



中等职业教育规划教材
中等职业教育教材编写委员会专家审定

数 学

(基础版 全一册)

中等职业教育规划教材编写组

孟宪云 主 编
张 涛 陶成君 副主编

国家行政学院出版社

中等职业教育规划教材

数 学

(基础版 全一册)

中等职业教育规划教材编写组

孟宪云 主 编

张 涛 陶成君 副主编

教科书
数学
基础版
全一册
02 版
国家行政学院出版社

国家行政学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学:基础版·全一册/孟宪云主编. —北京:国家行政学院出版社,2007.5

(中等职业教育系列规划教材)

ISBN 978—7—80140—595—1

I . 数… II . 孟… III . 数学课—专业学校—教材 IV .
G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 077829 号

书 名 数学(基础版 全一册)

作 者 孟宪云

责任编辑 李锦慧

出版发行 国家行政学院出版社

(北京市海淀区长春桥路 6 号 100089)

电 话 (010) 68920640 68929037

经 销 新华书店

印 刷 北京诚信伟业印刷有限公司

版 次 2007 年 6 月北京第 1 版第 1 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 16 开

印 张 14

字 数 389 千字

书 号 ISBN 978—7—80140—595—1/O·52

定 价 20.00 元

中等职业教育规划教材

出版说明

为了更好地贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，全面落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，中等职业教育规划教材编写组组织相关力量对实现中等职业教育培养目标、保障重点专业建设的主要课程进行了规划和编写。

中等职业教育规划教材是面向中等职业教育的规范性教材，严格按照国家教育部最新颁发的教学大纲编写，并通过了专家的审定。本套教材深入贯彻素质教育的理念，突出中等职业教育的特点，注重对学生的创新能力和实践能力的培养，在内容编排、例题组织和图示说明等方面努力作出创新亮点，在满足不同学制、不同专业以及不同办学条件教学需求的同时，实现教学效果的最优化。

希望各地、各校在使用本套教材的过程中，认真总结经验，及时提出改善意见和建议，使之不断地得到完善和提高。

中等职业教育规划教材编写组

前　　言

本书的主要任务是使学生在掌握初中数学的基础上,继续学习从事职业工作所必需的数学基础知识,进一步培养学生的基本运算能力、基本计算工具使用能力、数形结合能力,提高思维能力和简单的实际应用能力。通过本课程的学习,增强学生分析问题和解决问题的能力,发展学生的创新意识,进一步培养学生的科学思维方式和辩证唯物主义思想。

考虑到中等职业学校数学教学的特点,特别是职业学校理论与实践相结合的目标,本书强调基础知识的学习与实际能力的培养,注重提高学生的综合素质。本书以通俗易懂的语言,引导读者主动思考,激发读者学习兴趣。使读者在逐步掌握数学知识的同时,有效地提高逻辑思维能力与创造力。本书内容详尽,多引用典型例证,深入浅出地介绍知识要点。章前列出知识结构和能力要求,以便读者自学;节后配有针对性练习,以便读者能够更好地掌握本节的知识。

本书共分为 9 章,主要内容包括数、式与方程,集合与函数,不等式,三角函数,向量,解析几何,立体几何,数列,排列、组合与概率。章后含本章小结与本章复习题,增进读者对全章的理解和掌握。

本书可作为各类中等职业学校教材使用,也可供个人自学。

本书的必学时数为 138 课时,其中上篇为 70 课时,下篇为 68 课时,课时建议分配如下:

课时建议分配表

上篇内容	课时数	下篇内容	课时数
第 1 章 数、式与方程	12	第 6 章 解析几何	20
第 2 章 集合与函数	18	第 7 章 立体几何	20
第 3 章 不等式	10	第 8 章 数列	14
第 4 章 三角函数	18	第 9 章 排列、组合与概率	14
第 5 章 向量	12	合计	138

本书由孟宪云担任主编,张涛、陶成君担任副主编,由于编者时间仓促,精力有限,书中难免会有不妥之处,敬请广大读者批评指正。

编　　者

目 录

上篇

第1章 数、式与方程	3
1.1 数与式的运算	4
1.1.1 数的基本知识	4
1.1.2 整式的运算	5
1.1.3 分式的运算	6
1.2 解方程(组)	7
1.3 指数的运算	9
1.4 对数的运算	13
本章小结	16
本章复习题	18
第2章 集合与函数	19
2.1 集合	20
2.1.1 集合与元素	20
2.1.2 集合的表示方法	22
2.1.3 集合之间的关系	23
2.1.4 交集	26
2.1.5 并集	27
2.1.6 补集	28
2.2 映射与函数	31
2.2.1 映射	31
2.2.2 函数	32
2.3 函数的三种表示方法	35
2.3.1 解析法	35
2.3.2 列表法	37
2.3.3 图像法	37
2.4 函数的单调性	40
2.5 函数的奇偶性	42
2.6 反函数	44

2.7 指数函数	46
2.8 对数函数	50
本章小结	52
本章复习题	55
第3章 不等式	57
3.1 不等式的性质	58
3.1.1 比较实数大小的方法	58
3.1.2 不等式的性质	58
3.2 一元二次不等式	61
3.3 线性分式不等式	62
3.4 绝对值不等式	64
本章小结	66
本章复习题	67
第4章 三角函数	69
4.1 角的概念的推广	70
4.2 角的度量	73
4.3 任意角和特殊角的三角函数	75
4.4 诱导公式	79
4.5 正弦函数的性质和图像	86
4.6 余弦函数的性质和图像	90
4.7 正切函数的性质和图像	92
4.8 正弦型函数的图像及其性质	95
本章小结	99
本章复习题	101
第5章 向量	104
5.1 向量的定义	105
5.1.1 向量的定义	105
5.1.2 向量的几何表示	105
5.1.3 相等向量与共线向量	106
5.2 向量的线性运算	108
5.2.1 向量的加法	108
5.2.2 向量的减法	109
5.2.3 实数与向量的乘积	109
5.3 向量的坐标计算与数量积	111
5.3.1 向量的坐标表示与坐标运算	111
5.3.2 向量共线的条件	112

5.3.3 向量的数量积	113
本章小结	116
本章复习题	117

下篇

第6章 解析几何	121
6.1 直线的倾斜角和斜率	122
6.1.1 一次函数的图像和直线方程的概念	122
6.1.2 直线的倾斜角和斜率	122
6.1.3 坐标系中求斜率	123
6.2 直线方程	125
6.2.1 点斜式与斜截式	125
6.2.2 两点式和截距式	126
6.2.3 一般式	127
6.3 点到直线的距离	130
6.4 圆的方程	131
6.4.1 圆的标准方程	131
6.4.2 圆的一般方程	132
6.4.3 圆的参数方程	134
6.5 椭圆	136
6.5.1 椭圆的定义及其标准方程	136
6.5.2 椭圆的几何性质	137
6.6 双曲线	140
6.6.1 双曲线的定义和标准方程	140
6.6.2 双曲线的几何性质	141
6.7 抛物线	143
6.7.1 抛物线的定义及其标准方程	143
6.7.2 抛物线的几何性质	145
本章小结	146
本章复习题	148
第7章 立体几何	150
7.1 平面的基本性质	151
7.1.1 空间图形的画法和记法	151
7.1.2 平面的公理	153
7.2 空间直线与直线的关系	156

7.2.1 平行直线	156
7.2.2 异面直线及其夹角	158
7.3 空间直线与平面的关系	161
7.3.1 直线和平面平行	161
7.3.2 直线和平面垂直	162
7.3.3 直线和平面所成的角	164
7.3.4 三垂线定理及其逆定理	164
7.4 空间平面与平面的关系	167
7.4.1 平行平面	167
7.4.2 直线与平面所成的角和二面角	168
7.4.3 垂直平面	170
本章小结	172
本章复习题	172
第8章 数列	174
8.1 数列的基本知识	175
8.2 等差数列	177
8.2.1 等差数列及其通项公式	177
8.2.2 等差数列的前 n 项和及其简单应用	178
8.3 等比数列	180
8.3.1 等比数列及其通项公式	180
8.3.2 等比数列的前 n 项和及其简单应用	181
本章小结	184
本章复习题	184
第9章 排列、组合与概率	187
9.1 分类计数原理与分步计数原理	188
9.2 排列	191
9.3 组合	193
9.4 二项式定理	196
9.5 概率	198
9.5.1 概率的定义	198
9.5.2 概率的基本计算	202
9.5.3 随机变量和它的概率分布	208
本章小结	213
本章复习题	215

上

篇



第1章 数、式与方程

本章是对初中所学的重要数学知识的回顾，为今后数学学习的基础。数与式的运算是数学最基本的内容之一，也是与日常生活、学习、工作息息相关的数学知识，掌握数与式的运算是学好数学与其他学科的基础。本章主要复习实数的有关概念及运算，整式和分式的运算，一元二次方程及二元一次方程组的解法等内容。

知识结构

1. 理解掌握实数的概念和性质。
2. 理解掌握整式和分式的运算方法。
3. 理解掌握一元二次方程及二元一次方程组的解法。
4. 理解整数指数幂、分数指数幂、有理数指数幂的定义及其运算法则。
5. 理解常用对数和自然对数的定义及其运算法则。

能力要求

1. 能熟练进行数的运算。
2. 熟练进行整式和分式的运算。
3. 熟练解一元二次方程及二元一次方程组。
4. 熟练进行指数的运算。
5. 熟练进行对数的运算。



1.1 数与式的运算

1.1.1 数的基本知识

数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴. 数轴能形象地表示数, 每一个实数都可用数轴上的点表示, 数轴上的每一点都表示一个实数. 数轴是理解实数概念与运算的重要工具. 有了数轴, 数和形得到初步结合, 数与表示数的图形(如数轴)相结合的思想是学习数学的重要思想. 另外, 数轴能直观地解释相反数, 帮助理解绝对值的意义, 还可以比较有理数的大小.

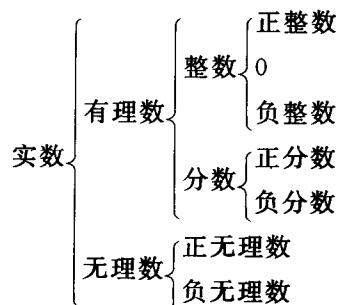
在数轴上表示的两数, 右边的数总比左边的数大. 由正、负数在数轴上的位置可知: 正数都大于0, 负数都小于0, 正数大于一切负数.

有理数 整数和分数统称为有理数.

无理数 无限不循环小数称为无理数, 如 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi \dots$

实数 有理数和无理数统称为实数.

我们一般将实数进行如下分类:



倒数 1除以不等于0的数的商称为这个数的倒数. 互为倒数的两个数的乘积等于1, 如4和 $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{100}$ 和 -100 , $\frac{5}{111}$ 和 $\frac{111}{5} \dots$

相反数 只有符号不同的两个数互为相反数. 如果 a 表示一个正实数, $-a$ 就表示一个负实数. 又如果 a 表示一个负实数, 则 $-a$ 表示一个正实数. a 与 $-a$ 互为相反数. 0的相反数仍是0. 如 π 与 $-\pi$, $\sqrt{3}$ 与 $-\sqrt{3}$, m 与 $-m \dots$ 均互为相反数.

绝对值 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离. 数 a 的绝对值记作 $|a|$.

一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0的绝对值是0. 即如果 a 是一个实数, 则有

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

例如, $|\sqrt{3}| = \sqrt{3}$, $|\pi| = \pi$, $|\sqrt{3}| = \sqrt{3}$, $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = -(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{2} \dots$



注意: $-a$ ($a < 0$) 是正数, 如 $-(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

【例 1】 化简下列各式.

$$(1) |\sqrt{2} - 1.4\dot{2}|$$

$$(2) |\pi - 3.142|$$

$$(3) |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$$

$$(4) |x - |x - 3|| \quad (x \leq 3)$$

解 (1) 因为 $\sqrt{2} = 1.414\dots < 1.4\dot{2}$, 所以 $|\sqrt{2} - 1.4\dot{2}| = 1.4\dot{2} - \sqrt{2}$

(2) 因为 $\pi = 3.14159\dots < 3.142$, 所以 $|\pi - 3.142| = 3.142 - \pi$

(3) 因为 $\sqrt{2} < \sqrt{3}$, 所以 $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

(4) 因为 $x \leq 3$, 所以 $x - 3 \leq 0$,

$$\text{所以 } |x - |x - 3|| = |x - (3 - x)| = |2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 3 \right) \\ 3 - 2x \left(x < \frac{3}{2} \right) \end{cases}$$

【例 2】 计算下列各式.

$$(1) \sqrt[3]{-64} + \sqrt{4} - \sqrt{9} - \sqrt[3]{8}$$

$$(2) -\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt{\frac{169}{144}} - (\sqrt[3]{-1})^3$$

$$(3) \sqrt{0.64} - \sqrt{0.0196} + \sqrt{1.21}$$

$$(4) 0.2 \sqrt{400} - 0.7 \sqrt{8100}$$

$$\text{解 (1)} \sqrt[3]{-64} + \sqrt{4} - \sqrt{9} - \sqrt[3]{8} = -4 + 2 - 3 - 2 = -7$$

$$(2) -\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \sqrt{\frac{169}{144}} - (\sqrt[3]{-1})^3 = -\frac{2}{3} - \frac{13}{12} + 1 = -\frac{2}{3} - \frac{1}{12} = -\frac{3}{4}$$

$$(3) \sqrt{0.64} - \sqrt{0.0196} + \sqrt{1.21} = 0.8 - 0.14 + 1.1 = 1.76$$

$$(4) 0.2 \sqrt{400} - 0.7 \sqrt{8100} = 0.2 \times 20 - 0.7 \times 90 = 4 - 63 = -59$$

1.1.2 整式的运算

幂的运算法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (a > 0, m, n \text{ 为有理数});$$

$$a^m \div a^n = a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m > n, m, n \text{ 为有理数});$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (a > 0, m, n \text{ 为有理数});$$

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (a > 0, b > 0, n \text{ 为有理数}).$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-p} = 1/a^p \quad (a \neq 0)$$

常用乘法公式

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

因式分解

多项式的因式分解就是把一个多项式化成几个整式的积的形式,这种变形叫做把这个多项式因式分解.因式分解的方法多种多样.多项式的因式分解和整式的乘法是相反的变换.

【例3】 分解因式 $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{原式} &= (x^5 - x^4 + x^3) - (x^2 - x + 1) \\ &= x^3(x^2 - x + 1) - (x^2 - x + 1) \\ &= (x^3 - 1)(x^2 - x + 1) \\ &= (x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \end{aligned}$$

【例4】 分解因式 $x^3 + 3x^2 - 4$.

解 将 $3x^2$ 拆成 $2x^2 + x^2$, 则有

$$\begin{aligned} \text{原式} &= x^3 + 2x^2 + (x^2 - 4) \\ &= x^2(x + 2) + (x + 2)(x - 2) \\ &= (x + 2)(x^2 + x - 2) \\ &= (x + 2)(x + 2)(x - 1) \\ &= (x + 2)^2(x - 1) \end{aligned}$$

1.1.3 分式的运算

形如 $\frac{A}{B}$ (A, B 是整式, 且 B 中一定要含有字母, $B \neq 0$) 的式子, 叫做分式.

分式的基本性质

分式的分子分母都乘以(或除以)同一个不等于零的整式, 分式的值不变.

分式的运算

(1) 加减: 同分母相加减 $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$

异分母相加减 $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$

(2) 乘法: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

(3) 除法: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$



(4) 乘方: $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ (n 为正整数)

(5) 开方: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ($a \geq 0, b > 0, n$ 为正整数)

【例 5】 化简 $\frac{1-x^2}{x^2-3x+2}$.

$$\text{解 } \frac{1-x^2}{x^2-3x+2} = -\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x-2)} = -\frac{x+1}{x-2}$$



课后练习

1. 填空题

$$(1) |x-y+2| \text{ 与 } \sqrt{x+y-1} \text{ 互为相反数, 则 } x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) |x| = \sqrt{3} - \sqrt{2}, \text{ 则 } x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(3) \sqrt[3]{x^3} = 2, \text{ 则 } x = \underline{\hspace{2cm}}; \text{ 若 } \sqrt{x^2} = 3, \text{ 则 } x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 计算下列各题.

$$(1) (-2)^0 + (-2) - 1 + (-2)^{-2} + (-2)^{-3}$$

$$(2) (-m^3 n^{-2})^3 \div (m^{-4} n^3)^{-2}$$

3. 分解因式.

$$(1) 3x^5 - 10x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 10x + 8$$

$$(2) (a^2 + 3a - 3)(a^2 + 3a + 1) - 5$$

$$(3) x^2 - 2xy - 3y^2 + 3x - 9y$$

$$(4) x^3 - 7x + 6$$

4. 计算下列各式.

$$(1) \frac{12a^3(x-y)}{9a(y-x)^2}$$

$$(2) \frac{2a}{3b} \cdot \frac{6b^2}{a^3}$$

$$(3) \frac{3}{a} \div \frac{-3a^2}{9}$$

$$(4) -3xy \div \frac{2y^2}{3x}$$

1.2 解方程(组)

一、一元二次方程的解法

一元二次方程的一般形式为: $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$), 它是只含一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程.

解一元二次方程的基本思想是通过“降次”将它化为两个一元一次方程. 一元二次方程有 4 种解法: ① 直接开平方法; ② 配方法; ③ 公式法; ④ 因式分解法.



$$\text{求根公式} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac \geqslant 0)$$

根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$, 当 $\Delta > 0$ 时方程有两个不相等的实数根; $\Delta = 0$ 时方程有两个相等的实数根; $\Delta < 0$ 时方程没有实数根.

两根为 x_1, x_2 , 方程的根与系数的关系是: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

【例 1】 解方程 (1) $\frac{7}{5}(3x+1)^2 = 7$ (2) $9x^2 - 24x + 16 = 11$

解 (1) $(3x+1)^2 = 7 \times \frac{5}{7}$

得 $(3x+1)^2 = 5$

得 $3x+1 = \pm\sqrt{5}$ (注意不要丢解)

得 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{3}$

所以, 原方程的解为 $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{3}$, $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{3}$

(2) $9x^2 - 24x + 16 = 11$

得 $(3x-4)^2 = 11$

得 $3x-4 = \pm\sqrt{11}$

得 $x = \frac{4 \pm \sqrt{11}}{3}$

所以, 原方程的解为 $x_1 = \frac{4 + \sqrt{11}}{3}$, $x_2 = \frac{4 - \sqrt{11}}{3}$

【例 2】 用公式法解方程 $2x^2 - 8x = -5$

解 将方程化为一般形式: $2x^2 - 8x + 5 = 0$

可得 $a = 2$, $b = -8$, $c = 5$

$b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 2 \times 5 = 64 - 40 = 24 > 0$

所以 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{2 \times 2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{4} = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2}$

所以, 原方程的解为 $x_1 = \frac{4 + \sqrt{6}}{2}$, $x_2 = \frac{4 - \sqrt{6}}{2}$

二、二元一次方程组的解法

方程含有两个未知数, 并且未知数的次数都是 1, 这样的方程称为二元一次方程. 两个二元一次方程合在一起, 就组成了二元一次方程组.

使二元一次方程组的两个方程左右两边的值都相等的两个未知数的值, 叫做二元一次方程组的解. 检验一对数值是不是二元一次方程组的解的方法, 是将两个未知数分别代入方程组中的两个方程, 如果能同时满足这两个方程, 那么它就是方程组的解.