

现代电力系统丛书



电力系统非线性鲁棒控制

孙元章 焦晓红 申铁龙 著

清华大学出版社



现代电力系统丛书



电力系统非线性鲁棒控制

孙元章 焦晓红 申铁龙 著

清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要介绍基于动态系统能量函数的非线性鲁棒控制设计方法及其在电力系统中的应用。全书的内容可分为两部分。第一部分(第1~4章)主要介绍有关基于能量函数的控制器设计的一些基础知识,包括系统能量存储函数和动态特性的相互关系、系统稳定性和耗散性的定义与判别、拉格朗日系统和哈密尔顿系统的结构特征等基本概念,基于能量函数的拉格朗日系统和哈密尔顿系统的控制器的基本设计方法、能量平衡与函数整形的基本设计理论,以及基于能量函数的鲁棒控制器的设计方法。第二部分(第5~10章)主要介绍以第一部分的设计理论为基础,针对电力系统的结构特征所进行的发电机励磁和调速及其协调控制、电力网路中的 FACTS 和直流输电调制等控制器的设计理论和方法,以及扩展到多机电力系统上的设计理论和方法。

本书可以作为自动控制和电气工程专业的研究生教材,也可作为从事上述专业的科研人员和工程技术人员的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

电力系统非线性鲁棒控制/孙元章,焦晓红,申铁龙著. —北京:清华大学出版社, 2007. 10

(现代电力系统丛书)

ISBN 978-7-302-15599-7

I. 电… II. ①孙… ②焦… ③申… III. 电力系统—非线性控制系统—鲁棒控制
IV. TM761

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 140273 号

责任编辑:张占奎

责任校对:赵丽敏

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社 地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn> 邮 编:100084

c-service@tup.tsinghua.edu.cn

社总机:010-62770175 邮购热线:010-62786544

投稿咨询:010-62772015 客户服务:010-62776969

印刷者:北京市世界知识印刷厂

装订者:三河市春园印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:175×245 印 张:19.75 插 页:1 字 数:379千字

版 次:2007年10月第1版 印 次:2007年10月第1次印刷

印 数:1~2000

定 价:58.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:007969-01

作者简介



孙元章 男 1953年9月出生,毕业于清华大学,获博士学位,任清华大学教授,博士生导师,教育部长江学者奖励计划特聘教授,电力系统及发电设备控制与仿真国家重点实验室副主任,兼任武汉大学电气工程学院院长。研究方向为电力系统动态安全分析、控制及仿真技术。曾获国家杰出青年基金和海外合作青年基金,主持国家自然科学基金重大项目,任国家重点基础研究项目的首席助理和首席科学家助理等。在国内外学术期刊上发表论文100多篇,合作出版专著两部,2005年获教育部自然科学一等奖,国家级教学成果一等奖。



焦晓红 女 1988年东北重型机械学院工学学士学位,1991年东北重型机械学院工学硕士学位,2004年日本上智大学理工学博士学位,2004.5-2006.4在清华大学做博士后,现为燕山大学教授。主要学术研究方向为:非线性系统、时滞系统的鲁棒自适应控制理论研究及其在电力系统、机械系统中的基础应用研究。



申铁龙 男 东北重型机械学院(现燕山大学)自动控制系七七届毕业生,1989年赴日留学,1992年获日本上智大学博士学位,其后一直任教于上智大学理工学部,现为该校理工学部控制工程讲座准教授,同时兼任武汉大学珞珈学者特聘教授,燕山大学博士生导师等。共出版《H_∞控制理论与应用》(清华大学出版社,1996年)等八部中、外文专著。

《现代电力系统丛书》编委会

主 编：卢 强

副 主 编：周孝信 韩祯祥 陈寿孙

编 委：（按姓氏笔画排序）

王祥珩 甘德强 卢 强 余贻鑫 张伯明

杨奇逊 陈 陈 陈寿孙 周孝信 贺仁睦

赵争鸣 倪以信 夏道止 徐 政 顾国彪

梁恩忠 程时杰 韩英铎 韩祯祥

责任编辑：张占奎

丛 书 序

当我剪烛为这篇短序时,竟几次因思绪万千未开头便搁笔。出版“现代电力系统丛书”是我的导师高景德院士于1990年开始构思、策划的。作为一位科学家和教育家,高先生十分重视“丛书”对提高我国电力系统学术水平和高层次人才培养方面的重要作用。先生认为:各领域的科技专著应是那个领域最前沿和最高水平科技成果的结晶,是培育一代代科技精英和先锋人物的沃野和圣堂。先生对我说:优秀著作是人类先进思想和成果最重要的载体,正是它们构成了人类文化、科技发展万世不竭的长河。导师的教导音犹在耳。

1997年因这位清华大学老校长烛炬耗尽致使“丛书”出版工作一度停顿。三年后,清华大学出版社重新启动了“丛书”的出版工作,于2002年组成了第二届编委会,继擎着高景德院士亲手点燃的火炬前行。

自1992年以高先生为主编的第一届编委会成立起,至2006年止,我国的电力装机提高了2.7倍,年均以将近20%的速度增长。这在世界各国电力工业发展史上是绝无仅有的。此刻我想到,高先生的在天之灵会问我们这些晚辈:我国的高科技含量的增长是否也与我国的电力总量的增长相匹配?这一问题是要我国电力科技工作者用毕生不懈的努力来回答的。

时光如梭,2002年的第二届编委会又到了换届之时,感谢数位资深编委出色完成了他们的职责。时至2007年5月,第三届编委会在清华大学出版社主持下成立。编委共19名,包括三位中国科学院院士,四位中国工程院院士,其他皆为处于我国电力系统顶尖之列的精英学者,其中不乏新充实的优秀中青年学者。保证了“丛书”的火炬不仅能得以传承,而且会愈燃愈旺。本次编委会进一步明确“丛书”涵盖的领域为:电力系统建模、分析、控制,以安全稳定经济运行为主;新能源并网发电,如风力发电、太阳能发电等;分布式能源电力系统等内容。

至今,该“丛书”系列已出版专著约十本,预计今明两年将至少再出版六部。应该说已出版的该系列专著已经引领几代青年学者、科技工作者走上了科技大道。近年来,我们在“电力系统灾变防治和经济运行重大科学问题”方面得到国家首期973项目资助和支持,并取得了一些突破性进展;电力领域第二期973项目“提高超大规模输电系统的运行可靠性研究”从2004年推着前浪前进,成果丰硕。所取得的这些前沿成果将在“丛书”中得到充分的体现。有些成果在世界上未有先例。

因此,我们相信中国电力学会引领世界电力科技的发展;相信“丛书”系列还将继续引领和帮助一代代电力界科技工作者开辟他们康庄之途。

按照高景德院士的教育思想,“丛书”的作用主要不是去灌满一桶桶的水,而是去点燃一把把的火。

导师英名长存。感谢清华大学出版社使“丛书”之炬得以传承。

相信中国电力科技应能成为世界电力科技引路之光。

卢 强

2007年7月于清华园

前 言

现代社会对电力供应的可靠性要求越来越高,电力系统运行的稳定性问题始终是电力网络的安全可靠运行的关键性问题。提高电力系统运行稳定性的最经济和最有效的手段之一是改善电力系统中控制系统的控制性能,而改善电力系统控制性能的最有效的手段之一是控制理论技术的提高与控制方法的改进。因此,伴随着控制理论与控制技术的发展,一些相应的现代控制理论和设计方法被相继应用于电力系统控制设计中,从线性系统的最优控制理论到非线性系统的基本设计理论,从精确的非线性系统设计方法到考虑系统不确定性的鲁棒控制设计方法,各种先进控制理论的使用逐步提高了电力系统的暂态稳定水平。然而,电力系统中控制系统的结构却变得越来越复杂,而且控制器中可调参数也逐渐失去了明显的物理意义。

近年来,在控制工程领域,如何利用系统本身的固有特性去设计简单易行的控制系统的研究,已在工程界和控制理论界日益受到重视。人们希望在系统设计中所选取的能量函数能够更多地反映有关系统内部结构以及动态特性的信息,希望所设计的控制器结构简单,所调整参数具有明显的物理意义,系统中有利的特性能够被充分利用等。由于基于能量的方法在控制器设计过程中可以充分利用物理系统的结构和特性,理论和实践又都表明用此方法设计的控制系统具有很好的稳定性和动态特性,且控制器简单易行,因此,该方法备受工程界的欢迎和研究者的重视。

鉴于此,本书作者在基于能量函数的控制设计及电力系统的稳定性和非线性鲁棒控制上作了多年的研究工作,并积累了一些研究成果。现在,意图通过此书,将基于能量函数的设计理论方法和多年来在电力系统基于此方法的控制方面的研究成果奉献给致力于该领域研究的读者,使大家能够清晰完整地理解、充分地利用物理系统结构和特性的基于能量函数的设计方法,并通过对实际电力系统各类关键设备的基于能量函数的控制器设计,为使用先进的控制理论解决实际工程问题提供参考和借鉴。

本书主要介绍基于动态系统能量函数的非线性鲁棒控制设计方法及其在电力系统中的应用。全书的内容分为两部分。第一部分(第1~4章)主要介绍有关基于能量函数的控制器设计的一些基础知识。第1章是一个综述,介绍系统能量存

储函数和动态特性的相互关系、系统不确定性的描述、鲁棒控制的概念、拉格朗日系统和哈密顿系统的基本结构特征以及电力系统的控制和稳定性的内涵和外延。第2章介绍非线性系统控制理论的基础知识,包括系统的状态空间描述、非线性系统的两种线性化方法介绍,以及系统稳定性和耗散性的定义与判别。第3章主要介绍基于能量函数的控制器的基本设计方法、拉格朗日系统和哈密顿系统的基于能量函数的设计以及能量平衡与函数整形的基本设计理论。第4章讲述基于能量函数的鲁棒控制器的设计方法,主要介绍考虑系统存在的各种不确定性时,如何使用基于能量函数的方法设计鲁棒自适应镇定或干扰抑制控制器。第二部分(第5~10章)主要介绍以第一部分的设计理论为基础,根据电力系统的结构特征所进行的基于能量函数的励磁、调速、FACTS等各类关键设备的控制器的设计。第5章为励磁控制器设计。第6章是调速控制器设计。第7章是关于同时考虑励磁和调速控制时,如何利用能量函数的设计方法进行励磁-调速协调控制器设计。第8章是柔性交流输电系统控制器设计。第9章是高压直流输电系统中直流调制控制器的设计。第10章介绍多机情况下电力系统各类关键设备基于能量函数的控制器设计。第5章至第10章的结构安排如下:首先给出系统的数学模型介绍;然后介绍基于能量函数基本设计方法的控制器设计;再利用能量整形的方法提高控制系统的暂态稳定性,并利用直接补偿机械阻尼的能量整形设计方法,更有效地提高系统的动态性能,且使控制器简单易实现;最后考虑基于能量函数的鲁棒控制器设计。对于每一种基于能量函数的设计方法,都给出了相应的仿真研究结果,用以比较说明各种设计方法的有效性。

本书可以作为自动控制和电气工程专业的研究生教材,也可作为从事上述专业的科研人员和工程技术人员的参考书。本书第一部分,对基于系统能量函数的控制设计方法从必要的数学基础、基本的物理概念到基本的设计思想与到鲁棒自适应控制的扩展设计方法,自成体系。第二部分针对实际电力系统的物理结构特征,系统地给出了基于能量函数的控制设计方法在电力系统各种控制器设计中的应用,各章也相对独立完整。因此,读者可以根据所需对章节进行取舍,而又不失知识的完整性。

本书第1章至第4章的内容由申铁龙博士主笔,第5章至第7章由焦晓红博士主笔,第8章至第10章由孙元章博士主笔。全书最后由孙元章博士统一定稿。

本书的主要内容为笔者在此研究方向上的多年研究成果,这些研究工作曾得到国家自然科学基金重大项目“电力系统广域安全防御基础理论及关键技术研究”和国家973计划项目“提高大型互联电网运行可靠性的基础研究”的资助,作者借此机会谨向多年来资助我们研究工作的国家自然科学基金委员会表示深切的感谢。同时,这些研究成果中还包括笔者所带博士生、硕士生们的学位论文研究成果,也对他们的工作深表谢意。

此外,还要感谢清华大学出版社责任编辑为本书的出版所做的工作和提供的诸多重要帮助。

笔者学识疏浅,疏漏和错误在所难免,敬请读者和专家批评指正。

作者谨识

2006年12月于清华园

目 录

第 1 章 绪言	1
1.1 系统的能量存储函数与动态特性	1
1.2 不确定性与鲁棒控制	6
1.3 拉格朗日系统.....	11
1.4 哈密尔顿系统.....	17
1.5 电力系统的控制和稳定性.....	21
第 2 章 非线性控制理论基础	28
2.1 状态空间描述方法.....	28
2.2 线性近似与精确线性化.....	33
2.3 稳定性的判定条件.....	37
2.4 耗散性判定条件.....	43
第 3 章 基于能量函数的控制器设计	47
3.1 无源性设计基础.....	47
3.2 能量存储函数的一般设计方法.....	51
3.3 拉格朗日系统的控制器设计.....	56
3.4 哈密尔顿系统的控制.....	60
3.5 能量平衡与函数整形方法.....	66
第 4 章 鲁棒控制问题	72
4.1 模型误差的表现形式.....	72
4.2 鲁棒镇定控制器设计.....	74
4.3 基于小增益定理的鲁棒控制.....	78
4.4 参数不确定性系统的控制.....	82
4.5 哈密尔顿系统的鲁棒控制.....	87
第 5 章 基于能量函数的发电机励磁控制器设计	92
5.1 引言.....	92

5.2	具有励磁控制的单机无穷大电力系统的数学模型	94
5.2.1	同步发电机的工作原理	94
5.2.2	同步发电机的数学模型	95
5.2.3	单机无穷大系统的数学模型	105
5.3	具有励磁控制的单机无穷大系统的平衡点	107
5.4	单机无穷大系统的能量函数的建立	109
5.5	基于哈密尔顿函数的励磁控制器设计	113
5.6	利用能量函数整形设计励磁控制器	116
5.7	直接补偿机械阻尼系数的励磁控制器的递归设计	124
5.8	发电机鲁棒励磁控制器的设计	129
5.8.1	基于哈密尔顿函数的设计方法	130
5.8.2	基于广义能量函数设计发电机鲁棒励磁控制器	134
第 6 章	基于电力系统能量设计原动机调速控制器	141
6.1	引言	141
6.2	同步发电机调速系统的数学模型	142
6.3	基于哈密尔顿函数设计发电机汽门开度控制器	146
6.4	利用能量函数整形设计汽门开度控制器	150
6.5	直接补偿机械阻尼系数的汽门开度控制器递归设计	154
6.6	发电机汽门开度控制器的鲁棒设计	158
第 7 章	基于系统能量的励磁-汽门开度协调控制	165
7.1	引言	165
7.2	励磁-汽门开度控制时的电力系统数学模型	165
7.3	基于哈密尔顿系统设计励磁-汽门开度协调控制器	166
7.4	基于直接改善机械阻尼的励磁-汽门开度协调控制器	176
7.5	发电机励磁-汽门开度协调鲁棒控制器的设计	184
第 8 章	柔性交流输电系统控制器设计	194
8.1	引言	194
8.2	交流输电系统的基本原理	195
8.3	装设 STATCOM 和 TCSC 装置的单机无穷大系统	201
8.4	基于哈密尔顿函数的 STATCOM 控制器设计	202
8.5	基于哈密尔顿函数的 TCSC 控制器设计	208
8.6	基于能量函数的 FACTS 镇定控制器设计	214

第 1 章 绪 言

本书的主要目的,是介绍基于动态系统能量函数的控制器设计方法及其在电力系统中的应用。本章首先介绍基本概念及其基本设计思想。

1.1 系统的能量存储函数与动态特性

一个系统的运动,特别是具有明确物理意义的实际工程系统,都伴随着能量的增加或衰减变化。因此,可以通过关注能量函数的变化来把握系统的动态特性,并且通过控制能量函数的变化特性来达到控制系统动态过程的目的。

譬如,考察如图 1.1 所示的力学系统。该系统是由弹簧(弹性系数为 k)和阻尼器(阻尼系数为 f)并联支撑物体(质量为 m)构成的。设图中 x 表示质量的位移, u 表示外力。

令弹簧在无伸缩变形状态下质量 m 的位移为 x ,则该系统的运动方程由下式描述:

$$m\ddot{x} = u - f\dot{x} - kx \quad (1.1.1)$$

假设在初始时刻 $t=0$,质量 m 的初始速度为 $\dot{x}(0)=0$,但是初始位移为非零,即 $x(0)=x_0 \neq 0$ 。那么,当无外力作用时,通过解微分方程(1.1.1)可以得到该系统的动态响应 $x(t)$ 。

同时,利用拉普拉斯变换,可得 $x(t)$ 的频域响应为

$$X(s) = \frac{(ms + f)x_0}{ms^2 + fs + k} \quad (1.1.2)$$

或者,位移 $x(t)$ 的时域响应为

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{(ms + f)x_0}{ms^2 + fs + k} \right\} \quad (1.1.3)$$

其中, $\mathcal{L}^{-1}\{\cdot\}$ 表示拉普拉斯逆变换。

根据经典控制理论可知,上述讨论就是求线性系统(1.1.1)的脉冲响应的过程,而且根据物理意义可知 $f>0, k>0$,所以,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s) = 0 \quad (1.1.4)$$

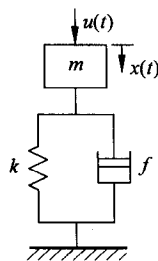


图 1.1 质量-弹簧系统

其实,通过考察该系统的能量函数也可以得到同样的结论。该系统在任意状态 $x(t), \dot{x}(t)$ 下所具有的能量为

$$V(x, \dot{x}) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{2}kx^2(t) \quad (1.1.5)$$

即,上式右端第一项是质量 m 所具有的动能,第二项是势能。考察该能量函数在系统动态响应过程中的变化率,得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} \\ &= m\dot{x}\left(-\frac{f}{m}\dot{x} - \frac{k}{m}x\right) + kx\dot{x} \\ &= -f\dot{x}^2 \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

上式表明:在该系统的动态过程中,只要质量 m 的速度 $\dot{x} \neq 0$,能量函数就会严格衰减,即 $\dot{V} < 0$;而在速度为零的时刻, $\dot{V} = 0$ 。但是如果该时刻位移 $x(t) \neq 0$,质量 m 受弹簧力的作用会产生非零加速度,导致速度 $\dot{x} \neq 0$,其结果是能量函数继续严格衰减。因此,除状态 $\dot{x} = 0, x = 0$ 以外,能量函数均为严格衰减,并且 $\dot{x} = x = 0$ 是能量函数的极小点,所以,对于下有界且严格衰减的函数 V ,当 $t \rightarrow \infty$ 时,必有 $V \rightarrow 0$,即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0 \quad (1.1.7)$$

由此可知,通过观察系统的物理能量,便得出与经典控制理论分析相同的结论,即在系统动态过程中,当无外力作用时,质量 m 的位移 $x(t)$ 必收敛于零点。

实际上,还可以找到更为一般意义下的广义能量函数,并且通过严谨的数学工具更为直接地证明该能量函数本身是严格单调衰减的。而这种能量函数的衰减特性正是李亚普诺夫(Lyapunov)意义下稳定性的体现,此时的能量函数就是李亚普诺夫函数。

现在再来讨论当外力不等于零时的情况。如果外力 $u \neq 0$,同理,可以证明能量函数(1.1.5)的变化率满足

$$\dot{V} = -f\dot{x}^2 + \dot{x}u \leq \dot{x}u$$

或者,对于任意给定区间 $[t_1, t_2]$,有

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{V} dt = V(t_2) - V(t_1) \leq \int_{t_1}^{t_2} \dot{x}u dt \quad (1.1.8)$$

即

$$V(t_2) \leq V(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \dot{x}u dt \quad (1.1.9)$$

式中, $\dot{x}u$ 表示单位时间内外力 u 所做的功,所以积分项代表从 t_1 时刻到 t_2 时刻通过外力注入到系统中的能量之和。

因此,上述不等式的物理意义在于它表达了系统这样一种物理特征:系统在

目前时刻所具有的总能量 $V(t_2)$, 总是小于或等于初始时刻所具有的总能量 $V(t_1)$ 与系统由初始时刻到目前时刻从外部吸收的能量之总和。这就意味着该系统的运动总是伴有能量的损耗。所以, 如果从某一时刻 t_0 起外力恒为零, 那么该系统的能量不但不会增加, 而且还有可能衰减到能量函数的极小点, 即系统的状态至少不会发散, 而且有可能收敛到平衡点。

虽然上述讨论基于非常直观的物理概念, 但是这些思想可以推广为具有更为一般意义的控制系统分析与设计理论。近年来, 受到普遍关注的基于耗散性 (dissipativity) 或无源性 (passivity) 概念的设计理论^[73, 84, 118] 以及能量平衡概念 (energy-balancing) 的设计思想^[74], 就是从这种物理观察发展起来的理论。

考察由如下微分方程式描述的动态系统:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (1.1.10)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n$, 表示系统的状态向量; $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 和 $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 均为连续可微的函数向量; $u \in \mathbb{R}$, 为控制输入信号。为了叙述简便, 只讨论输入输出信号是标量的情况, 但这里所介绍的基本概念和结论, 都可以直接推广到多输入多输出系统 (参见文献 [66, 84])。

对于该系统, 考虑如下定义的输出信号:

$$y = h(x) \quad (1.1.11)$$

其中, $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 为函数向量; $y \in \mathbb{R}$ 为输出信号。

定义 1.1.1 考察系统 (1.1.10) 及系统 (1.1.11)。若对于给定的函数 $s(u, y)$, 存在半正定函数 $V(x)$ ($V(0) = 0$), 使得不等式

$$V(x(T)) \leq V(x(0)) + \int_0^T s(u, y) dt, \quad \forall u \quad (1.1.12)$$

对于任意给定的 $T > 0$ 成立, 则称该系统对于能量供给率 $s(u, y)$ 是耗散的。 $V(x)$ 称为该系统的能量存储函数 (energy storage function), 而不等式 (1.1.12) 则称为耗散不等式 (dissipation inequality)。

如果该不等式严格成立, 即存在正定函数 $Q(x) > 0, \forall x \neq 0$ 使得

$$V(x(T)) + \int_0^T Q(x) dt \leq V(x(0)) + \int_0^T s(u, y) dt, \quad \forall u \quad (1.1.13)$$

成立, 则称该系统是严格耗散的 (strictly dissipative)。

如果能量存储函数连续可微, 则耗散不等式 (1.1.12) 就等价于如下微分形式:

$$\dot{V} \leq s(u, y), \quad \forall t \quad (1.1.14)$$

显然, 耗散性是前述力学系统的物理能量损耗特性的一个推广。如果定义该力学系统的输出为质量 m 的速度, 即 $y = \dot{x}$, 且能量供给率为

$$s(u, y) = uy \quad (1.1.15)$$

那么由式 (1.1.15) 给出的能量函数将满足耗散不等式 (1.1.12)。

应该指出,定义 1.1.1 的能量存储函数和能量供给率是不局限于物理意义的广义概念,这种物理概念的推广为控制系统的分析与设计提供了更为一般的途径。同前述力学系统的特例一样,通过考察系统的能量存储函数的特征,可以得到有关诸如自由响应的收敛性、对激励信号的传递增益特性等动态特性的结论。下面将继续讨论这一点。

首先引入非线性系统理论的一个基本概念。

定义 1.1.2 如果当 $y(t)=0, u(t)=0, \forall t \geq t_0$ 时,有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (1.1.16)$$

则称系统(1.1.10)及系统(1.1.11)对于输出 y 是零状态可检测的(zero-state detectable)。

现在考虑系统自由响应的稳定性问题。假设系统(1.1.10)及系统(1.1.11)是严格耗散的,且能量供给率满足 $s(0, y)=0$, 即当输入信号为零信号时,系统不从外部获取能量。考虑耗散不等式当 $u=0$ 时的情况,不难发现,若能量存储函数是连续可微且正定时,有

$$\dot{V} \leq -Q(x) < 0, \quad \forall x \neq 0 \quad (1.1.17)$$

所以,根据李亚普诺夫稳定性理论(详见第 2 章)可知, $x=0$ 是该系统渐近稳定的平衡点。对于更一般的耗散系统,有如下结论。

引理 1.1.1 设系统(1.1.10)及系统(1.1.11)对于给定的能量供给率 $s(u, y)$ 是耗散的,且对应的能量存储函数 $V(x)$ 是正定且连续可微的。如果该系统是零状态可检测的,并且存在函数 $\alpha(x)$ ($\alpha(0)=0$) 使得

$$s(\alpha(y), y) < 0, \quad \forall y \neq 0 \quad (1.1.18)$$

成立,那么由系统(1.1.10)与输出反馈控制律

$$u = \alpha(y) \quad (1.1.19)$$

构成的闭环系统在平衡点 $x=0$ 是渐近稳定的。

证明 根据耗散不等式的微分形式,沿系统的任意状态轨迹得

$$\dot{V} \leq s(u, y)$$

将反馈控制律(1.1.19)代入上式,并根据式(1.1.18)有

$$\dot{V} \leq s(\alpha(y), y) < 0, \quad \forall y \neq 0$$

在状态空间中,满足 $\dot{V}=0$ 的 x 的集合包含在集合

$$\Omega = \{x \mid y = h(x) = 0\}$$

之中。根据零状态可检测条件及拉萨尔(LaSalle)不变集原理,渐近稳定性得证。 ■

满足上述引理的一个典型的供给率给定如下:

$$s(u, y) = uy \quad (1.1.20)$$

显然,如果系统对于这种形式的供给率是耗散的,那么理想的反馈律可以构造如下

$$u = \alpha(y) = -ky \quad (1.1.21)$$

其中, $k > 0$ 。

定义 1.1.3 若系统(1.1.10)及系统(1.1.11)对于能量供给率(1.1.20)是耗散的, 则称该系统是无源的。

根据引理 1.1.1 和反馈律(1.1.19), 显然有如下结论。

推论 1.1.1 若系统(1.1.10)及系统(1.1.11)是无源的, 并且是零状态可检测的, 那么该系统在静态输出负反馈下是渐近稳定的。

其次, 我们来讨论系统能量函数与在输入信号激励下信号传递增益的关系。考察另一类特殊的能量供给率

$$s(u, y) = \frac{1}{2} \{ \gamma^2 \| u \|^2 - \| y \|^2 \} \quad (1.1.22)$$

其中, $\| s \|$ 表示向量 s 的欧氏范数(对于标量取其绝对值)。

一个系统的输出响应确立了一个由输入信号到输出信号的映射关系, 这种映射关系也可以解释为系统由输入信号到输出信号的传递过程。耗散性反映了系统在这种信号传递过程中对信号“强度”的增益。

引理 1.1.2 设系统(1.1.10)及系统(1.1.11)对于给定的能量供给率(1.1.22)是耗散的, 并且其能量存储函数 $V(x)$ 是正定且连续可微的。如果该系统零状态可检测, 则如下结论成立:

- (a) 当 $u=0$ 时, 自由系统 $\dot{x}=f(x)$ 在平衡点 $x=0$ 是渐近稳定的;
- (b) 当初始状态 $x(0)=0$ 时, 对于任意给定的 $T > 0$, 如下不等式成立,

$$\int_0^T \| y(t) \|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \| u(t) \|^2 dt, \quad \forall u$$

证明 根据耗散不等式的微分形式, 沿系统的任意状态轨迹得

$$\dot{V} \leq \frac{1}{2} \{ \gamma^2 \| u \|^2 - \| y \|^2 \} \quad (1.1.23)$$

当 $u=0$ 时, 有

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \| y \|^2 < 0, \quad \forall y \neq 0$$

所以, 与引理 1.1.1 的证明类似, 由零状态可检测条件和 LaSalle 不变集定理, 结论(a)得证。再对耗散不等式(1.1.23)两端积分, 并利用 $V(x)$ 的正定性, 结论(b)得证。 ■

引理 1.1.2 的结论(b)实际上是一种广义的 L_2 增益条件, 即如果(b)成立, 那么系统(1.1.10)及系统(1.1.11)作为由输入信号 u 到输出信号 y 的算子, 其 L_2 诱导范数小于 γ 。下面考察一个具体例子。

例 1.1.1 考察如图 1.2 所示的 RC 端口网络。 u 为输入端口的电流, y 为端口的输出电压。 R 和 C 分别表示电阻和电容系数。该网络的动态方程为