

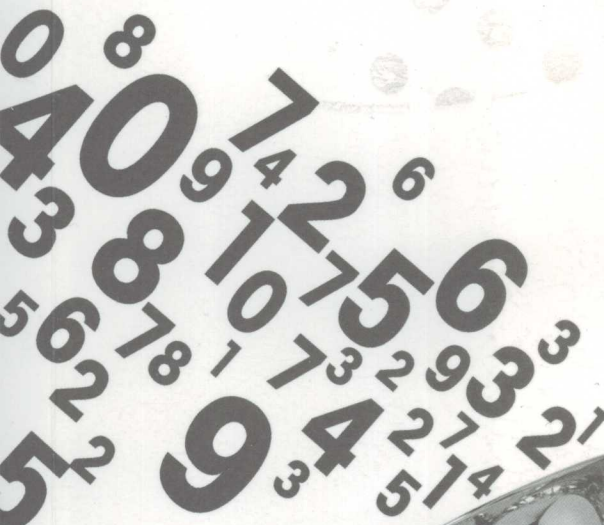
数学爵士乐



数学圈丛书
MATHEMATICAL
CIRCLES

Coincidences, Chaos, and All That Math Jazz

■【美】爱德华·伯格 迈克尔·斯塔伯德 / 著 ■ 唐璐 付雪 / 译



湖南科学技术出版社
Hunan Science & Technology Press

数学圈丛书

数学爵士乐

Coincidences, Chaos, and All That Math Jazz

■ [美] 爱德华·伯格 迈克尔·斯塔伯德 / 著 ■ 唐璐 付雪 / 译



湖南科学技术出版社

Coincidences, Chaos, and All That Math Jazz

Copyright © 2005 by Edward B. Burger & Michael Starbird

湖南科学技术出版社通过大苹果股份有限公司独家获得本书简体中文版中国大陆地区出版发行权。

本书根据美国 W. W. Norton & Company 公司 2005 年版本译出。

著作权合同登记号: 18-2006-077

图书在版编目 (CIP) 数据

数学爵士乐/ (美) 伯格著; 唐璐译. —长沙: 湖南科学技术出版社, 2007. 4

(数学圈)

书名原文: *Coincidences, Chaos, and All That Math Jazz*

ISBN 978-7-5357-4872-0

I. 数... II. ①伯... ②唐... III. 数学-青少年读物
IV. O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 051235 号

数学圈丛书

数学爵士乐

Coincidences, Chaos, and All That Math Jazz

著 者: [美] 爱德华·伯格 迈克尔·斯塔伯德

译 者: 唐 璐 付 雪

责任编辑: 吴 炜 赵 龙

出版发行: 湖南科学技术出版社

社 址: 长沙市湘雅路 276 号

<http://www.hnstp.com>

邮购联系: 本社直销科 0731-4375808

印 刷: 长沙瑞和印务有限公司

(印装质量问题请直接与本厂联系)

厂 址: 长沙市井湾路 4 号

邮 编: 410004

出版日期: 2007 年 6 月第 1 版第 1 次

开 本: 950mm×670mm 1/16

印 张: 17

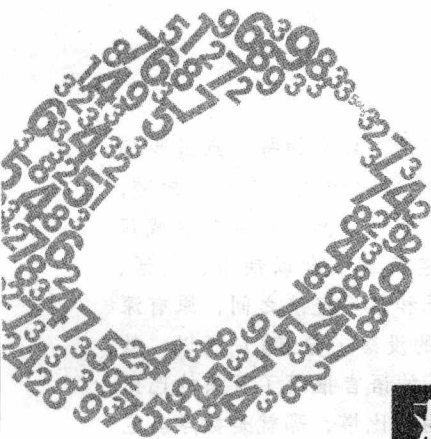
插 页: 2

字 数: 218000

书 号: ISBN 978-7-5357-4872-0

定 价: 28.00 元

(版权所有·翻印必究)



欢迎你来数学圈

欢迎你来数学圈，那是我们熟悉而陌生的园地。

我们熟悉它，因为几乎每个人都走过多年的数学路，从123走到6月6（或7月7），从课堂走进考场。然后，我们把它留给最后一张考卷，解放的头脑，不再为它留一点儿空间。我们也陌生，模糊的记忆里，是残缺的公式和零乱的图形，是课堂的催眠曲，是考场的蒙汗药……去吧，那些被课本和考卷异化和扭曲了的数学；忘记那一朵朵恶之花，我们会迎来新的百花园。

“数学圈丛书”请大家走进数学圈，也走近数学圈子里的人。这是一套新视角下的数学读物，它不为专门传达任何具体的数学知识和解题技巧，而以“非数学的形式来普及数学”，着重宣扬数学和数学家的思想和精神。它的目的不是教人学数学，而是改变人们对数学和数学家的看法，让数学融入大众文化，回到人们的生活。读这些书不需要智力竞赛的紧张，而是要一点儿文艺欣赏的平和。你可以怀着360样心情来享受数学，经历它的趣味和生命，感悟符号背后的情感和人生。

没有人怀疑数学是文化的一部分，但诺大的“文化”，却往往将数学排除在外。当然，从人数来看，数学家在文



化人中顶多占一个测度为零的空间。但是，数学的每一点进步都影响着整个文明的根基。借一个历史学家的话说，“有谁知道，在微积分和路易十四时期的政治的朝代原则之间，在古典的城邦和欧几里得几何之间，在西方油画的空间透视和以铁路、电话、远距离武器制胜空间之间，在对位音乐和信用经济之间，原有深刻的一致关系呢？”（斯宾格勒《西方的没落·导言》）所以，数学不在象牙塔，就在身边。上帝用混乱的语言摧毁了石头的巴比塔，而人类用同一种语言建造了精神的巴比塔，那就是数学。它是艺术，也是生活；是态度，也是信仰；是最复杂的简单，也是最单纯的完美。

数学是生活。当然，我们的意思不是说生活离不开算术，技术离不开微积分；而是说数学本身也能成为大众的生活态度和生活方式。很多人感觉数学枯燥无味，是因为他把数学从生活中赶走了。当你发现一个小公式也像一首小诗那么多情的时候，还忍心把它忘记吗？大家能享受“诗意的生活”，从这点说，数学是一样的。

数学的生活很简单。如今流行着很多深藏“大道理”的小故事，那些道理多半取决于讲道理的人的态度和立场。它们是多变的，因为多变而被随意扭曲，因为扭曲而成为多样选择的理由。在所谓“后现代”的今天，似乎一切东西都成为多样的，人们像浮萍一样漂荡在多样选择的迷雾里，起码的追求也失落在“和谐”的“中庸”里。数学能告诉我们，多样的背后存在统一，极端才是和谐的源泉和基础。从某种意义说，数学的精神就是追求极端，它永远选择最简的、最美的，当然也是最好的。数学决没有圆滑的道理，也不为模糊的借口留下一点儿空间。

数学生活也浪漫。很多人怕数学抽象，却喜欢抽象的绘画和怪诞的文学。可见抽象不是数学的罪过。艺术家的想象力令人羡慕，而数学家的想象力更多。希尔伯特说过，如果哪个数学家一旦改行做了小说家（真的有），我们不要惊奇——因为那人缺乏足够的想象力做数学家，却足够做一个小说家。懂一点儿数学的伏尔泰也感觉，阿基米德头脑的想象力比荷马的多。我们认为艺



术家最有想象力，那是因为我们自己太缺乏想象力。

数学是明澈的思维。生活里的许多巧合——那些常被有心或无心地质化为玄妙或骗术法宝的巧合，也许只是自然而简单的数学结果。以数学的眼光来看生活，不会有那么多的模糊。有数学精神的人多了，骗子（特别是那些穿戴科学衣冠的骗子）的空间就小了。无限的虚幻能在数学找到最踏实的归宿，它们“如龙涎香和麝香，如安息香和乳香，对精神和感观的激动都一一颂扬。”（波德莱尔《恶之花·感应》）

数学是奇异的旅行。数学在某个属于它们自身的永恒而朦胧的地方，在那片朦胧的土地上，我们已经看到了三角形的三个内角和等于 180° 度，三条中线总是交于一点而且三分每一条中线；在那片朦胧的土地上，还存在着无数更令人惊奇的几何图形和数字的奇妙，等着我们去和它们相遇。

数学是纯美的艺术。数学家像画家和诗人，都创造“模式”，不过是用思想来创造，用符号来表达。数学的思想，就像画家的色彩和诗人的文字，以和谐的方式组织起来。数学的世界里没有丑陋的位置。在数学家眼里，自己笔下的公式和符号就像希腊神话里的那位塞浦路斯国王，从自己的雕像看到了爱人的生命。在数学里，在那比石头还坚硬的逻辑里，真的藏着数学家们的美的追求，藏着他们的性情和生命。

数学是精神的自由。惟独在数学中，人们可以通过完全自由的思想达到自我的满足。不论王摩诘的“雪地芭蕉”还是皮格马利翁（Pygmalion）的加拉提亚（Galatea），都能在数学中找到。数学没有任何外在的约束，约束数学的还是数学。

数学是永不停歇的人生。学数学的感觉就像在爬山，为了寻找新的山峰不停地去攀爬。当我们对寻找新的山峰不再感兴趣，生命也就结束了。

不论你是不是知道一点儿（或很多）数学，都可以走进数学圈，孔夫子说了，“知之者不如好之者，好之者不如乐之者。”只要“君子乐之”，就走进了一种高远的境界。王国维先生讲人生境界，是从“望极天涯”到“蓦然回首”，换一种眼光看，就是



从无穷回到眼前，从无限回归有限。而真正圆满了这个过程的，就是数学。来数学圈走走，我们也许能唤回正在失去的灵魂，找回一个圆满的人生。

1939年12月，怀特海在哈佛大学演讲《数学与善》中说，“因为有无限的主题和内容，数学甚至现代数学，也还是处在婴儿时期的学问。如果文明继续发展，那么在今后两千年，人类思想的新特点就是数学理解占统治地位。”这个想法也许浪漫，但他期许的年代似乎太过久远——他自己曾估计，一个新的思想模式渗透进一个文化的核心，需要1000年——我们的希望是，这个过程会快一点儿，更快一点儿。

最后，我们借从数学家成为最有想象力的作家的卡洛尔笔下的爱丽思和那只著名的“柴郡猫”的一段充满数学趣味的对话，来总结我们的数学圈旅行：

“你能告诉我，我从这儿该走哪条路吗？”

“那多半儿要看你想去哪儿。”猫说。

“我不在乎去哪儿——”爱丽思说。

“那么你走哪条路都没关系，”猫说。

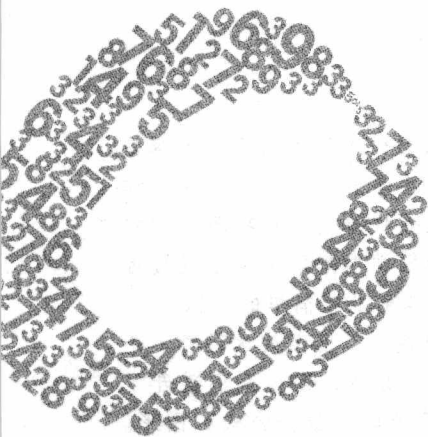
“——只要能到个地方就行，”爱丽思解释。

“噢，当然，你总能到个地方的，”猫说，“只要你走得够远。”

我们的数学圈没有起点，也没有终点，不论怎么走，只要走得够远，你总能到某个地方的。

李泳

2006年8月



前言

打开思维

我们相信所有具有好奇心的人都可以欣赏和理解美妙的数学思想，而用不着去温习中学数学或重新体验看着代数发懵的痛苦。美妙的数学思想能够激发想象，打开思维。不管是数学狂还是有数学恐惧症的人，我们都希望他们能够在《数学爵士乐》中享受一次轻松愉快的冒险。如果你看见数学公式就烦，那这就是为你写的数学书！所有爱追根究底的头脑都能理解并且会喜欢诸如巧合、混沌以及第四维等这些让人着迷的思想。看似难以阐释又难以理解的概念，诸如无穷大和公钥密码学，其实每个人都能掌握。我们将让这些高高在上的概念落到实处并力图使它们可以理解甚至有趣。（我们敢这样说吗？）

理解所有这些数学爵士乐真正本质的常用方法，是仔细地观察我们日常世界中简单和熟悉的特征。我们通过关注在日常生活中一般被忽略的寻常方面并探究它们的因果关联，来“让沉重的思想变轻松”。是什么导致了深邃的数学思想？数一数多刺的菠萝和松果表面的螺旋线，或者仔细观察折一张纸所产生的混沌折痕，我们很快就能令人惊奇地从无聊的观察进入到深刻的数学洞察。一点小小的逻辑



辑推理就可以走出很远很远。发现松果的模式后，只需要很容易的几步，我们就能够发现一个具有有机生命并且在绘画、建筑和音乐中表达自己的数字模式。我们喜欢寻找排列在精巧概念形式中的清晰原子。在它们的核心，高深的数学思想既不是难以接近的也不是不可理解的。深邃的思想常常有着非常简单的起源。

在我们展示这些材料时，人们回应道，“我喜欢这玩意。不过数学在哪儿？”我们所展示的也许不像数学，因为我们避开了人们认为那就是数学并且感到害怕的晦涩的方程、公式和图形。事实上，那些符号是数学行话里令人生厌的助记符，它不是数学唯一的语言，而且也不是这个学科的中心。数学最深邃最丰富的领域里通常没有那些困惑了一代又一代学生的晦涩符号。思想——精巧、惊人、迷人、有趣和美丽——才是数学真正的精髓。

很多人认为数学就是机械地追求解方程。实际上，数学是艺术的追求。对数学家来说，数学是可以通过用精细的逻辑之线编织的富有想象力的证明建立起来的真理世界。这里我们将严肃的数学思想用不那么严肃的方式展现出来，“让沉重的思想变轻松”，让读者享受一段想象和抽象的快乐旅程。不过任何人都不能傻傻地认为轻松的腔调表明我们不是在追求崇高的目标。在这些书页里都是真实可信的数学，经常还是相当高深的那种，不过是借助我们（和你）的日常经验来阐释。我们希望这些难题、故事和例子能够在晚餐和鸡尾酒会上激发起争论。

这本书中所有的冒险都有一条共同的主线，那就是迷人的惊奇都源自人类经验的四个基本方面：理解不确定性、计数和定量分析、思考我们的物理世界以及超越我们的日常世界。事实上，通过我们的旅程，我们将会发现到底什么是惊奇——我们的直觉与事实相抵触的时刻。我们将试图把我们的直觉理顺。

我们把自己喜欢的主题包括了进来，这些主题多年来一直是我们的非数学读者以及我们自己的兴趣和愉悦的源泉。不确定性伴随着我们生活的每一步，而巧合、混沌和统计观念都在随机偶然的不确定世界中通过虽违背直觉但可靠的洞察让我们感到惊讶。计数是更精确观察世界的基本途径。但是牵涉到在密码的秘

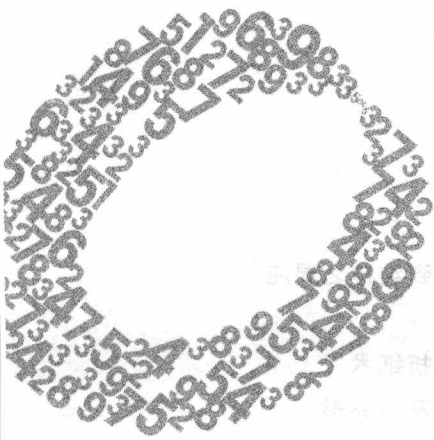


密世界里潜行或者与大到无法计算的数搏斗或者在菠萝上寻找数字模式时，没有什么是基本或平凡的。我们的视觉世界将美丽、细节和形式展现在我们面前。黄金分割、狂暴的龙曲线分形和无限弹性的扭曲世界都通过视觉激起我们的兴趣。这本书以对现实本身的超越作为结束。我们旅行到陌生的第四维和无穷大世界，并希望它们能在我们的思想里生根。

能让我们发现数学秘密的简单而清晰的思维也一样能帮助我们解决真实生活中的难题。数学带来的创新思维能让我们更深刻地理解我们的日常世界。穿越抽象思想和不羁想象的旅行将如同美丽而明亮的灯塔照亮我们生命的旅途。

爱德华·伯格和迈克尔·斯塔伯德

2005年1月1日



目 录

- 1 第一部分 理解不确定性 四章 981
巧合、混沌和混乱
- 3 第一章 不羁的巧合 十章 191
可能性、幸运女神和爱神
- 18 第二章 混沌为王 章一十 333
为何我们不能预测未来
- 39 第三章 领悟生活之数 二十章 655
统计惊奇
- 57 第二部分 拥抱数字 五章 225
感受秘密，宏伟的大数和自然之数
- 59 第四章 保密，揭秘 四章 225
密码学解密
- 70 第五章 数之大小
多少？多大？多快？
- 91 第六章 自然与数的协同
对模式的寻求



111 第三部分 探索美学

性感的矩形、狂暴的分形和扭曲的空间

113 第七章 从精确之美到纯粹之混沌

用数学镜头捕捉美

136 第八章 折纸菜鸟的折纸术

从折纸到计算机和狂暴的分形

155 第九章 曲回扭转于无定世界

弹性世界探奇

189 第四部分 超越现实

四维和无穷大

191 第十章 宇宙之邻

四维的魔术

222 第十一章 超越果壳禁闭

无穷大之旅

236 第十二章 寻求还要更大

超越无穷大之旅

255 后记

257 致谢

259 译者的话

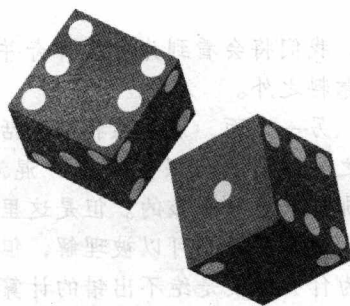
小大之旅 章正第

同何的线已然自 章六第

来手内失时故

第一部分

理解不确定性



巧合、混沌和混乱

我们从随机和运气世界——兼具绝对无常性和惊人可驯服性的世界——的狂野之旅开始。我们的命运很大程度上由随机运气（所谓的“纯粹是运气”）的奇怪想法决定。在第一部分，我们将了解机遇的三个方面：巧合——意料之外的汇合；混沌——意料之外的背离；以及统计——试图用一种均衡合理的方式测量不确定性。就如同坐疯狂的过山车，每个主题都充满了神奇，挑战着我们的直觉。

巧合如影随形地陪伴着我们每一天的生活——与偶然和机遇纠缠不休的生活。就如我们将要看到的，如果我们到大街上随意绑架 35 个人，很可能会产生两个后果——我们被逮住了，并且碰到了令人惊奇的巧合，35 位原告中几乎肯定有两个人生日相同。我们将会看到为什么猴子最终也能把这本书写出来，只要让它们漫无目的地狂拍键盘足够长时间，长到没有出版商愿意等下

去。我们将会看到为什么神奇并不是那么神奇，我们需要意料到意料之外。

另一方面，混沌在我们生活中也有一席之地，它意味着意料之外的背离。很多人将“混沌”视为彻底地失控——特别是那些家里有小孩的。但是这里我们将面对的是数学混沌，它惊人地有序并且可以被理解，但却又完全不可预测。我们将看到为什么即便是绝不出错的计算机有时候也会给我们荒唐的错误答案。开始察觉不到的细微差别往往会滚雪球般最后变成巨大的差别。从而我们就能够理解为什么电视新闻只能给我们提供没有什么用处的五天天气预报，而永远都不能提供更有用的三十天预报。蝴蝶轻柔地拍打一下它们的翅膀就能让最牛的气象学家郁闷不已。混沌不仅影响着天气，它还几乎在所有需要我们用当前状况来预测未来的情境中无处不在。混沌为王。

虽然这个世界中的巧合与混沌让我们头痛，我们仍然必须做出决策，朝着未来的地雷阵前进。为了避免爆炸性的失足，我们得依赖于数据和统计推理来充实我们的思想。然而，对数据的欺骗性解读也可能导致有害的见解。我们将思考总统选举和坠机等统计错误。我们还会发现一个学校毕业生的平均收入有时候并不能告诉我们一个典型的毕业生赚多少。我们也将知道负面的医学测试结果也许不像看上去的那么严重。仔细地量化一件事情，我们就能给不确定性赋予数值，并且在生活的赌局中下对赌注。

在每天的生活中，我们都会遇到随机、不确定和不可知。这几章中所展示的数学思维方法能让我们更精确地剖析复杂的世界，并制定出一个更好的方案来达到更美好的未来。对生活的不确定方面神奇而愉快的洞察为我们提供了一个清晰思考的模板。通过学会去芜存菁，我们就能够看穿不可知那外强中干毫无表情的脸，并让它生动起来。



第一章

不羁的巧合

可能性、幸运女神和爱神

机遇，看似狂奔在松脱的缰绳下，同样也受到规律的制约与控制。

——波爱修斯¹



意料之中

旋转的迪斯科球舞动着缤纷的光束，打扮得亮闪闪的侍者托着兑零钱的鸡尾酒在拥挤的人群中穿梭。这一切构成了拉斯维加斯大轮盘赌场的氛围。巨大的运气转盘以独有的节奏在中央舞台上咔嚓咔嚓地转动，然后慢慢停在某个狭槽中。360个标有号码的狭槽，每个占据圆周的一度。先下注，然后45位赌客每人轮流动转一次轮盘。如果有两次旋转碰巧停在同一个狭槽中，赌场赢。否则，你赢。听起来好像挺不错——360个槽，才45次机会让两个槽相同。你把全部家当都押上了。

¹ 波爱修斯 (Boethius, 480~524)，欧洲中世纪著名哲学家，逻辑学家。



出人意料

你连衣服都输掉了。事实上，两个槽相同这种不可思议的巧合在94%的时间里都会发生。惊人的巧合发生得令人吃惊的频繁。

合其时权

问问巧合会不会发生在你身上……

有件事情玄得很，听起来不像是真的，然而……



亚伯拉罕·林肯当选议员，1846 年。

约翰·肯尼迪当选议员，1946 年。

亚伯拉罕·林肯当选总统，1860 年。

约翰·肯尼迪当选总统，1960 年。

林肯的秘书名叫肯尼迪。

肯尼迪的秘书名叫林肯。

安德鲁·约翰逊，林肯的继任者，生于 1808 年。

林顿·约翰逊，肯尼迪的继任者，生于 1908 年。

刺杀林肯的布思，生于 1839 年。

刺杀肯尼迪的奥司华德，生于 1939 年。

林肯遇刺前一星期，他在马里兰的梦露。

肯尼迪遇刺前一星期，他在……嗯，你猜对了。²

不可思议！几率有多大？到底发生了什么？背后是不是有什么惊天大阴谋？不可能纯粹是碰巧——可能吗？

事实上，巧合的确会发生，而且一旦发生，我们会特别加以留意。所有的巧合实际上都是极不可能事件；然而，就像我们很快会看到的，更不可能的却是我们什么巧合都没碰到过。大致说来，好的原则就是要意料到意料之外。

对付巧合

有个把戏你真地得试试。你可以一个人玩，不过两个人一起玩更有意思。找两副纸牌，一副给你朋友。每副牌想洗几遍就洗几遍。然后你们同时翻开各自最上面的牌，将两张牌朝上放在桌上。然后不断重复，拿出最上面的牌，放到翻开的牌堆

² 指肯尼迪在玛丽莲·梦露 (Marilyn Monroe) 那儿，与马里兰梦露 (Maryland Monroe) 谐音。



上，直到把牌走完。会不会有匹配呢？也就是说，会不会有某个时候你和你的朋友同时拿出相同的牌——比如说，你们都翻出黑桃 A 或都翻出方片 J？你可以把牌重新洗了，想来几遍就来几遍。惊人的是，我们每将牌过三遍都起码会碰到一次，将近两次，这种“令人吃惊的”匹配。

巧合之所以让我们吃惊是因为我们对于某件事情的可能性的直觉往往很不准确。这里我们不在纸牌试验中匹配的惊人高几率背后的数学细节里钻得太深。简单地说，背后的原则是，如果我们有很多机会看到某种稀奇的事情，那么我们就极有可能最终会看到它。在纸牌的例子中，每一单次翻牌都不太可能产生匹配，但有 52 次机会，发生匹配的几率就相当大。知道了这个可能性，匹配会显得不那么令人吃惊，但是我们对生活的预期会更准确。

总统相似现象

让我们凑近点瞅瞅这个惊人的林肯 - 肯尼迪相似。我们真地应该感到惊讶吗？问题就是这离奇的相似是值得惊奇还是不足为怪。当然，这个相似是惹人注目的稀奇事，但是我们想知道，是否应该认为这种巧合就是随机，还是这种相似的存在是某种灵异事件，是来自未知世界的超自然信息。

为了对情况有个透彻的了解，让我们首先注意到有魅力的总统被暗杀这种事总是很能吸引眼球。有成千上万也许上百万的关于林肯和肯尼迪的事实（和传说）被收集（和捏造）——他们的生活、总统生涯以及被暗杀。林肯和肯尼迪不是普通人。能用来搜寻可能巧合的成堆琐事实是在太多了。想想我们可能考虑的生活数据的无穷集合吧。有多少人能与林肯和肯尼迪联系起来？又有多少时间能与他们的生活以及与他们有关的人相联系？在这么多可能的时间和名字中有多少可能不发生巧合？基本上，不发生巧合的可能性为零。

总统生活中的每一件事都牵扯到一个时间。如果林肯和肯