



21 世纪高职高专规划教材

公共基础系列

数学立体化教程 总主编 谭杰锋

高等数学习题课教程

主编 谭杰锋 高温



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>

21 世纪高职高专规划教材·公共基础系列

数学立体化教程 总主编 谭杰锋

高等数学学习题课教程

主 编 谭杰锋 高 温
副主编 练 学 张本荣 颜大宜
宋大谋 孟凡华



清华大学出版社
北京交通大学出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书是面向 21 世纪高职高专规划教材中的数学立体化系列教材之一,既是数学立体化教程中《高等数学》的同步教学辅导用书,又是一本能独立于高等数学教材的综合复习资料。

全书共分 9 章,包括:函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分,多元函数微分学,二重积分,无穷级数,微分方程初步。每章分为内容要点、例题解析、综合练习、参考答案四个部分。书末附有一套专升本《高等数学》试题及参考答案。

本书可作为高职高专院校的高等数学学习题课教材,供高职高专学生学习高等数学使用,也可作为“专升本”的考试指导参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习题课教程/谭杰锋,高温主编. —北京:清华大学出版社;北京交通大学出版社,2007.10

(21 世纪高职高专规划教材·公共基础系列)

ISBN 978-7-81123-124-3

I. 高… II. ①谭… ②高… III. 高等数学-高等学校:技术学校-教学参考资料
IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 144690 号

责任编辑:黎 丹

出版发行:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686414

印刷者:北京瑞达方舟印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印张:16.25 字数:364 千字

版 次:2007 年 10 月第 1 版 2007 年 10 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-81123-124-3/O·49

印 数:1~4 000 册 定价:26.00 元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。

投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail: press@bjtu.edu.cn。

编写人员名单

总主编 谭杰锋

主 编 谭杰锋 高 温

副主编 练 学 张本荣 颜大宜 宋大谋 孟凡华

编写人员（按姓氏笔画顺序）

刘伦舫 宋大谋 张本荣 孟凡华 练 学

郑军昌 高 温 谭杰锋 颜大宜

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，它的根本任务是培养生产、建设、管理和服务第一线需要的德、智、体、美全面发展的高等技术应用型专门人才，所培养的学生在掌握必要的基础理论和专业知识的基础上，应重点掌握从事本专业领域实际工作的基本知识和职业技能，因而与其对应的教材也必须有自己的体系和特色。

为了适应我国高职高专教育发展及其对教学改革和教材建设的需要，在教育部的指导下，我们在全国范围内组织并成立了“21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会”（以下简称“教材研究与编审委员会”）。“教材研究与编审委员会”的成员单位皆为教学改革成效较大、办学特色鲜明、办学实力强的高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院，其中一些学校是国家重点建设的示范性职业技术学院。

为了保证规划教材的出版质量，“教材研究与编审委员会”在全国范围内选聘“21世纪高职高专规划教材编审委员会”（以下简称“教材编审委员会”）成员和征集教材，并要求“教材编审委员会”成员和规划教材的编著者必须是从事高职高专教学第一线的优秀教师或生产第一线的专家。“教材编审委员会”组织各专业的专家、教授对所征集的教材进行评选，对所列选教材进行审定。

目前，“教材研究与编审委员会”计划用2~3年的时间出版各类高职高专教材200种，范围覆盖计算机应用、电子电气、财会与管理、商务英语等专业的主要课程。此次规划教材全部按教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”编写，其中部分教材是教育部《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》的研究成果。此次规划教材按照突出应用性、实践性和针对性的原则编写并重组系列课程教材结构，力求反映高职高专课程和教学内容体系改革方向；反映当前教学的新内容，突出基础理论知识的应用和实践技能的培养；适应“实践的要求和岗位的需要”，不依照“学科”体系，即贴近岗位，淡化学科；在兼顾理论和实践内容的同时，避免“全”而“深”的片面俱到，基础理论以应用为目的，以必要、够用为度；尽量体现新知识、新技术、新工艺、新方法，以利于学生综合素质的形成和科学思维方式与创新能力的培养。

此外，为了使规划教材更具广泛性、科学性、先进性和代表性，我们希望全国从事高职高专教育的院校能够积极加入到“教材研究与编审委员会”中来，推荐“教材编审委员会”成员和有特色的、有创新的教材。同时，希望将教学实践中的意见与建议，及时反馈给我们，以便对已出版的教材不断修订、完善，不断提高教材质量，完善教材体系，为社会奉献更多更新的与高职高专教育配套的高质量教材。

此次所有规划教材由全国重点大学出版社——清华大学出版社与北京交通大学出版社联合出版，适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院使用。

21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会

2007年10月

总 序

社会经济的不断发展,科学技术的不断进步,对社会职业的要求和分工也不断地变化,因而决定了人才类型和规格的需求,同时也决定了教育的类型与层次结构的需求。《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》指出:“高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分,培养拥护党的基本路线,适应生产、建设、管理、服务第一线需要的德、智、体、美等方面全面发展的高技术应用型专门人才”。“要将素质教育贯穿于高职高专教育人才培养工作的始终”。它为高等职业教育人才培养目标进行了准确定位,明确指出了高等职业教育的发展方向。

根据高职高专的培养目标和定位,与之相适应的教材应该具有多样性、应用性、实践性、区域性的高职特色;教学内容要突出基础理论知识的应用和实践能力培养;基础理论教学以必需、够用为度。作者长期工作在高职数学教学第一线,经常有学生问:“数学是什么?这些定理对我们高职学生的职业有什么作用?”细细想来,要回答出令学生信服的答案还真不容易,它实际上是高职高专数学教学改革的重大学课题。从高职学生的职业定位和实际数学基础来看,高职数学教学的任务包括两点:一是帮助学生掌握基本的数学基础知识,二是帮助学生在过程中接受数学文化的熏陶,特别是数学思想方法的熏陶,逐渐培养学生的数学素质。也许若干年后,定义、定理遗忘了,但在学习获得的思维方法和能力对他们的职业生涯是大有裨益的。认真总结多年来的教学实践,我们认为,高职高专数学的教学理念应该是打好数学基础,提高数学修养,加强数学应用,重视学习过程,发挥素质教育功能。使学生的抽象思维能力、逻辑推理能力和自学读书能力得以提高,逐步提高高职学生的科学修养和综合素质;逐渐培养学生科学的思维方法和创新思维能力,并通过揭示数学中的美、结合教学内容讲解数学文化,对学生进行德育、智育、美育及良好心理素质的教育。

正是基于上述理念,我们借鉴了近几年我校数学教学改革的一些实践成果,组织具有丰富教学经验的第一线教师,编写了这套“21世纪高职高专规划教材——数学立体化教程”。本套教材包括《高等数学》、《数学(上、下)》(五年制高职)、《应用数学基础》、《数学建模基础》、《数学试验基础》、《数学文化与欣赏——与高职学生谈数学》、《高等数学学习指导》等。

这套教材突出高等职业教育的特点,充分吸取近年来高职学校在培养应用型人才和教学改革方面取得的成功经验,强调建立知识、能力、素质协调发展的新的教学体系和

内容。在尽可能保持数学学科特点的基础上,对教学内容进行了精简、更新、重组,删去与高职层次不符的内容,淡化理论性和系统性,加强针对性和实用性,体现适应、实用、简明的要求,重视学生实践能力的培养,最大限度地贴近学生实际、教学实际,满足高职高专多层次、多形式教育的需要。

在引进数学研究、教学改革成果和科技发展成果的过程中,突出高职教育的实用性,是这套教材的另一特色。在当今信息时代,将数学知识与计算机应用结合起来解决实际问题,应该是高职高专学生不可或缺的基本技能。作为探索和尝试,我们在系列教程中编写了适应高职学生学习的《数学建模基础》、《数学试验基础》。从高职高专学生实际知识水平和能力出发,我们不追求高深的数学模型,只是希望通过这种先进的教学形式,让学生了解数学建模的知识,培养应用数学解决问题的意识,在学会发现问题、提出问题、寻求解决问题的方法的探究性学习中,给学生一些有益的帮助。同时,也可以满足高职高专学生参加大学生数学建模竞赛的培训教学需求。

高职高专数学立体化教材的编写,是高职高专数学教学改革中的探索,没有成熟的经验和方法可借鉴。欢迎广大读者给予批评和建议,便于我们在今后的修订中加以完善。

谭杰锋

2007年9月

前言

《高等数学习题课教程》是面向 21 世纪高职高专规划教材中的数学立体化系列教材之一。

《高等数学》是高职高专各专业必修的重要基础课。根据高职高专培养目标的定位和学生的实际情况,本课程教学必须突出以应用为目的、以必需、够用为度的高职教学特色,兼顾各专业后续课程教学对数学知识的不同要求,并充分考虑学生可持续发展的需要。

考虑到高职学生的心理特点和思维特点,在本课程的学习过程中往往感到概念抽象,解题分析有一定的困难。为了帮助广大高职学生解决学习中的困难,应该加强习题辅导教学环节,精讲多练,动脑动手,对所学内容及时理解和消化。因此在编写本书时,尽量保证与主教材《高等数学》的同步教学辅导,注重基本知识点中重点的提炼和难点的阐述,注重解题方法与技巧的归纳总结,力求做到深入浅出、通俗易懂。

随着高等职业教育的普及和发展,符合市场需求的专业设置不断更新,学生来源日趋广泛,在对课程的兴趣爱好、学习需求、学习基础等各方面的个体差异较大,而高职教育应该以学生为本,为学生的需要和发展尽可能提供良好的条件。目前每年都有相当一部分同学通过“专升本”考试进入高一级本科院校学习。为了满足学生的学习需要,在编写中将考点内容作了适当的拓展和加深,便于“专升本”的复习参考。

本书由谭杰锋策划构思。各章分别由谭杰锋、孟凡华、宋大谋、颜大宜、练学、高温、张本荣编写(其中练学、张本荣各编写了两章),由高温负责统稿修改。全书最后由谭杰锋审阅、修改、定稿。

在本书的编写过程中,得到了有关院校和部门的大力支持和帮助,参考了一些同类教材,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限,书中若有不当之处,恳请读者批评指正,以便修订时改进与完善。

编者

2007 年 7 月

目 录

第 1 章 函数、极限与连续	(1)
1.1 函数	(1)
1.1.1 内容要点	(1)
1.1.2 例题解析	(3)
1.1.3 综合练习	(10)
1.1.4 参考答案	(12)
1.2 函数的极限	(12)
1.2.1 内容要点	(12)
1.2.2 例题解析	(16)
1.2.3 综合练习	(22)
1.2.4 参考答案	(24)
1.3 函数的连续性	(25)
1.3.1 内容要点	(25)
1.3.2 例题解析	(27)
1.3.3 综合练习	(31)
1.3.4 参考答案	(33)
第 2 章 一元函数微分学	(34)
2.1 导数的概念	(34)
2.1.1 内容要点	(34)
2.1.2 例题解析	(36)
2.1.3 综合练习	(38)
2.1.4 参考答案	(40)
2.2 基本求导公式与求导法则、函数的求导方法	(42)
2.2.1 内容要点	(42)
2.2.2 例题解析	(44)
2.2.3 综合练习	(49)

2.2.4	参考答案	(51)
2.3	微分	(52)
2.3.1	内容要点	(52)
2.3.2	例题解析	(55)
2.3.3	综合练习	(56)
2.3.4	参考答案	(57)
第3章	导数的应用	(59)
3.1	中值定理与洛必达法则	(59)
3.1.1	内容要点	(59)
3.1.2	例题解析	(62)
3.1.3	综合练习	(67)
3.1.4	参考答案	(69)
3.2	函数的单调性与极值	(69)
3.2.1	内容要点	(69)
3.2.2	例题解析	(71)
3.2.3	综合练习	(77)
3.2.4	参考答案	(79)
3.3	函数的最大值与最小值及其应用	(79)
3.3.1	内容要点	(79)
3.3.2	例题解析	(80)
3.3.3	综合练习	(84)
3.3.4	参考答案	(85)
3.4	曲线的凹凸性与拐点	(86)
3.4.1	内容要点	(86)
3.4.2	例题解析	(86)
3.4.3	综合练习	(89)
3.4.4	参考答案	(90)
第4章	不定积分	(92)
4.1	不定积分的概念	(92)
4.1.1	内容要点	(92)
4.1.2	例题解析	(94)
4.1.3	综合练习	(95)
4.1.4	参考答案	(97)

4.2	换元积分法	(98)
4.2.1	内容要点	(98)
4.2.2	例题解析	(99)
4.2.3	综合练习	(106)
4.2.4	参考答案	(108)
4.3	分部积分法	(110)
4.3.1	内容要点	(110)
4.3.2	例题解析	(111)
4.3.3	综合练习	(114)
4.3.4	参考答案	(115)
第5章	定积分	(118)
5.1	定积分的概念	(118)
5.1.1	内容要点	(118)
5.1.2	例题解析	(120)
5.1.3	综合练习	(121)
5.1.4	参考答案	(122)
5.2	定积分的计算	(123)
5.2.1	内容要点	(123)
5.2.2	例题解析	(124)
5.2.3	综合练习	(134)
5.2.4	参考答案	(136)
5.3	定积分在几何上的应用	(138)
5.3.1	内容要点	(138)
5.3.2	例题解析	(140)
5.3.3	综合练习	(145)
5.3.4	参考答案	(146)
第6章	多元函数微分学	(148)
6.1	多元函数的概念	(148)
6.1.1	内容要点	(148)
6.1.2	例题解析	(149)
6.1.3	综合练习	(152)
6.1.4	参考答案	(154)
6.2	偏导数	(155)

6.2.1	内容要点	(155)
6.2.2	例题解析	(157)
6.2.3	综合练习	(160)
6.2.4	参考答案	(161)
6.3	全微分与多元函数的极值	(163)
6.3.1	内容要点	(163)
6.3.2	例题解析	(165)
6.3.3	综合练习	(169)
6.3.4	参考答案	(170)
第7章	二重积分	(172)
7.1	二重积分的概念	(172)
7.1.1	内容要点	(172)
7.1.2	例题解析	(174)
7.1.3	综合练习	(175)
7.1.4	参考答案	(176)
7.2	二重积分的计算	(176)
7.2.1	内容要点	(176)
7.2.2	例题解析	(178)
7.2.3	综合练习	(185)
7.2.4	参考答案	(187)
7.3	二重积分的应用举例	(188)
7.3.1	内容要点	(188)
7.3.2	例题解析	(189)
7.3.3	综合练习	(193)
7.3.4	参考答案	(193)
第8章	无穷级数	(194)
8.1	常数项级数	(194)
8.1.1	内容要点	(194)
8.1.2	例题解析	(197)
8.1.3	综合练习	(200)
8.1.4	参考答案	(202)
8.2	幂级数	(203)
8.2.1	内容要点	(203)

8.2.2	例题解析	(205)
8.2.3	综合练习	(208)
8.2.4	参考答案	(209)
第9章	微分方程初步	(210)
9.1	微分方程的基本概念	(210)
9.1.1	内容要点	(210)
9.1.2	例题解析	(210)
9.1.3	综合练习	(211)
9.1.4	参考答案	(212)
9.2	变量可分离的微分方程	(212)
9.2.1	内容要点	(212)
9.2.2	例题解析	(213)
9.2.3	综合练习	(217)
9.2.4	参考答案	(219)
9.3	一阶线性微分方程	(219)
9.3.1	内容要点	(219)
9.3.2	例题解析	(221)
9.3.3	综合练习	(226)
9.3.4	参考答案	(228)
9.4	二阶常系数齐次线性微分方程	(229)
9.4.1	内容要点	(229)
9.4.2	例题解析	(229)
9.4.3	综合练习	(230)
9.4.4	参考答案	(231)
附录 A		(232)
附录 B		(236)
参考文献		(244)

第 1 章

函数、极限与连续

1.1 函 数

1.1.1 内容要点

1. 函数

函数定义 设有两个非空数集 A 、 B ，如果对于数集 A 中的每一个数 x ，按照一定的规则 f 对应着数集 B 中唯一确定的数 y ，则称 f 是定义在集合 A 上的函数。

A 称为函数的定义域； f 称为函数关系；与 $x \in A$ 对应的实数 $y \in B$ 记作 $y = f(x)$ ，集合 $B_f = \{y \mid y = f(x), x \in A\}$ 称为函数的值域， $B_f \subseteq B$ 。

y 按所给函数关系 $y = f(x)$ 求出的对应值 y_0 叫作当 $x = x_0$ 时的函数值，记作 $f(x_0)$ 。在函数的定义中，对应规则（即函数关系）及定义域是两个重要的因素。

对于定义域内自变量 x 不同的值，函数关系由不同的式子分段表达的函数称为分段函数。

确定函数定义域的常用原则：

- ① 偶次根式的函数，其根号下的值不能为负；
- ② 分式函数，其分母不能取零值；
- ③ 对数的真数必须取正值；
- ④ 由有限个函数经四则运算构成的函数，其定义域是这有限个函数的定义域的交集；
- ⑤ 分段函数的定义域为各分段式子定义域的并集；

⑥ 由实际问题所确定的函数，其定义域要根据实际问题的意义确定。

2. 反函数

反函数定义 设函数 f 定义在数集 A 内，其值域为数集 B 。如果对于 B 中每一个数 y ， A 中都有唯一的 x ，使 $f(x) = y$ ，记由 y 对应到 x 的规则为 f^{-1} ，则称 f^{-1} 为 f 的反函数，通常写为 $x = f^{-1}(y)$ 。

一般将 $x = f^{-1}(y)$ 改写为 $y = f^{-1}(x)$ 。 $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 互为反函数，它们的图形关于直线 $y = x$ 对称。

3. 复合函数

常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数等称为基本初等函数。

复合函数定义 设函数 $y = f(u)$ ， $u \in B$ ；函数 $u = \varphi(x)$ ， $x \in A$ ，其值域为 M 。若 $B \cap M$ 非空，则 $y = f[\varphi(x)]$ 称为 x 的复合函数， u 称为中间变量。

注意：① 不是任何两个函数都可以随意构成复合函数，一般当内层函数 $u = \varphi(x)$ 的值域全部或部分包含在外层函数 $y = f(u)$ 的定义域内时，这两个函数才可复合成一个复合函数。复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 的定义域总是中间变量 $u = \varphi(x)$ 的定义域的子集。

② 复合函数可以有多个中间变量，这些中间变量是经过多次复合产生的。

③ 复合函数通常不一定是由纯粹的基本初等函数复合而成，更多的是由基本初等函数经过四则运算形成的简单函数构成的。分解复合函数时，一般使分解后所成的每一个函数都是基本初等函数或它们的和、差、积、商。

4. 初等函数

由基本初等函数经过有限次四则运算与有限次复合构成的，且可用一个数学式子表示的函数，称为初等函数。分段函数一般不是初等函数。

5. 函数的性质

1) 有界性

设函数 $y = f(x)$ 在集合 I 上有定义，如果存在一个正数 M ，对于所有的 $x \in I$ ，恒有 $|f(x)| \leq M$ ，则称函数 $f(x)$ 在 I 上是有界的。如果不存在这样的正数 M ，则称 $f(x)$ 在 I 上是无界的。

其几何意义如图 1-1 所示。

2) 奇偶性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A ，如果对于任意的 $x \in A$ ，都有 $-x \in A$ ，并且 $f(-x) = f(x)$ ，则称 $f(x)$ 为偶函数；如果对于任意的 $x \in A$ ，都有 $-x \in A$ ，并且 $f(-x) = -f(x)$ ，则称 $f(x)$ 为奇函数。

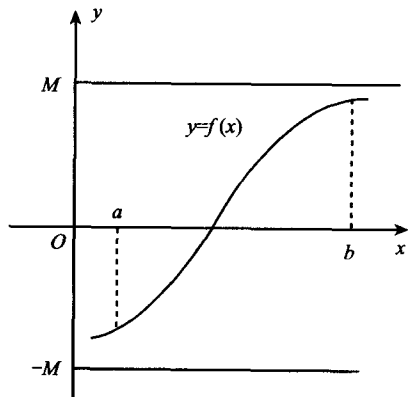


图 1-1

其几何意义如图 1-2 和图 1-3 所示.

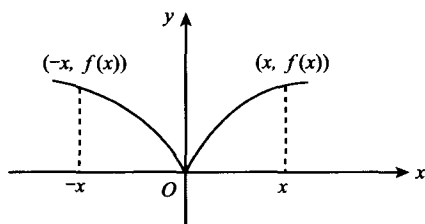


图 1-2

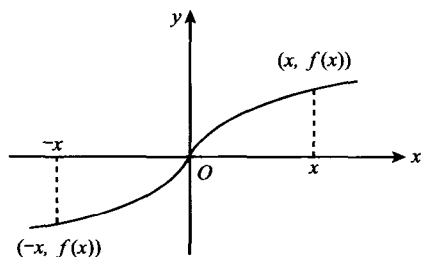


图 1-3

注意: ① 奇偶函数的定义域是关于原点对称的区间.

② 偶函数的图像关于 y 轴对称, 奇函数的图像关于原点对称.

3) 单调性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A , 区间 $I \subseteq A$. 如果对于任意的 $x_1, x_2 \in I$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上是单调递增的, 称区间 I 是 $f(x)$ 的单调上升区间; 如果对于任意的 $x_1, x_2 \in I$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上是单调递减的, 称区间 I 是 $f(x)$ 的单调下降区间.

其几何意义如图 1-4 和图 1-5 所示.

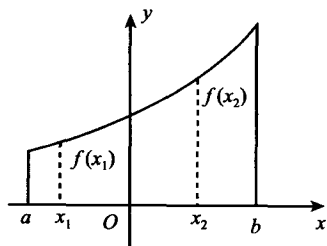


图 1-4

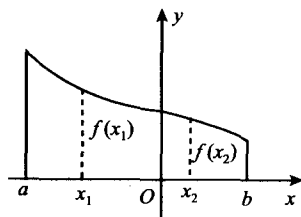


图 1-5

4) 周期性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A , 如果存在常数 $T (T \neq 0)$, 使得对于任何 $x \in A$, 都有 $x+T \in A$, 且 $f(x+T) = f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为周期函数, 常数 T 称为 $f(x)$ 的周期. 如果在所有的正周期中存在一个最小的数, 则把它称为 $f(x)$ 的最小正周期.

1.1.2 例题解析

【例 1】 求下列函数的定义域.

$$(1) y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{1-x^2}$$

$$(2) y = \ln(5x+1) + \arcsin \frac{2x}{1+x}$$

$$(3) y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{36-x^2}$$

解 (1) 因为

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 1-x^2 \neq 0 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$$

故所求函数的定义域为 $[-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$.

(2) 因为

$$\begin{cases} 5x+1 > 0 \\ -1 \leq \frac{2x}{1+x} \leq 1 \end{cases}$$

由 $-1 \leq \frac{2x}{1+x} \leq 1$ 解得

$$-1 \leq 2 - \frac{2}{1+x} \leq 1, 1 \leq \frac{2}{1+x} \leq 3, -\frac{1}{3} \leq x \leq 1$$

即

$$\begin{cases} x > -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

故所求函数定义域为 $(-\frac{1}{5}, 1]$.

(3) 因为

$$\begin{cases} \sin x \geq 0 \\ 36-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

由 $\sin x \geq 0$ 解得

$$2k\pi \leq x \leq (2k+1)\pi \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$