

高中数学教案

本社编

代数·第一册

北京师范大学出版社

高中数学教案

代数第一册

本社编

责任编辑：潘淑琴

高中数学教案

代数第一册

本社编

*

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张 14.25 字数：301 千

1987 年 11 月第一版

1987 年 11 月第 1 次印刷

印数：1—20 000

ISBN 7-303-00028-3/G·26

统一书号：7243·552

定价：3.00 元

前 言

1984年我社编辑出版了《中学数学教材研究与教案选》(共六册),旨在将广大中学数学教师多年来积累的教学经验在全国范围内进行交流和推广。实践证明,这种做法得到全国各地广大中学数学教师的欢迎。它对于开展中学数学教学研究、提高教学质量起到了促进作用。

教育正改革,教学方法也在发展,同时不少中学数学教师使用《中学数学教材研究与教案选》中也给我们提出了很好的意见和建议。这些促使我们进行修订,这次修订改名为《初中数学教案》(包括代数一——四册)、平面几何(一、二册)和《高中数学教案》(包括代数一、二、三册,立体几何、平面解析几何及微积分初步)。这次修订仍然保持原书的优点,同时在以下三方面更加完善和补充,首先,力图使大多数教案在深度和份量方面对大多数学校的教学是切实可行的;其次,在教案中尽可能体现开发学生智力和培养学生的能力;第三,增加教案的数量,每章末配有复习课教案。

本书的特点是:(1)教案的作者仍然是全国范围内部分有经验的数学教师,其中有不少特级教师。(2)本书依据国家颁布的中学数学教学大纲的教学体系,结合现行中学数学教材编写。(3)本书的目的在于研究如何通过课堂教学,使学生掌握基础知识,基本技能技巧以及发展学生思维、开发学生智力、培养学生能力。(4)本书每章开头有一篇教材分析

或教学经验方面的文章，概括本章主要内容及其在中学数学中的地位 and 作用，教学目的和要求，重点和难点，并且提出教学建议和课时安排。(5)教案中一般是由教学目的和要求、教学重点和难点、教学过程(包括新课引入、新课、小结、作业)等组成。多数教案比较详尽，从中可以看到作者课堂教学的全过程。少数教案较略，但言简意明、脉络清楚、重点突出，有的同一教学内容附有两个不同特色的教案。

本册由江苏苏州吴县望亭中学李根水同志组织定稿。

感谢北京师范大学数学系曹才翰先生对本书编辑出版的关心和支持。

对本书有什么意见和要求，希望广大读者来信告诉我们。

编 者

目 录

幂函数、指数函数和对数函数.....	1
教材分析	1
集合(一)	5
集合(二)	10
子集	15
交集	22
并集	26
补集	31
映射	37
函数(一)	44
函数(二)	50
幂函数概念	57
幂函数 $y = x^n (n > 0)$ 的图象和性质.....	62
函数的单调性(一)	67
函数的奇偶性(一)	72
一一映射	77
逆映射	82
反函数	87
互为反函数的函数图象间的关系	92
指数函数 $y = a^x$ 的定义和图象.....	98
指数函数 $y = a^x$ 的性质.....	103
对数函数及其图象	107
对数函数的性质	112

对数换底公式(一)	117
指数方程的定义和解法	122
对数方程的定义和解法	125
集合与映射的复习	130
幂函数、指数函数和对数函数的复习(一)	136
幂函数、指数函数和对数函数的复习(二)	141
本章复习课(多项选择题的解法)	148
三角函数	158
教材分析	158
弧度制(一)	165
弧度制(二)	170
弧度制概念	175
任意角的三角函数(一)	180
任意角的三角函数(二)	186
诱导公式(一)	191
同角三角函数的基本关系式(一)	196
同角三角函数的基本关系式(二)	200
诱导公式(二)、(三)	206
已知三角函数值求角(一)	212
已知三角函数值求角(二)	216
用单位圆中的线段表示三角函数值(一)	221
用单位圆中的线段表示三角函数值(二)	226
正弦函数、余弦函数的图象(一)	232
正弦函数、余弦函数的图象(二)	238
正弦函数、余弦函数的定义域、值域	243
正弦函数、余弦函数的周期性	248
正弦函数、余弦函数的奇偶性和单调性	254
函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象(一)	260
函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象(二)	266

任意角的三角函数复习课	273
三角函数的图象和性质的复习(一)	279
三角函数的图象和性质的复习(二)	286
本章复习课(多项选择题的解法)	291
两角和与差的三角函数	302
教材分析	302
两角和与差的余弦(一)	310
两角和与差的余弦(二)	314
两角和与差的正弦(一)	319
两角和与差的正弦(二)	324
两角和与差的正弦、余弦的综合例题课	328
两角和与差的正切(一)	333
两角和与差的正切(二)	338
二倍角的正弦、余弦、正切(一)	342
二倍角的正弦、余弦、正切(二)	347
二倍角的正弦、余弦、正切(三)	351
半角的正弦、余弦和正切(一)	356
半角的正弦、余弦和正切(二)	361
半角的正弦、余弦和正切(三)	367
半角的正弦、余弦和正切(四)	374
三角函数的积化和差(一)	381
三角函数的积化和差(二)	387
三角函数的和差化积(一)	394
三角函数的和差化积(二)	401
三角函数的和积互化(一)	409
三角函数的和积互化(二)	417
本章复习课(一)第.....	426
本章复习课(二)	435

本章复习课(三)	440
本章测验题(时间 45 分钟)	446
附录	443

幂函数、指数函数和对数函数

教 材 分 析

学生在初中已初具集合概念,学过函数、一次函数、二次函数和反比例函数的图象和性质,本章则是在学生对这些概念具有一定感性知识的基础上,从介绍集合与元素的概念入手,引进映射的概念,用映射观点给出函数的定义,进而研究幂函数的概念、图象与主要性质,并以幂函数为例,分析函数的单调性与奇偶性,再由一一映射与逆映射给出反函数的定义,指出互为反函数的两个函数图象间的关系,从而研究指数函数与对数函数的概念、图象和性质,最后讨论了简单的指数方程和对数方程的一些解法。

本章共分四个部分。

一、集合

集合论是近代数学的基础,学生对自然数集、整数集、有理数集、实数集和某些点集(直线、圆)已有一定的认识,这一部分则通过实例,给出集合与元素的一般概念,集合中元素的确定性、互异性和无序性等特性,集合的表示法(列举法和描述法),元素与集合之间的属于关系,集合与集合之间的包含关系、相等关系,空集、子集、交集、并集和补集等概念及一些简单性质。要求学生能理解、掌握这些概念,在今后的学习中能使用这些术语和符号。重点是有关集合的一些基本概

念。难点是这些概念的正确涵义，以及相互之间的区别和联系。由于集合概念及其表述方式比较抽象，对学生来说比较陌生，一时难以适应，因此在教学中，应根据学生年龄特征，贯彻直观原则，多举实际事例，从感性认识逐步上升到理性认识，并结合文氏图，使学生逐步理解和掌握集合、元素、属于、包含、真包含、相等、空集、子集、交集、并集和补集等概念，掌握它们之间的关系，熟悉并会应用 $\{$ 、 $\in$ 、 $\subseteq$ 、 $\subset$ 、 $\cap$ 、 $\cup$ 、 $\bar{}$ 、 $\emptyset$ 等符号。

二、映射与函数

这部分是在学生掌握集合概念的基础上，结合对应概念，给出映射概念，再用映射概念来刻画函数。要求学生在掌握集合与映射概念的基础上，加深对函数概念的理解，明确函数是由定义域（设为 A ）、值域（设为 B ）以及定义域 A 到值域 B 上的某一对应法则（设为 f ）三部分组成的一类特殊的映射： $f:A \rightarrow B$ ，记作 $y=f(x)$ ，其中 $x \in A$ ， $y \in B$ ；而它的核心则是对应法则 f ； $f(a)$ 是在定义域 A 内取一个确定的值 a 时，所对应的函数值；能将现实世界中某些变量之间的关系，转换成用解析式表示的函数关系，能根据一些函数的解析式写出它的定义域、值域，画出它的图象。映射概念与函数概念是这一部分的重点。难点是映射概念以及用集合、映射概念来刻画函数概念。在教学中应通过实际例子与对比的方法，使学生理解映射是一种特殊的对应，而函数则是一类特殊的映射。

三、幂函数

这部分是学生在初中已熟悉简单的一次函数 $y=x$ 、二次函数 $y=x^2$ 和反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的基础上，引进幂函

数 $y = x^a$ (其中 a 可为实数, 我们只讨论 a 是有理数的情况) 的概念、图象和性质, 并以此函数为例, 研究函数的单调性、奇偶性, 再通过一一映射与逆映射的概念, 给出反函数的定义, 研究互为反函数的函数图象间的关系, 要求学生理解幂函数的概念, 掌握它的图象和性质, 特别是当 $a > 0$ 、 $a < 0$ 、 a 是奇数、 a 是偶数、 a 是分数时 (如函数 $y = x$ 、 $y = x^2$ 、 $y = x^3$ 、 $y = x^4$ 、 $y = x^{\frac{1}{2}}$ 、 $y = x^{\frac{1}{3}}$ 、 $y = x^{-1}$ 、 $y = x^{-2}$ 、 $y = x^{-\frac{1}{2}}$ 、 $y = x^{-\frac{1}{3}}$ 等) 函数图象的不同位置关系; 能判断一些函数在给定区间上的单调性和奇偶性, 并根据这些性质描绘函数的图象; 又通过一一映射与逆映射的概念, 理解反函数的意义和互为反函数的图象间的关系, 会求某些函数的反函数。重点是幂函数的概念、图象、性质和反函数的概念。难点是反函数的概念。为了攻克这个难点, 在教学过程中, 必须步步为营, 先明确一一映射是一种特殊的映射, 只有一一映射才存在逆映射, 就一一映射和逆映射来理解反函数, 就原函数中自变量与函数互换对应关系来掌握反函数, 再从互为反函数的函数图象间的关系 (对称于直线 $y = x$) 进一步理解反函数的涵义。

四、指数函数和对数函数

这部分是在学生熟悉幂运算、指数运算的基础上指出指数函数的概念、图象和性质 (建议在教“指数函数”这一节内容时, 先用一课时复习指数的意义及其运算法则); 在熟悉反函数的概念和对数运算的基础上提出对数函数的概念、图象和性质, 最后研究简单的指数方程和对数方程的解法。要求学生掌握指数函数和对数函数的概念、图象和性质; 会解比较特殊的指数方程和对数方程, 这也是本部分的重点。难点之一是一些指数式、对数式中的底数、指数、真数或它们本

身之间的比较大小问题。掌握指数函数和对数函数的图象和性质，是突破这一难点的关键。由于指数函数与幂运算有一定的联系，因此一些指数式中底数、指数或其本身的大小，还可以根据幂运算的结果来判定；对数函数是指数函数的反函数，一些对数式中底数、真数或其本身间的大小，还可以转化成指数式，据幂运算的结果来判定。难点之二是解指数方程和对数方程可能出现的增根问题。这应使学生从 $\log_a N$ 中 $N > 0$ 的规定了解到方程在变形过程中，未知数允许值范围的扩大，可能产生增根，从而必须进行检验，养成验根习惯。

本章教学时间约需 36 课时，具体分配如下（仅供参考）

1.1 集合	约 2 课时
1.2 子集 交集 并集 补集	约 4 课时
1.3 映射	约 1 课时
1.4 函数	约 2 课时
1.5 幂函数	约 4 课时
1.6 函数的单调性	约 1 课时
1.7 函数的奇偶性	约 2 课时
1.8 一一映射	约 1 课时
1.9 逆映射	约 1 课时
1.10 反函数	约 1 课时
1.11 互为反函数的函数图象间的关系	约 1 课时
1.12 指数函数	约 3 课时
1.13 对数函数	约 2 课时
附录 换底公式	约 2 课时
1.14 指数方程和对数方程	约 4 课时
复习和小结	约 5 课时

江苏省苏州中学 葛云书

集 合 (一)

教学目的

使学生初步理解集合概念及其表示法。

教学重点和难点

集合概念。

教学过程

一、新课引入：

板书课题“集合”二字，指出：

1. 这是一个古老而又非常自然的概念，古语中：“物以类聚”、“人以群分”，就是集合之意。

2. 近代集合概念的确立，是基于非数事物运算的需要，源于十九世纪末，发展于二十世纪初叶。

3. 集合是数学中的一个基本概念，是现代数学的基础，它渗透到许多方面。

二、新课：

1. 举例(板书)，引导学生观察下列各组对象的特征：

(1) 全体自然数：1, 2, 3, 4, 5, …；

(2) 代数式 $a^3 - b^3$ 除去 1 以外的有理因式；

(3) 抛物线 $y = x^2 + 1$ 上所有的点；

(4) 今年本校高一年级的全体学生；

(5) 本校实验室的所有天平。

指出：以上每一组，根据各自的特征，都各具有确定的

(不是含糊不清的)而且互异的(不是重复混淆的)对象。

2. 指出以上每一组,都称为一个集合,简称集,从而归纳出所谓集合(或集),是指具有确定的互异对象的总体,同时指出:

(1) 集合是数学中的原始概念,与点、线、面、体一样,无法用其他概念来定义,只能形象地描述。

(2) 组成集合的各个对象,叫做这个集合的元素,它们可以是数(如例(1))、式(如例(2))、点(如例(3))或其他图形,也可以是人(如例(4))、物(如例(5))、或其他。

(3) 含有有限个元素的集合叫做有限集(如例(2)、(4)、(5)),含有无限个元素的集合叫做无限集(如例(1)、(3))。

提问:

(1) 举出有限集、无限集的例子各一个。

(2) 下面集合里的元素是什么?

(a) 大于3小于11的偶数所组成的集合;

(b) 平方后等于1的数所组成的集合;

(c) 不等式 $x^2 - 5x + 6 > 0$ 的解集。

3. 集合的表示法

先介绍记号: 大括号“{}”, 在集合里表示总体, 而后提出集合的两种表示方法:

(1) 列举法 把集合中的元素一一列举出来, 写出大括号内表示集合的方法。

例如, 代数式 $a^3 - b^3$ 除1外的全部有理因式组成的集合, 可以表示为:

$$\{a - b, a^2 + ab + b^2, a^3 - b^3\};$$

又如, 由整式 $x^2, 3x + 2, 5y^3 - x, x^2 + y^2$ 组成的集

合，可以表示为：

$$\{x^2, 3x + 2, 5y^3 - x, x^2 + y^2\}.$$

(2) 描述法 把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法。一般先在大括号内写上这个集合的元素的一般形式，再划一条竖线(或用冒号“:”)，在竖线(或冒号“:”)右面写上这个集合的元素的公共属性。

例如，由抛物线 $y = x^2 + 1$ 上所有的点组成的集合，可以表示为：

$$\{(x, y) | y = x^2 + 1\},$$

或

$$\{(x, y) : y = x^2 + 1\};$$

又如，由平方后等于 1 的数组成的集合可以表示为：

$$\{a | a^2 = 1\},$$

或

$$\{a : a^2 = 1\}.$$

在不引起混淆的情况下，为了简便，有些集合用描述法表示时，可以省去竖线(或冒号)及其左边的部分。

例如，由所有的直角三角形组成的集合，可以表示为：

$$\{\text{直角三角形}\};$$

又如，由 1000 以内的质数组成的集合，可以表示为：

$$\{1000 \text{ 以内的质数}\}.$$

指出：

(1) 有些集合的元素的公共属性不明显，难以概括，不便用描述法来表示，只能用列举法来表示。

例如，集合 $\{x^2, 3x + 2, 5y^3 - x, x^2 + y^2\}$ 。

(2) 有些集合的元素不能无遗漏地一一列举出来，或者不便于、不需要一一列举出来，常用描述法表示

例如，集合 $\{(x, y) | y = x^2 + 1\}$ ；

又如, 集合 {1000 以内的质数}.

(3) 用描述法表示一个集合, 必须认真找出集合中元素的公共属性, 既要使每一元素所共有, 又要不为集合外其他元素所具有.

例如将 1、3、5、7、9 所组成的集合表示为:

{小于 10 的自然数}

就不对, 因为 1、3、5、7、9 虽然都是小于 10 的自然数, 但尚有其他小于 10 的自然数 2、4、6、8 等不是集合中的元素.

提问: 这个集合应怎样用描述法表示?

(答: {10 以内的正奇数}.)

(4) $\{0\}$ 是以数“0”为元素的集合, 不是没有元素的集合; $\{a\}$ 与 a 具有完全不同的意义, $\{a\}$ 表示由元素 a 组成的集合, 不是元素 a , 而 a 则表示集合 $\{a\}$ 的元素, 不是集合.

提问: 区别 $(2, 3)$ 与 $\{(2, 3)\}$ 的意义.

(答: $(2, 3)$ 是 $x = 2, y = 3$ 的点, 而 $\{(2, 3)\}$ 是由点 $(2, 3)$ 所组成的集合.)

(5) 同一个集合, 可以有多种表示方法.

例如, 由元素 1、2 所组成的集合, 可以表示为:

$\{1, 2\}$; $\{x | x = 1 \text{ 或 } x = 2\}$; $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$;

$\{x | x^2 - 3x < 0 \text{ 的整数解}\}$; {单位数与偶素数}; …….

提问: 把下列集合用另一种方法表示出来:

$\{2, 4, 6, 8, 10\}$; {中国古代四大发明};

{目前世界乒乓球锦标赛的七个比赛项目};

{直线 $y = 2x + 1$ 上的点}.

(答: {11 以内的正偶数};

{指南针, 造纸, 活字印刷, 火药};