

环境系统分析教程

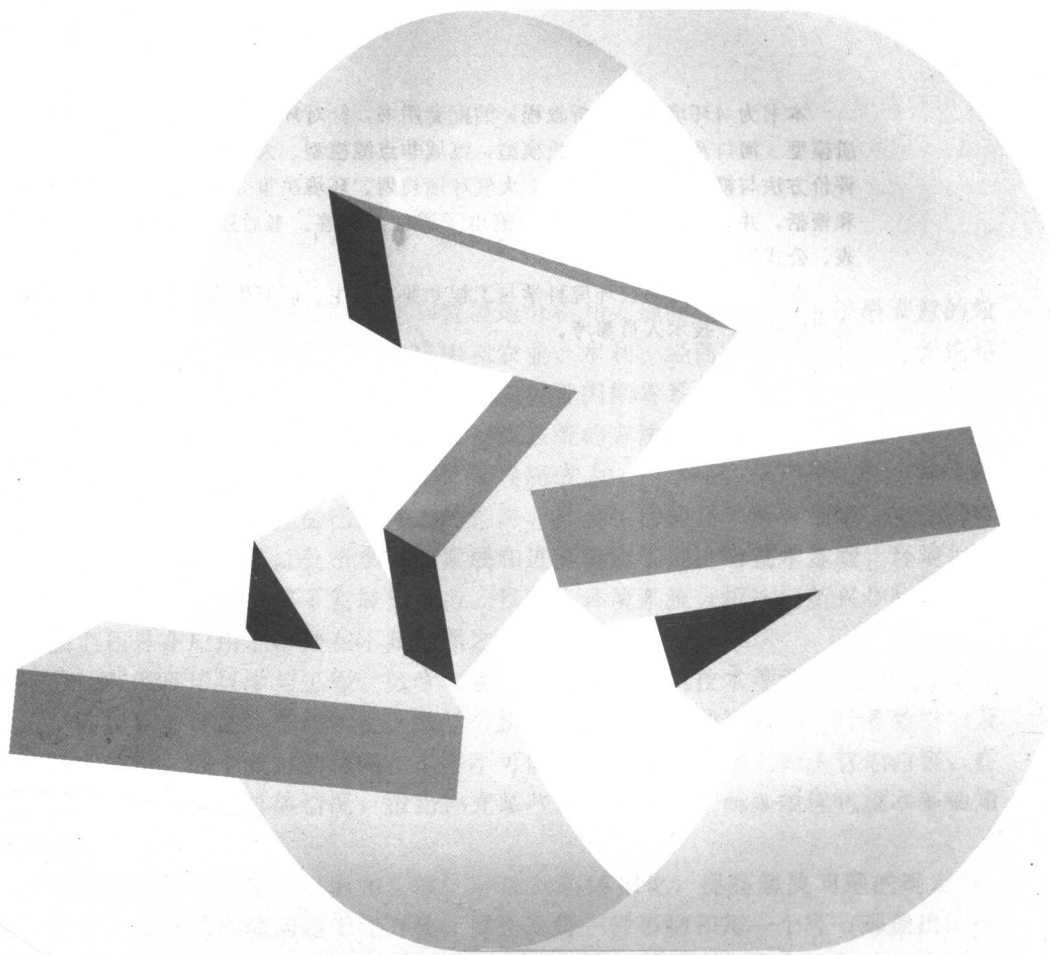


习题集及题解

■ 程声通 主编

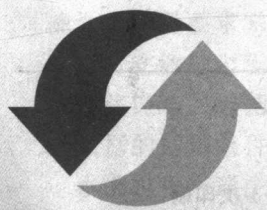


化学工业出版社



环境系统分析教程

习题集及题解



■ 程声通 主编



化学工业出版社

· 北京 ·

本书为《环境系统分析教程》的配套用书,针对环境质量模型、内陆水体水质模型、河口及近岸海域水质模型、流域非点源模型、大气质量模型、环境质量评价方法与模型、水环境规划、大气环境规划、环境决策分析等内容进行了总结和概括,并编写了大量的习题,给出了详细的解答。书后还附有重要的计算图表、公式等,供查阅和使用。

本书可供高等院校环境科学与工程专业本科生、研究生选作教材,也可供相关领域科研、技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

环境系统分析教程习题集及题解/程声通主编. —北京:化学工业出版社, 2007. 7

ISBN 978-7-122-00704-9

I 环… II. 程… III. 环境系统-系统分析-习题 IV. X21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 091403 号

责任编辑:刘兴春 徐娟
责任校对:李林

装帧设计:关飞

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)

印刷:北京市振南印刷有限责任公司

装订:三河市宇新装订厂

787mm×1092mm 1/16 印张12 字数311千字 2007年7月北京第1版第1次印刷

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899

网址:<http://www.cip.com.cn>

凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价:26.00元

版权所有 违者必究

前 言

系统分析的思想是全面地、相互联系地和发展地分析和处理问题，力争取得最满意的效果。系统分析方法古已有之，它们被广泛地应用在农业、水利、经商、军事等领域，无论是脍炙人口的田忌赛马还是造福千年的都江堰水利枢纽等都闪耀着系统分析思想的光辉，是人类智慧的结晶。但是古代这些卓越的思想还没有形成系统的方法学，它们的成功还只是一些个例。直至 20 世纪 40 年代以后，系统分析才逐渐发展成为一门学科，从理论上、方法上得到不断的完善，今天，系统分析方法已经渗透到经济、社会生活的几乎所有领域。应用数学和计算机技术的飞速发展，为系统分析学科的发展和进步奠定了理论与技术基础，环境保护事业的需求则为环境系统分析提供了发展的动力。目前，环境系统分析这门新兴学科，无论在理论上、方法上还是在应用上都处在不断发展之中。

环境系统分析涉及环境科学与工程、数学与系统科学、计算机技术等领域的知识。对于本学科的学习，需要具备环境科学与工程、数学分析、最优化方法和运筹学、计算数学以及计算机应用的基础知识。限于教材和篇幅，本书不可能包含和全面讲述上面所有的内容，在教学和学习过程中，可以根据具体情况，适当补充某些方面的知识，例如最优化技术基础知识、计算机技术等。

现代环境系统分析的特点是尽可能将实际的环境问题结构化，提高解决问题的确定性，减少随意性。但是，实际的环境问题千变万化，要想对每一件事物和每一个环节都提出结构化的解决方案几乎是不可能的，还有赖于系统分析人员的深刻洞察力和丰富的经验，也就是说，解决复杂的环境问题不仅需要规划、治理的技术，也需要高超的管理艺术。而所有这些，绝不可能仅仅寄希望于一门课程的学习。掌握广泛的相关学科的知识，从实践中吸收丰富的养料，全面提高系统分析人员自身的素养，是一个好的系统分析师不可或缺的。

作为《环境系统分析教程》的配套用书，我们编写了这本《环境系统分析教程习题集及题解》。本书的内容与教程相互对应，所收录的习题及题解除了原来各章所附的习题外，还做了一些补充，使其更能反映教程的各个侧面，使读者得到更多的训练机会。

本书所收入的习题大部分由作者亲自编写。习题的形式包括问答题、思考题和计算题，解答力求规范和简练。但是，一个问题的求解方法很可能不是唯一的，即使采用相同的方法，也有可能得出不同的结果。在学习环境系统分析的过程中，不必过分拘泥于最终答案的准确性，而是要求掌握解决问题的方法。

读者在解题过程中，需要查询一些资料和数据，例如各种标准、规范，各种参数的取值以及一些经验的数据，本书的附录为此提供了便利。但是，在解题过程中要特别注意各种资料、数据的适用条件，根据实际情况或习题所给定的条件选用，切勿盲目。

本书由程声通主编，并编写其中第一章至第四章、第九章和第十章，徐明德编写第五章和第七章，苏保林编写第六章，贾海峰编写第八章，曾维华编写第十一章，王建平和荆平参加了部分习题的编写。孟繁坚为本书提供了部分素材，李京峰参与了部分习题的计算机程序调试和运算。

由于环境问题通常都十分复杂，作为习题，在命题和解题过程中都需要对实际现象进行简化和抽象，读者在解决实际问题时，可以参考本书所提供的思路和方法，但一定要牢记

“具体问题具体分析”这一真理，从实际出发，建立符合实际的模型，选择适当的解题方法，切不可不顾实际条件，照搬照套。

本书中的习题有一部分运算过程复杂，数字繁多，欢迎批评指正。

编者

2007年6月于北京

目 录

第一章 环境系统分析概论	1
【内容简介】	1
【习题及题解】	1
第二章 数学模型概述	12
【内容简介】	12
【习题及题解】	15
第三章 环境质量基本模型	29
【内容简介】	29
【习题及题解】	35
第四章 内陆水域水质模型	46
【内容简介】	46
【习题及题解】	53
第五章 河口及近岸海域水质模型	72
【内容简介】	72
【习题及题解】	76
第六章 流域非点源模型	83
【内容简介】	83
【习题及题解】	87
第七章 大气质量模型	93
【内容简介】	93
【习题与题解】	106
第八章 环境质量评价方法与模型	115
【内容简介】	115
【习题及题解】	122
第九章 水环境规划	130
【内容简介】	130
【习题及题解】	133
第十章 大气环境规划	148
【内容简介】	148
【习题及题解】	151
第十一章 环境决策分析	160
【内容简介】	160
【习题及题解】	166
附录	178
参考文献	185

第一章

●环境系统分析概论

【内容简介】

一、系统及其特征

系统是由两个或两个以上相互独立又相互制约的、执行特定功能的元素组成的有机整体。系统的元素又称为子系统，每一个系统又是一个比它更大的系统的子系统。

任何一个系统都具有整体性、相关性、目的性、阶层性和环境适应性的特征。

二、系统的结构化

系统结构化旨在研究系统内部各个子系统之间的分布规律和分布秩序，为系统模型化奠定基础。结构模型解析法是研究系统结构化的有效工具。

结构模型解析法是系统结构化的常用方法。结构模型解析法从一堆杂乱的元素入手，通过构建有向连接图、相邻矩阵、可达性矩阵以及对矩阵的区域分解和级间分解，确定各子系统在系统中的位置，建立系统的递阶结构模型。

三、系统分析方法

系统分析是对研究对象进行有目的、有步骤的探索和研究过程，它运用科学的方法和工具，确定一个系统所应具备的功能和相应的环境条件，以确定实现系统目标的最佳方案。

系统分析的基本过程是对系统的分解和综合，通常可以分为下述六个阶段：明确问题的范围和性质、设立目标、收集资料、建立模型、制定评价标准和进行综合分析。

系统分析的基本内容是系统的模型化、最优化和决策分析。

四、环境系统与环境系统分析

在研究人与环境这个矛盾统一体时，把由两个或两个以上的和环境保护、污染与控制有关的要素组成的有机整体称为环境系统。

环境系统分析的两大任务是：研究环境系统内部各组成部分之间的对立统一关系，寻求最佳的污染防治体系；研究环境质量和社会经济发展的对立统一关系，寻求经济与环境协调发展的途径。应用系统分析方法解决上述环境问题的显著特点是通过模型化和最优化来协调环境系统中各要素之间的关系，实现经济效益、环境效益和社会效益的统一。

【习题及题解】

1. 什么是系统？一个系统应具备哪些特征？

答：系统是由两个或两个以上相互独立又相互制约、执行特定功能的元素组成的有机整体。

系统应具备以下特征。

整体性：组成系统的各个元素必须服从总体最优这个最高目标，以实现把系统的输入变为最优输出。

相关性：系统内部各元素之间存在着有机的联系，表现为各元素间的互相依赖和互相制约。

目的性：人工系统和复合系统都有其特定的目的，通常一个系统具有多个目的，一个目的可以用一个或多个目标来表示。

阶层性：构成系统的各个元素在系统中的地位和作用是不同的，层次结构是一切系统的共同特征。

环境适应性：系统总是存在于一个更大的系统（即环境）之中，只有不断适应环境的变化，系统才有生命力，才能生存和发展。

2. 系统的各种特征在模型化和最优化过程中各起什么作用？

答：整体性特征是构造系统模型的出发点，只有那些与系统有关的元素及其变量才能进入模型；相关性特征是识别模型内部各元素之间的关系，是构成系统模型的基础；目的性特征则是建立系统目标和目标体系的指导和依据；阶层性特征表明模型中各个变量的层次关系，是辨别变量重要性的依据；环境适应性则为建立系统外部约束条件提供了基础。

3. 简述系统分析的研究对象与研究内容。

答：系统分析的研究对象是复杂的大系统，这种大系统往往存在着许多相互矛盾的和不确定的因素。系统分析的研究内容是系统的模型化、最优化和系统的决策分析。为此，它除了要研究系统中各个元素的具体特征，解决各元素的具体问题外，还着重研究和揭示各个元素之间的联系，协调各元素之间的关系，以达到系统总目标最优的目的。

4. 简述系统分析的基本原理和方法。

答：系统分析是针对所研究的问题的整体，对组成系统的各个要素及其外部条件进行全面的、互相联系的和发展的研究，以找出解决问题的最佳方案或替代方案。为此，系统分析过程必须遵循整体性原理、最优性原理、阶层性原理、动态性原理和环境适应性原理。

整体性原理是指，构成系统的各个元素是以系统最优为总目标结合在一起的，各个元素的状态及状态之间的联系都必须服从这一总目标，整体性原理是系统分析最主要、最基本的原理；最优性原理是指系统分析的结果应力求系统的最优解，通过调整各元素之间的相互关系来寻求系统的最佳结构；阶层性原理是指任何一个系统都存在着层次结构，这种结构形成了系统内部各元素的主次和重要性程度，是形成有序系统的重要依据；动态性原理是指一个系统总是处在不断运动发展之中，必须用发展的观点来探寻系统的最优解；环境适应性原理是指一个系统总是处在外部环境的约束之中，只有适应环境才能生存和发展，环境适应性是建立系统约束的重要依据。

系统分析的基本方法是分解和综合，也就是模型化、最优化和决策分析。分解、综合就是根据各个元素和元素之间的关系建立数学模型，然后运用各种最优化方法和评价手段实现系统的最优化。

5. 系统结构化的目的和意义何在？

答：系统结构化的目的在于：根据系统中各个元素（子系统）之间的因果关系，确定系统的递阶结构和子系统的从属关系，将一个复杂的系统变为一个有序的体系，以便于分析和控制。

系统结构化对于复杂的大系统具有重要意义。对于一个复杂的大系统，人们最初可能只认识到各个子系统之间的、局部的联系，对系统的整体结构并不了解，不能确切表达系统内部的从属、相邻关系。在这种情况下，很难开展对系统的分析和决策。系统结构化能够从错综复杂的现象中整理出系统的有序结构，明确系统中的主要元素和次要元素，为以后的进一步研究打下基础。对于一些常规系统或相对比较简单系统，可以依据常识和经验确定系统

的结构。

6. 分解和综合的含义是什么？它们在系统分析中的作用是什么？

答：分解是研究和描述组成系统的各个要素的特征，掌握各要素的变化规律；综合是研究各要素之间的联系和有机组合，达到系统的总目标最优。

分解和综合是系统分析的基本方法，也是系统分析的两个主要环节，通过分解和综合的多次反复的协调，达到系统的最优化。

7. 系统分析在系统工程的全部过程中占有什么地位？它们之间的关系是什么？

答：作为解决问题与研究问题的思想方法，系统工程和系统分析具有相似的概念。如果把一事物或一个工程从构思到完成的整个过程称为系统工程的话，系统分析可以看成是这一过程中的一个步骤，在系统分析阶段，主要工作是寻求解决问题的最佳方案或替代方案，并预测这些方案实施后可能产生的后果。

作为一个阶段，系统分析一般处于整个工程学的开始，对整个工程的执行具有决定性的作用。

8. 数学模型在系统分析中起什么作用？系统分析是否一定要应用数学模型？

答：数学模型是系统分析的工具和手段，具体表现在四个方面。

抽象化：运用数学方法对现实世界进行抽象，通过数学符号及各种表达形式建立研究客体的内部规律及其与外部的联系，运用数学规律来解决实际问题。

量化：用数学模型表达系统各元素之间的定性和定量的关系，为系统设计和实施提供依据。

最优化：通过最优化数学模型，对系统各元素之间的关系求得最优组合。

科学决策：对于一些复杂的环境问题，数学模型可以成为决策分析的有效工具，广泛应用于系统模拟和系统优化之中。

作为一种思想方法的应用，系统分析不一定要应用数学模型。但作为量化的分析，以求得问题的最优解，就必须应用数学模型。随着系统科学的发展和计算机应用的日益普及，数学模型的应用将会越来越广泛。

9. 对于解决一些复杂的问题，应用系统分析方法能取得哪些成效？

答：系统分析方法强调对事物进行全面的、互相联系的和发展的研究，因此系统分析的结果在空间上和上都力求最优，各个元素的状态都服从于总体最优这个目的。

在系统分析中广泛应用数学模型和数学方法，可以进行多因素和各种条件下的模拟和仿真，它的优越性是物理模型不能比拟的；同时采用数学模型可以大大加快研究进度和节省研究费用。

10. 用生活或工作中的具体事例，说明应用系统分析方法解决问题的思路和步骤。

答：(略)

11. 如何确定环境系统的目标？举例说明环境系统的多目标特征。

答：环境系统的目标通常是通过决策者的调查分析确定的。由于环境污染的危害和环境保护的效益存在明显的外在性，所以在高层次的环境系统中包括环境目标、社会目标和经济目标，而每一个目标又可以包含若干个指标，从而构成环境系统的目标体系。目标体系的建立要经过广泛的社会调查以及决策者和分析者的反复协调才能完成。

例如在大气污染控制系统中最基本的目标有两个：环境质量目标和经济目标。前者又可分为不同时间和不同地点的若干个环境质量指标，如 SO_2 浓度、TSP 浓度等；后者又可分为基本建设费用、运行费用等以及环境经济目标等。

12. 在一个多要素的系统中，如何理解系统最优化的概念？

答：系统分析的最终目标就是追求系统整体目标的最优，系统中各个要素的状态以及各要素之间的联系都要服从这一最终目标。在一个多要素的系统中，每一个要素的最优的集合并不一定等于系统总目标的最优，反之亦然。

13. 对于一个系统分析员来说，基本理论修养和实践经验积累有什么要求？为什么说一个好的系统分析人员既是工程师，又是战略家？

答：对于一个系统分析员，其必要的理论基础主要包括两个方面：专业理论知识和系统论的知识。把系统论和专业理论有机地结合，是对一个好的系统分析员的基本要求。

系统分析员所要解决的问题可能涉及自然科学和社会科学的各个领域，只有掌握丰富的知识和社会经验才能成为一个好的系统分析员。在系统分析过程中会遇到大量不确定的、非结构化的问题，没有成熟、定常的处理方法，这时，洞察力和判断力是完全必要的，而洞察力和判断力的获得，不仅有赖于理论水平的提高，丰富的阅历和经验也是不可缺少的。

与传统学科不同的是，系统分析既注意研究组成系统的各个元素的特征，还致力于研究各个元素之间的联系，以形成最佳的系统结构。系统分析者能够从总体上和战略上研究问题和解决问题，从而实现系统的总体最优。因此，一个好的系统分析人员既是一个脚踏实地的工程师，又是一位高瞻远瞩的战略家。

14. 某企业正在研制三种产品：W，F 和 A。每生产一个单位产品的纯利润为：W，1 元；F，0.8 元；A，1.3 元。这三种产品产生的废物量如表 1-1 所示。

表 1-1 三种产品产生的废物量

产 品	液体废物量/(m ³ /单位产品)	固体废物量/(kg/单位产品)
W	2.0	1.0
F	1.5	1.2
A	2.6	0.9

根据市场调查，产品每日的平均最低销售量为：W，5000 单位/d；A，3000 单位/d。根据环保部门的要求，该企业每日最大的废物产生量限制为：固体废物，30000kg/d，液体废物，70000m³/d。请建立确定三种产品最佳生产比例的线性规划模型。

解：设每天生产 W 产品 x_1 单位，F 产品 x_2 单位，A 产品 x_3 单位。

三种产品的总效益为： $Z = x_1 + 0.8x_2 + 1.3x_3$

液体废物约束为： $2.0x_1 + 1.5x_2 + 2.6x_3 \leq 70000$ (m³/d)

固体废物约束为： $x_1 + 1.2x_2 + 0.9x_3 \leq 30000$ (kg/d)

销售量限制为： $x_1 \geq 5000$ ， $x_2 \geq 0$ ， $x_3 \geq 3000$

从而得线性规划模型为：

目标函数： $\text{Max} Z = x_1 + 0.8x_2 + 1.3x_3$

约束条件： $2.0x_1 + 1.5x_2 + 2.6x_3 \leq 70000$

$$x_1 + 1.2x_2 + 0.9x_3 \leq 30000$$

$$x_1 \geq 5000$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 3000$$

15. 为控制水污染和增加就业，国家拨款 150 万元，地方财政拨款 100 万元，用于清扫街道及清理排水沟。清扫街道每万元可提供 40 个工作机会，清理排水沟每万元可提供 30 个工作机会。国家财政将支付清扫街道费用的 50%，清理排水沟费用的 75%，其余由地方财政支付。请建立该城市合理安排这 250 万元，以提供最大就业机会的线性规划模型。

解：设用于清扫街道的经费为 x_1 万元，用于清理排水沟的经费为 x_2 万元。

目标函数： $Z=40x_1+30x_2$

经费约束： $x_1+x_2\leq 250$

国家财政负担约束： $0.5x_1+0.75x_2\leq 150$

地方财政负担约束： $0.5x_1+0.25x_2\leq 100$

故得线性规划模型为：

目标函数： $\text{Max}Z=40x_1+30x_2$

约束条件： $x_1+x_2\leq 250$

$0.5x_1+0.75x_2\leq 150$

$0.5x_1+0.25x_2\leq 100$

$x_1, x_2\geq 0$

16. 靠近一小湖的耕地 100ha，环保部门规定该地块流失进入湖中的磷每年不得超过 800kg。农场在该地块种植三种谷物 ($i=1,2,3$)， x_i 是谷物 i 的种植公顷数， L_i 为谷物 i 的最低种植面积， p_i 为种植第 i 种谷物进入湖中的磷量， $\text{kg}/(\text{ha}\cdot\text{a})$ 。 $R_i(x_i)$ 是谷物 i 的年净收益，有关数据列于表 1-2。

表 1-2 谷物基本数据

谷物 i	$P_i/(\text{kg}/\text{ha})$	L_i/ha	$R_i(x_i)/(\text{元}/\text{a})$
1	10	0	$1000x_1^{1/2}$
2	12	15	$3000x_2^{1/3}$
3	9	5	$1200x_3^{1/2}$

试建立以收益最大为目标的种植计划模型。

解：依题意及表 1-2 中的数据可得模型为：

目标函数： $\text{Max}Z=1000x_1^{1/2}+3000x_2^{1/3}+3000x_3^{1/2}$

约束条件： $10x_1+12x_2+9x_3\leq 800$

$x_1\geq 0$

$x_2\geq 15$

$x_3\geq 5$

17. 某化工厂的生产工序如图 1-1 所示。从工序 1 出来的中间产品 Q_1 送到，工序 2，每千克产品 Q_1 最终生产成 0.6kg 的产品 Q_2 。产品 Q_2 日需求量为 100kg。 Q_1 成本为 15 元/kg， Q_2 成本为 20 元/kg（不包括废物处置费用）。每生产 1kg Q_1 将产出 0.2kg 废物。工序 2 产出的废物量取决于所使用的两种原料 A 和 B。当使用化工原料 A 时，每千克 A 将产出 0.3kg 废物，使用化工原料 B 时将产生 0.1kg 废物。这两种化工原料既可单独使用，也可混合使用。每生产 1kg Q_2 需要这两种化工原料总数为 3kg。但每使用 1kg 化工原料 B 将增加 0.8 元的附加费用。所产生的废物有三种处置方法可采用。方法 1 可用于工序 1 产生的废物，方法 2 适合于处置工序 2 产生的废物，方法 3 可用于处置工序 1 和 2 产生的废物。若 W_j 是被方法 j 处置的总废物量，方法 1、2、3 的处置费用分别为： $40W_1^{0.3}$ 、 $5W_2$ 和 $10W_3^{0.8}$ 。

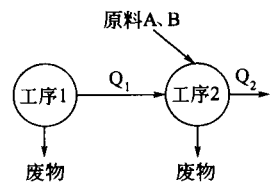


图 1-1 某化工厂的生产工序示意

请建立求解该问题的最优规划型。

解：设工序 2 使用原料 A 为 x_1 (kg)，原料 B 为 x_2 (kg)，用方法 1 处置废物量为 x_3 (kg)，用方法 2 处置废物量为 x_4 (kg)，用方法 3 处置废物量为 x_5 (kg)。

因为产品 Q_2 日需求量为 100kg，每千克 Q_1 可生产 0.6kg Q_2 ，所以 Q_1 日需求量为：
 $100/0.6=167$ (kg)。

生产成本为： $15 \times 167 + 20 \times 100 = 4505$ (元)

废物处置费用： $40x_3^{0.3} + 5x_4 + 10x_5^{0.8}$

使用 B 附加费： $0.8x_2$ 。

总费用： $Z = 0.8x_2 + 40x_3^{0.3} + 5x_4 + 10x_5^{0.8} + 4505$

产生废物总量： $0.2 \times 167 + 0.3x_1 + 0.1x_2 = 0.3x_1 + 0.1x_2 + 33.4$

所以优化模型为：

目标函数： $\text{Max} Z = 0.8x_2 + 40x_3^{0.3} + 5x_4 + 10x_5^{0.5} + 4505$

约束条件： $x_1 + x_2 = 3 \times 100$

$$x_3 \geq 0.2 \times 167$$

$$x_4 \geq 0.3x_1 + 0.1x_2$$

$$x_5 \geq 0.2 \times 167 + 0.3x_1 + 0.1x_2$$

整理得模型为：

目标函数： $\text{Min} Z = 0.8x_2 + 40x_3^{0.3} + 5x_4 + 10x_5^{0.5} + 4505$

约束条件： $x_1 + x_2 = 3000$

$$x_3 \geq 33.4$$

$$-0.3x_1 - 0.1x_2 + x_4 \geq 0$$

$$-0.3x_1 - 0.1x_2 + x_5 \geq 33.4$$

$$x_i \geq 0, i=1, 2, \dots, 5$$

18. 有两个城市要建设一个区域固体废物处置系统，有三种可能的方案：填埋、焚烧和海洋处置。废弃物首先需运送到各可能的处置地点。可能的处置点位置如图 1-2 所示。城市 1 有 4 万人，城市 2 有 6.5 万人，每周固体废物生产量分别为 700t 和 1200t。处置场 1 是一焚烧站，距城市 1 距离为 15km，距城市 2 为 10km；处置场 2 是海洋处置废物装船码头，距城市 1 和城市 2 分别为 5km 和 15km；处置地 3 是垃圾填埋场，距城市 1 和城市 2 分别为 30km 和 25km。每种处置方法的固定和可变费用以及处置能力见表 1-3。

表 1-3 每种处置方法的固定和可变费用及处置能力

场地	处置方法	固定费用/(元/a)	可变费用/(元/t)	处理能力/(t/周)
1	焚烧	1.0×10^6	30	1000
2	海洋处置	3.0×10^5	35	500
3	填埋	5.0×10^5	15	1300

设运输费用为 3 元/(t·km)。试建立确定这两个城市应该建设哪种处置设施及它们如何使用这些设施，以使总费用最小的优化模型。

解：设 x_{ij} 是从城市 i 运输废弃物到场地 j 的固体废物量 (t/周)，又设逻辑变量 Y_j ：

$$Y_j = \begin{cases} 1 & \text{若采用处置方式 } j \\ 0 & \text{不采用时} \end{cases}$$

(1) 目标函数 年总费用为固定费用、运输费用及可变费用之总和 (一年按 50 周计，折合成每周费用计算)。

固定费用：

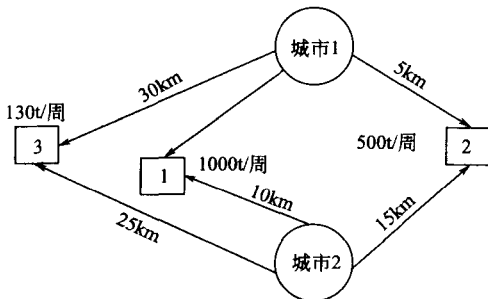


图 1-2 可能的处置点位置

$$\frac{1.0 \times 10^6}{52} Y_1 + \frac{3.0 \times 10^5}{52} Y_2 + \frac{5.0 \times 10^5}{52} Y_3$$

运输费用:

城市 1: $3 \times 15x_{11} + 3 \times 5x_{12} + 3 \times 30x_{13}$

城市 2: $3 \times 10x_{21} + 3 \times 15x_{22} + 3 \times 25x_{23}$

可变费用: $30x_{11} + 35x_{12} + 15x_{13} + 30x_{21} + 35x_{22} + 15x_{23}$

总费用 Z:

$$Z = 19231y_1 + 5769y_2 + 9615y_3 + 75x_{11} + 50x_{12} + 105x_{13} + 60x_{21} + 80x_{22} + 90x_{23}$$

(2) 约束方程

① 固体废物质量平衡: $\sum_{j=1}^3 x_{1j} = 700, \sum_{j=1}^3 x_{2j} = 1200$

② 处理能力约束: $\sum_{i=1}^2 x_{i1} \leq 1000, \sum_{i=1}^2 x_{i2} \leq 500, \sum_{i=1}^2 x_{i3} \leq 1300$

③ y_j 约束: $y_j = \begin{cases} 0 & \text{若 } x_{1j} + x_{2j} = 0 \\ 1 & \text{若 } x_{1j} + x_{2j} > 0 \end{cases}$

上面约束方程可以下两约束方程代替, 即:

$$y_j \leq 1 \quad \forall j$$

$$10000y_j \geq x_{1j} + x_{2j}$$

式中 $10000y_j$ 是一任意数, 它至少与 $x_{1j} + x_{2j}$ 最大可能值一样大。若 $x_{1j} + x_{2j} > 0$ 时, 则 y_j 也一定大于 0, 为满足上约束其必须等于 1; 若 $x_{1j} + x_{2j} = 0$, 则 y_j 可取 0 或 1, 但为使目标值最小, y_j 必须取 0。

所以规划模型为:

目标函数:

$$\text{Min} Z = 19231y_1 + 5769y_2 + 9615y_3 + 75x_{11} + 50x_{12} + 105x_{13} + 60x_{21} + 80x_{22} + 90x_{23}$$

约束条件:

$$\sum_{j=1}^3 x_{1j} = 700, \sum_{j=1}^3 x_{2j} = 1200, \sum_{i=1}^2 x_{i1} \leq 1000, \sum_{i=1}^2 x_{i2} \leq 500, \sum_{i=1}^2 x_{i3} \leq 1300$$

$$y_j \leq 1 \quad \forall j$$

$$\sum_{i=1}^2 x_{ij} - 10000y_j \leq 0 \quad \forall j$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$$

$$y_j \in \{0, 1\}$$

这是一个混合整数规划模型。

19. 求系统的结构矩阵 A' 。已知各子系统之间的联系如图 1-3 所示。

解: 第一步: 根据有向连接图 (图 1-3) 建立相邻矩阵 A 和可达性矩阵 A_1, \dots, A_r 。

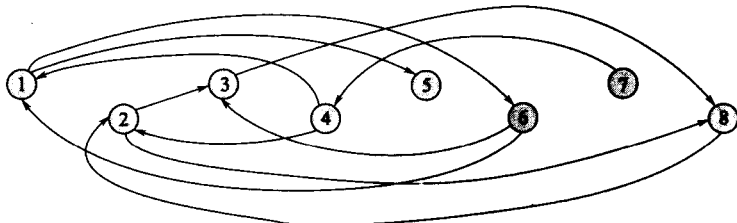


图 1-3 各子系统之间的联系

运算至此可以看出 $A_5 = A_4$, 所以可达性矩阵为:

$$M = (A_4) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

第二步, 根据可达性矩阵计算可达性集合 $R(n_i)$ 、先行集合 $A(n_i)$ 以及 $R(n_i)$ 和 $A(n_i)$ 的交集 $R(n_i) \cap A(n_i)$ 有:

$$R(n_i) = \{n_i \in N \mid m_{ij} = 1\}; A(n_i) = \{n_i \in N \mid m_{ji} = 1\}$$

具体见表 1-4。

表 1-4

i	$R(n_i)$	$A(n_i)$	$R(n_i) \cap A(n_i)$
1	1,2,3,5,6,8	1,4,6,7	1,6
2	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8
3	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8
4	1,2,3,4,5,6,8	4,7	4
5	5	1,4,5,6,7	5
6	1,2,3,5,6,8	1,4,6,7	1,6
7	1,2,3,4,5,6,7,8	7	7
8	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8

由于不存在空集合, 所以不存在区域分解, 也就是说, 所有子系统属于一个系统集合。

第三步, 计算共同集合 T 。

$$T = \{n_i \in N \mid R(n_i) \cap A(n_i) = A(n_i)\}$$

在表 1-4 中符合共同集合条件的节点只有 7, 所以: $T = \{n_7\}$ 。

由于共同集合只有一个元素 n_7 , 所有元素同属一个区域 P 。

第四步, 分解。

(1) 第一级分解

$$L_1 = \{n_i \in P - L_0 \mid R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)\}, \text{ 因为 } L_0 = \phi, \text{ 所以}$$

$L_1 = \{n_i \in P - L_0 \mid R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)\} = L_1 = \{n_i \in P - \emptyset \mid R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)\}$, 满足上述条件的元素只有 n_5 , 所以 $L_1 = \{n_5\}$ 。列表计算见表 1-5。

表 1-5

i	$R(n_i)$	$A(n_i)$	$R(n_i) \cap A(n_i)$
1	1,2,3,5,6,8	1,4,6,7	1,6
2	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8
3	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8
4	1,2,3,4,5,6,8	4,7	4
⑤	5	1,4,5,6,7	5
6	1,2,3,5,6,8	1,4,6,7	1,6
7	1,2,3,4,5,6,7,8	7	7
8	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8

(2) 第二级分解

$L_2 = \{n_i \in P - L_0 - L_1 \mid R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)\}$ ，可以列表计算（表 1-6）。

表 1-6

i	$R(n_i)$	$A(n_i)$	$R(n_i) \cap A(n_i)$
1	1,2,3,6,8	1,4,6,7	1,6
②	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8
③	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8
4	1,2,3,4,6,8	4,7	4
6	1,2,3,6,8	1,4,6,7	1,6
7	1,2,3,4,6,7,8	7	7
⑧	2,3,8	1,2,3,4,6,7,8	2,3,8

从表 1-6 中可以看出，满足 $R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)$ 条件的元素是 $\{n_2, n_3, n_8\}$ 。

(3) 第三级分解

$L_3 = \{n_i \in P - L_0 - L_1 - L_2 \mid R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)\}$ ，列表计算（表 1-7）。

表 1-7

i	$R(n_i)$	$A(n_i)$	$R(n_i) \cap A(n_i)$
①	1,6	1,4,6,7	1,6
4	1,4,6	4,7	4
⑥	1,6	1,4,6,7	1,6
7	1,4,6,7	7	7

从表 1-7 中可以看出，满足 $R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)$ 条件的元素是 $\{n_1, n_6\}$ 。

(4) 第四级分解

$L_4 = \{n_i \in P - L_0 - L_1 - L_2 - L_3 \mid R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)\}$ ，列表计算（表 1-8）。

表 1-8

i	$R(n_i)$	$A(n_i)$	$R(n_i) \cap A(n_i)$
④	4	4,7	4
7	4,7	7	7

从表 1-8 中可以看出，满足 $R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)$ 条件的元素是 $\{n_4\}$ 。

(5) 第五级分解

$L_5 = \{n_i \in P - L_0 - L_1 - L_2 - L_3 - L_4 \mid R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)\}$ ，列表计算（表 1-9）。

表 1-9

i	$R(n_i)$	$A(n_i)$	$R(n_i) \cap A(n_i)$
⑦	7	7	7

从表 1-9 中可以看出，满足 $R(n_i) \cap A(n_i) = R(n_i)$ 条件的元素是 $\{n_7\}$ 。

至此，元素的级别分解已经结束，第一级为 n_5 ，第二级为 n_2, n_3, n_8 ，第三级为 n_1, n_6 ，第四级为 n_4 ，第五级为 7。经过级间分解，可以将可达性矩阵重新排列，得到：

$$M' = \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 2 & 3 & 8 & 1 & 6 & 4 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ 8 \\ 1 \\ 6 \\ 4 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix},$$

进一步计算缩减矩阵 M'' ：

$$M'' = M' - I = \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 2 & 3 & 8 & 1 & 6 & 4 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ 8 \\ 1 \\ 6 \\ 4 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

第五步：求解系统结构模型。根据元素的分级和联系，画出系统结构模型（图 1-4）。

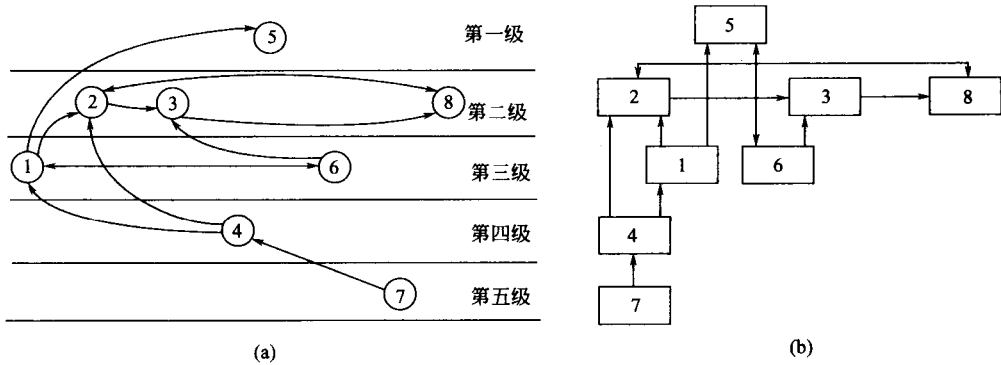


图 1-4 系统层次结构图

由本题可以看出，各元素之间的联系比较复杂，并不是一个严格的递阶结构，级内联系和跨级联系比较多。