

新世纪高校证券期货专业系列教材

上海财经大学证券期货学院组编

SECURITIES

利率模型

LILÜ MOXING

王安兴 编著

FUTURES



上海财经大学出版社

新世纪高校证券期货专业系列教材
上海财经大学证券期货学院组编

证券投资学
投资银行学
证券投资基金学
期货与期权
金融市场学
证券投资分析
金融计量学教程

上市公司财务报表分析
金融工程学
证券监管
固定收益证券
投资组合管理
利率模型
结构化金融产品

ISBN 978-7-81098-909-1



9 787810 989091 >

定 价：18.00 元

新世纪高校证券期货专业系列教材
上海财经大学证券期货学院组编

利率模型

王安兴 编著

 上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

利率模型/王安兴编著. —上海:上海财经大学出版社, 2007. 4
(新世纪高校证券期货专业系列教材)

ISBN 978-7-81098-909-1/F·855

I. 利… II. 王… III. 利息率-经济模型-高等学校-教材
IV. F830.48

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 036441 号

LILÜMOXING

利率模型

王安兴 编著

责任编辑 王 芳 封面设计 优典工作室

上海财经大学出版社出版发行
(上海市武东路 321 号乙 邮编 200434)

网 址: <http://www.sufep.com>

电子邮箱: webmaster@sufep.com

全国新华书店经销

上海崇明裕安印刷厂印刷装订

2007 年 4 月第 1 版 2007 年 4 月第 1 次印刷

890mm×1240mm 1/32 7 印张 201 千字

印数: 0 001—3 000 定价: 18.00 元

总 序

上海财经大学证券期货学院在上海证券交易所和上海财经大学历任领导的关心与支持下,紧密关注中国资本市场的改革与发展,以教学与科研相长,在精心培育本科生和研究生的同时,科研方面也取得了丰硕成果。学院以其证券期货教育与研究领域所体现的广度和深度已在中国证券教育领域享有特殊的地位。

基于学院在培养本科生、研究生和从事职业教育培训过程中积累的丰富经验和教学研究成果,学院已出版了各类教材、专著和译著 50 多本,发表论文 200 多篇,专题报告文集 40 多篇,学院还定期出版工作论文集《投资学评论》。这些教材和研究成果的出版发行,既展现了学院多年积累的精华所在,又进一步推动了中国证券期货教育与研究事业的发展。

进入新世纪以来,中国资本市场以更快

的速度向前发展,其市场规模、投资品种、机构投资者数量和市价总值等都得到超乎寻常的扩展。尤其是当前以股权分置改革为重点的资本市场结构改革和基础性制度改革,必将使中国的资本市场迎来辉煌的明天。与此相应,资本市场的监管和运作也会随着市场的发展而不断地成熟和完善。

为了更好地适应资本市场发展和专业教育的需要,我们动员全院的师资力量,编著一套体系完整的反映最新时代内容的新世纪证券期货专业系列教材。这套教材初步确定为14种。它的出版,必将为中国证券期货教育事业增添光彩。同时,也作为我们向长期以来热心支持、关心学院成长的广大教育同仁和业内同行奉献的一份厚礼。

编委会

前 言

自 20 世纪 90 年代以来,利率衍生产品大量出现在国际金融市场中。为了能够进行利率衍生产品的定价分析和风险管理,对利率模型的研究成为一个重要的领域。

本书总结了过去几十年来国际学术界利率模型研究的主要成果,在进行本书内容的组织和编写时,始终将目标定位在利率衍生产品的定价分析上,希望能够使读者在系统学习完本书后,能够进行利率衍生产品的定价、组合管理和风险管理工作。

本书系统地介绍了资产定价的基本原理、单因素和多因素利率模型、基本利率衍生产品的定价。本书尽可能用通俗的语言详尽介绍了利率模型和估价模型,只要读者具有微积分、概率论和伊藤积分的初步知识,就可以学习和掌握利率模型和基本利率衍生产品的定价技术。

本书适合于作为证券投资等金融工程或金融数学专业本科生、硕士研究生和其他相关专业硕士研究生的利率模型课程学习用参考教材,也可以作为相关金融从业人员(如固定收益分析人员)学习和应用利率模型的参考书,对研究随机利率条件下的衍生产品定价的工作人员也有参考价值。

本书的编写主要由王安兴执笔。王安兴多次为上海财经大学金融工程专业与证券投资专业硕士研究生讲授《利率模型》课程。2006年初,王安兴收集了上海财经大学金融学院证券期货系部分硕士研究生《利率模型》课程的考试论文,在这些课程考试论文的基础上开始了本书的编写。因此,可以认为本书编写时的第一稿就是学生的课程考试论文,课程考试论文的提供者有王予柯、陈瑞明、张志坚、李少峰、张英、李喆、王红莲、薛珠、赵立臣、龚自勇、卢峥等。

作者在编写过程中参阅了国内外大量文献,主要参考书目列于书后的参考文献中,若有重要遗漏,万望谅解。因时间仓促,加之作者水平有限,本书难免有错误和不尽如人意之处,恳请广大读者提出宝贵意见。

本书的出版得到了上海财经大学“211工程”、“十五”教材建设项目的资助,在此作者表示衷心的感谢。

王安兴

2007年4月

新世纪高校证券期货专业
系列教材编委会

顾 问

龚浩成

主 编

金德环 骆玉鼎

编 委

(按姓氏笔画为序)

王安兴 王明涛 李 曜 刘莉亚 陈 宏

邵 斌 龚仰树 曹志广 韩其恒 霍文文

目 录

1 利率与利率期限结构/1

1.1 理论利率概念/1

1.1.1 瞬时利率与银行账户/1

1.1.2 零息票债券与即期利率、收益曲线/4

1.1.3 远期利率/7

1.2 市场利率/9

1.2.1 借贷市场/9

1.2.2 单利利率与远期利率、瞬时远期利率/12

1.2.3 年复利利率与远期利率、瞬时远期利率/14

1.2.4 互换率与远期互换率/16

1.3 拟合收益曲线的技术方法/19

1.3.1 息票剥离法/19

1.3.2 样条函数法/23

1.3.3 Nelson-Siegel 模型及其扩展模型/27

1.3.4 应用技术方法拟合我国收益曲线/30

问题与练习/30

2 资产定价与利率期限结构/32

2.1 资产、交易策略以及套利/32

2.1.1 市场描述/32

- 2.1.2 资产描述/33
- 2.1.3 资产交易策略与套利/35
- 2.2 风险中性概率测度与风险的市场价格/37
 - 2.2.1 风险中性概率测度/37
 - 2.2.2 风险的市场价格/39
 - 2.2.3 风险中性定价/42
- 2.3 定价的其他概率测度/43
 - 2.3.1 资产定价的测度变换原理/43
 - 2.3.2 远期鞅测度/45
 - 2.3.3 互换鞅测度/47
 - 2.3.4 欧式期权定价/48
- 2.4 远期价格与期货价格/49
 - 2.4.1 远期价格/49
 - 2.4.2 期货价格/51
 - 2.4.3 远期价格与期货价格的比较/52
- 2.5 利率衍生产品定价的 Black 模型/52
 - 2.5.1 Black-Scholes-Merton 模型/53
 - 2.5.2 债券期权、利率上限(下限)与互换期权定价/56
 - 2.5.2.1 债券期权定价的 Black 公式/56
 - 2.5.2.2 利率上限(下限)定价的 Black 公式/58
 - 2.5.2.3 互换期权定价的 Black 公式/59
 - 2.5.2.4 应用 Black 公式的问题/60
- 2.6 (债券)资产价格的偏微分方程/61
 - 2.6.1 单因素扩散模型/62
 - 2.6.2 多因素扩散模型/64
 - 2.6.3 套期保值策略/66
- 问题与练习/68

3 单因素利率模型/69

- 3.1 利率模型概述/69
- 3.2 仿射模型与期限结构/74
 - 3.2.1 仿射模型/74
 - 3.2.2 债券价格、即期利率和远期利率/75
 - 3.2.3 收益曲线分析/78
 - 3.2.4 利率期货与利率远期/79
- 3.3 常用的单因素仿射模型分析/81
 - 3.3.1 Merton 模型/81
 - 3.3.2 Vasicek 模型/82
 - 3.3.3 CIR 模型/85
- 3.4 债券价格、即期利率和远期利率/88
 - 3.4.1 Merton 模型与债券价格、即期利率和远期利率/88
 - 3.4.1.1 债券价格/88
 - 3.4.1.2 即期利率与收益率曲线/89
 - 3.4.2 Vasicek 模型与债券价格、即期利率和远期利率/90
 - 3.4.2.1 债券价格/90
 - 3.4.2.2 即期利率与收益率曲线/91
 - 3.4.3 CIR 模型与债券价格、即期利率和远期利率/93
 - 3.4.3.1 债券价格/93
 - 3.4.3.2 即期利率与收益率曲线/94
- 3.5 利率期货与利率远期/95
 - 3.5.1 Merton 模型与利率期货(远期)/95
 - 3.5.2 Vasicek 模型与利率期货(远期)/95
 - 3.5.3 CIR 模型与利率期货(远期)/96
- 3.6 债券期权/96
 - 3.6.1 仿射模型与债券期权/96
 - 3.6.2 常见利率模型与债券期权/99
 - 3.6.2.1 Merton 模型与债券期权/99

3.6.2.2 Vasicek 模型与债券期权/100

3.6.2.3 CIR 模型与债券期权/101

3.7 非仿射利率模型/101

问题与练习/101

4 多因素利率模型/103

4.1 单因素模型的局限性/103

4.2 描述期限结构的一般多因素扩散模型/105

4.3 多因素仿射扩散模型/109

4.3.1 两因素仿射扩散模型/111

4.3.2 n 因素仿射扩散模型/116

4.4 多因素正态扩散模型/117

4.4.1 一般分析/117

4.4.2 两因素 Vasicek 模型/119

4.5 多因素 CIR 模型/120

4.5.1 一般分析/120

4.5.2 Longstaff-Schwartz 模型/121

4.6 其他多因素扩散模型/126

4.6.1 随机消费价格的模型/126

4.6.2 随机长期水平和随机波动率的利率模型/127

4.6.3 关键利率模型/129

4.6.4 二次模型/130

4.6.5 应用说明/130

4.7 债券期权/131

4.7.1 多因素正态模型与债券期权/131

4.7.2 多因素 CIR 模型与债券期权/132

问题与练习/133

5 利率模型的标定与执行/135

- 5.1 引言/135
- 5.2 标定利率模型/137
- 5.3 标定三个著名模型/141
 - 5.3.1 标定 Ho-Lee 模型/141
 - 5.3.2 标定 Hull-White 模型/143
 - 5.3.3 标定拓展的 CIR 模型/144
- 5.4 标定其他利率模型/146
 - 5.4.1 收益率曲线、波动期限结构一致方法/146
 - 5.4.2 标定非仿射模型/149
- 5.5 几个应用问题/150
 - 5.5.1 收益率曲线估计方法/150
 - 5.5.2 收益率曲线估计与标定利率模型/154
 - 5.5.3 动态利率模型与技术收益率曲线/155
 - 5.5.4 标定的单因素模型与多因素模型的比较/157
- 5.6 用利率衍生产品标定利率模型/158
 - 5.6.1 用利率期权数据标定 Ho-Lee 模型/158
 - 5.6.2 用利率期权数据标定 Hull-White 模型/159
 - 5.6.3 用市场波动数据拟合 Hull-White 模型/160
 - 5.6.4 两因素 Hull-White 模型/161

问题与练习/163

6 Heath-Jarrow-Morton 模型/164

- 6.1 HJM 模型思想/164
 - 6.1.1 引言/164
 - 6.1.2 HJM 分析框架/166
- 6.2 HJM 模型的特例/171
 - 6.2.1 Ho-Lee 模型/171
 - 6.2.2 Hull-White 模型(扩展的 Vasicek 模型)/173

- 6.2.3 HJM 模型与扩展的 CIR 模型/174
- 6.2.4 正态 HJM 模型/176
- 6.3 HJM 模型的进一步讨论/177
 - 6.3.1 HJM 模型的扩散表示/177
 - 6.3.2 波动率依赖于远期利率的 HJM 模型/179
- 6.4 执行 HJM 模型/180
 - 6.4.1 一般 HJM 模型下零息票债券期权的蒙特卡罗模拟/180
 - 6.4.2 一般 HJM 模型下息票债券期权的蒙特卡罗模拟/181
 - 6.4.3 正态 HJM 模型下零息票债券期权价格/182
- 问题与练习/183

7 市场模型/184

- 7.1 引言/184
- 7.2 一般 LIBOR 市场模型/185
 - 7.2.1 模型描述/185
 - 7.2.2 在同一概率测度下所有远期利率的运动过程/187
 - 7.2.3 定价的一致性/193
- 7.3 对数正态 LIBOR 市场模型/194
 - 7.3.1 模型描述/194
 - 7.3.2 为其他证券的定价/197
- 7.4 其他 LIBOR 市场模型/198
- 7.5 互换市场模型/199
- 问题与练习/202

参考文献/203

1 利率与利率期限结构

在本章中,我们介绍与利率模型关系密切的瞬时利率(instantaneous rate of interest)、即期利率、远期利率和利率期限结构等概念,然后介绍这些利率与证券市场中利率之间的关系。由于在应用中经常需要当前利率期限结构的数据,所以,我们在本章的最后介绍估计利率期限结构的技术方法。

估计利率期限结构的技术方法也称为静态方法,静态方法简单地用特定类型的数学函数描述收益曲线,这些数学函数的选择没有经济学理论依据,仅仅给出当前收益曲线的近似拟合曲线。但是,由于技术方法能够容易地给出当前收益曲线的近似描述,可以为债券定价服务,所以,被广泛应用于基本的利率期限结构分析中。

1.1 理论利率概念

1.1.1 瞬时利率与银行账户

利率概念与我们的日常生活息息相关,当我们把一定数量的钱存入银行时,我们会预期到,随着时间的推移,我们银行账户中钱的数量会按照一定的比例增加,而且没有风险,我们在银行储蓄的钱能够得到

利息。经济生活中的这种现象,我们分别用瞬时利率和银行账户(bank account)表示。我们用瞬时利率表示在瞬时时刻财富无风险增加的比例,用银行账户或货币市场账户(money-market account)描述储蓄价值增加的现象。银行账户(货币市场账户)代表瞬时无风险投资,投资收益是按照当前市场瞬时无风险利率的累积。下面,我们用严格的数学语言定义瞬时利率和银行账户。

瞬时利率表示在时间 $(t, t+dt)$ 内,无风险投资的收益率,我们用 r_t 表示, r_t 是时间的函数。为了保证金融市场满足无套利条件,我们要求 $r_t > 0$ 。

定义 1.1 如果 W_t 表示 t 时刻在货币市场投资的财富价值,用 r_t 表示瞬时利率,则瞬时利率满足下面的微分方程:

$$dW_t = r_t W_t dt \quad (1.1.1)$$

从式(1.1.1)中可以看出,瞬时利率 r_t 表示在时间 $(t, t+dt)$ 内财富 W_t 的瞬时增长率,即 $r_t = \frac{dW_t}{W_t dt}$ 。也可以将瞬时利率 r_t 理解为在时间 $(t, t+dt)$ 内无风险贷款的利率。

例 1.1 如果 $W_t = 10(1.05 + \sin t)$,则瞬时利率为 $r_t = \cos t / (1.05 + \sin t)$ 。

银行账户的性质实际上就是银行账户价值的性质,因此,我们不区分银行账户本身和银行账户的价值,用 $B(t)$ 表示银行账户和银行账户价值。在理论讨论中,我们假设 $B(0) = 1$,即在初始时刻,银行账户的价值为1个单位(如1元)。

定义 1.2 我们定义 $B(t)$ 为在银行账户 $t \geq 0$ 时刻的价值,其中, $B(t)$ 满足下面的微分方程:

$$\begin{aligned} dB(t) &= r_t B(t) dt \\ B(0) &= 1 \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

根据式(1.1.2),我们有:

$$B(t) = \exp\left(\int_0^t r_s ds\right) \quad (1.1.3)$$

这个定义说明,如果在时间0投资1元到银行账户,则在时间 t 银