leq p \leq 3$.

错因 上述解答忽略了“空集是任何集合的子集”这一结论, 即 $B = \emptyset$ 时, 符合题设.

正解 ① 当 $B \neq \emptyset$ 时, 即 $p+1 \leq 2p-1 \Rightarrow p \geq 2$.

由 $B \subseteq A$ 得: $-2 \leq p+1$ 且 $2p-1 \leq 5$.

由 $-3 \leq p \leq 3$. 故 $2 \leq p \leq 3$.

② 当 $B = \emptyset$ 时, 即 $p+1 > 2p-1 \Rightarrow p < 2$.

由①、②得: $p \leq 3$.

点评 从以上解答应看到: 解决有关 $A \cap B = \emptyset$ 、 $A \cup B = \emptyset$ 、 $A \subseteq B$ 等集合问题易忽视空集的情况而出现漏解, 这需要在解题过程中要全方位、多角度审视问题.

例 4 已知集合 $A = \{a, a+b, a+2b\}$, $B = \{a, ac, ac^2\}$. 若 $A = B$, 求 c 的值.

分析 要解决 c 的求值问题, 关键是要有方程的数学思想, 此题应根据相等的两个集合元素完全相同及集合中元素的确定性、互异性、无序性建立关系式.

解 分两种情况进行讨论.

(1) 若 $a+b=ac$ 且 $a+2b=ac^2$, 消去 b 得: $a+ac^2-2ac=0$,

$a=0$ 时, 集合 B 中的三元素均为零, 和元素的互异性相矛盾, 故 $a \neq 0$.

所以 $c^2-2c+1=0$, 即 $c=1$, 但 $c=1$ 时, B 中的三元素又相同, 此时无解.

(2) 若 $a+b=ac^2$ 且 $a+2b=ac$, 消去 b 得: $2ac^2-ac-a=0$,

因为 $a \neq 0$, 故 $2c^2-c-1=0$,

即 $(c-1)(2c+1)=0$, 又 $c \neq 1$, 故 $c=-\frac{1}{2}$.

点评 解决集合相等的问题易产生与互异性相矛盾的增解, 这需要解题后进行检验.

例 5 设 A 是实数集, 满足若 $a \in A$, $a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$, 且 $1 \notin A$.

(1) 若 $2 \in A$, 则 A 中至少还有几个元素? 求出这几个元素.

(2) A 能否为单元素集合? 请说明理由.

(3) 若 $a \in A$, 证明: $1-\frac{1}{a} \in A$.

(4) 求证: 集合 A 中至少含有三个不同的元素.

解 (1) $2 \in A \Rightarrow -1 \in A \Rightarrow \frac{1}{2} \in A \Rightarrow 2 \in A$

所以 A 中至少还有两个元素: -1 和 $\frac{1}{2}$ 。

(2) 如果 A 为单元素集合, 则 $a = \frac{1}{1-a}$,

即 $a^2 - a + 1 = 0$,

该方程无实数解, 故在实数范围内, A 不可能是单元素集

(3) $a \in A \Rightarrow \frac{1}{1-a} \in A \Rightarrow \frac{1}{1-\frac{1}{1-a}} \in A \Rightarrow \frac{1-a}{1-a-1} \in A$, 即 $1-\frac{1}{a} \in A$ 。

(4) 由(3)知 $a \in A$ 时, $a \neq 1$, $\frac{1}{1-a} \in A$, $1-\frac{1}{a} \in A$ 。现在证明 a , $1-\frac{1}{a}$, $\frac{1}{1-a}$ 三数互不相等。

① 若 $a = \frac{1}{1-a}$, 即 $a^2 - a + 1 = 0$, 方程无解, 故 $a \neq \frac{1}{1-a}$ 。

② 若 $a = 1 - \frac{1}{a}$, 即 $a^2 - a + 1 = 0$, 方程无解, 故 $a \neq 1 - \frac{1}{a}$ 。

③ 若 $1 - \frac{1}{a} = \frac{1}{1-a}$, 即 $a^2 - a + 1 = 0$, 方程无解, 故 $1 - \frac{1}{a} \neq \frac{1}{1-a}$ 。

综上所述, 集合 A 中至少有三个不同的元素。

点评 (4) 的证明中要说明三个数互不相等, 否则证明欠严谨。

导练

1. 集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x - 10 \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \mid 2x^2 - x - 6 > 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B$ 的非空真子集的个数为()。

A. 16 B. 14 C. 15 D. 32

2. 若 $P = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{y \mid y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于()。

A. P B. Q C. $\emptyset$ D. 不知道

3. 若 $P = \{y \mid y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, $Q = \{(x, y) \mid y = x^2, x \in \mathbb{R}\}$, 则必有()。

A. $P \cap Q = \emptyset$ B. $P \subsetneq Q$ C. $P = Q$ D. $P \supsetneq Q$

4. 若集合 $M = \left\{x \mid \frac{1}{x} < 1\right\}$, $N = \{x \mid x^2 \leq x\}$, 则 $M \cap N = ()$ 。

A. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ B. $\{x \mid 0 < x < 1\}$

C. $\{x \mid -1 < x < 0\}$ D. $\emptyset$

5. (2006 年高考全国 II 卷) 设 $a \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = ax^2 - 2x - 2a$ 。若 $f(x) > 0$ 的解集为 A , $B = \{x \mid 1 < x < 3\}$, $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围。

6. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + ax + 12b = 0\}$ 和 $B = \{x \mid x^2 - ax + b = 0\}$ 满足 $\complement_{\mathbb{R}} A \cap B = \{2\}$, $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B = \{4\}$, $I = \mathbb{R}$, 求实数 a, b 的值。

7. (2007 年高考广东卷) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M , $g(x) = \ln(1+x)$ 的定义域为 N , 则 $M \cap N = ()$ 。

A. $\{x | x > 1\}$

B. $\{x | x < 1\}$

C. $\{x | -1 < x < 1\}$

D. $\emptyset$

习题参考答案

1. 解: 易得 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \left\{x \left| x > 2 \text{ 或 } x < -\frac{3}{2}, x \in \mathbf{Z} \right.\right\}$ 所以 $A \cap B = \left\{x \left| -2 \leq x < -\frac{3}{2} \text{ 或 } 2 < x \leq 5 \right.\right\}$, $x \in A \cap B = \{-2, 3, 4, 5\}$. 因此, 本题答案为 $2^4 - 2 = 14$ 个.
答: B.

2. 解: 事实上, P 、 Q 中的代表元素都是 y , 它们分别表示函数 $y = x^2$, $y = x^2 + 1$ 的值域, 由 $P = \{y | y \geq 0\}$, $Q = \{y | y \geq 1\}$, 知 $Q \subseteq P$, 即 $P \cap Q = Q$. 答: B.

3. 解: P 表示函数 $y = x^2$ 的值域, Q 表示抛物线 $y = x^2$ 上的点组成的点集, 因此 $P \cap Q = \emptyset$. 答: A.

4. 解: 由 $\frac{1}{x} < 1 \Rightarrow \frac{1}{x} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x} > 0 \Rightarrow x < 0$ 或 $x > 1$, 所以 $M = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$. 再由 $x^2 \leq x \Rightarrow x(x-1) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$, 故 $N = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$. 故 $M \cap N = \emptyset$. 答: D.

5. 解: 由 $f(x)$ 为二次函数知 $a \neq 0$, 令 $f(x) = 0$ 解得其两根为

$$x_1 = \frac{1}{a} - \sqrt{2 + \frac{1}{a^2}}, x_2 = \frac{1}{a} + \sqrt{2 + \frac{1}{a^2}}, \text{ 由此可知 } x_1 < 0, x_2 > 0.$$

(i) 当 $a > 0$ 时, $A = \{x | x < x_1\} \cup \{x | x > x_2\}$,

$A \cap B \neq \emptyset$ 的充要条件是 $x_2 < 3$, 即 $\frac{1}{a} + \sqrt{2 + \frac{1}{a^2}} < 3$ 解得 $a > \frac{6}{7}$.

(ii) 当 $a < 0$ 时, $A = \{x | x_1 < x < x_2\}$,

$A \cap B \neq \emptyset$ 的充要条件是 $x_2 > 1$, 即 $\frac{1}{a} + \sqrt{2 + \frac{1}{a^2}} > 1$, 解得 $a < -2$.

综上, 使 $A \cap B = \emptyset$ 成立的 a 的取值范围为 $(-\infty, -2) \cup \left(\frac{6}{7}, +\infty\right)$.

6. 解: 由条件 $\complement_U A \cap B = \{2\}$ 和 $A \cap \complement_U B = \{4\}$ 知道 $2 \in B$ 且 $2 \notin A$, $4 \in A$ 且 $4 \notin B$.

将 $x=2$ 和 $x=4$ 分别代入 B , A 两集合中的方程式, 得 $\begin{cases} 2^2 - 2a + b = 0 \\ 4^2 + 4a + 12b = 0 \end{cases}$ 解得 $a = \frac{8}{7}$, $b = -\frac{12}{7}$.

7. 解: 由条件可得 $\begin{cases} 1-x > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases}$ 解得 $-1 < x < 1$, 故选 C.

* § 1.2 常用逻辑用语

◆ 导学

1. 逻辑联结词: “且”、“或”、“非”分别用符号“ $\wedge$ ”“ $\vee$ ”“ $\neg$ ”表示.

2. 命题: 能够判断真假的陈述句.

3. 简单命题:不含逻辑联结词的命题。
4. 复合命题:由简单命题和逻辑联结词构成的命题,复合命题的基本形式: p 或 q ; p 且 q ; 非 p 。
5. 四种命题的构成:原命题:若 p 则 q ; 逆命题:若 q 则 p ; 否命题:若 $\neg p$ 则 $\neg q$; 逆否命题:若 $\neg q$ 则 $\neg p$ 。
6. 原命题与逆否命题同真同假,是等价命题,即“若 p 则 q ” $\Leftrightarrow$ “若 $\neg q$ 则 $\neg p$ ”。
7. 反证法:欲证“若 p 则 q ”,从“非 q ”出发,导出矛盾,从而知“若 p 则非 q ”为假,即“若 p 则 q ”为真。
8. 充分条件与必要条件:
 - (1) $p \Rightarrow q$: p 是 q 的充分条件; q 是 p 的必要条件;
 - (2) $p \Leftrightarrow q$: p 是 q 的充要条件。
9. 常用的全称量词:“对所有的”、“对任意一个”、“对一切”、“对每一个”、“任给”等;并用符号“ $\forall$ ”表示。含有全称量词的命题叫做全称命题。
10. 常用的存在量词:“存在一个”、“至少有一个”、“有些”、“有一个”、“有的”、“对某个”;并用符号“ $\exists$ ”表示。含有存在量词的命题叫做特称命题。

导 析

1. 基本题型及其方法
 - (1) 由给定的复合命题指出它的形式及其构成;
 - (2) 给定两个简单命题能写出它们构成的复合命题,并能利用真值表判断复合命题的真假;
 - (3) 给定命题,能写出它的逆命题、否命题、逆否命题,并能运用四种命题的相互关系,特别是互为逆否命题的等价性判断命题的真假。注意:否命题与命题的否定是不同的。
 - (4) 判断两个命题之间的充分、必要、充要关系;

方法:利用定义。
 - (5) 证明 p 的充要条件是 q ;

方法:分别证明充分性和必要性。
 - (6) 反证法证题的方法及步骤:反设、归谬、结论。反证法是通过证明命题的结论的反面不成立而肯定命题的一种数学证明方法,是间接证法之一。

注:常见关键词的否定:见表 1-2-1。

表 1-2-1

关键词	是	都是(全是)	$>(<)$	至少有一个	至多有一个	任意	存在
否定	不是	不都是(全是)	$\leq(\geq)$	一个也没有	至少有两个	存在	任意