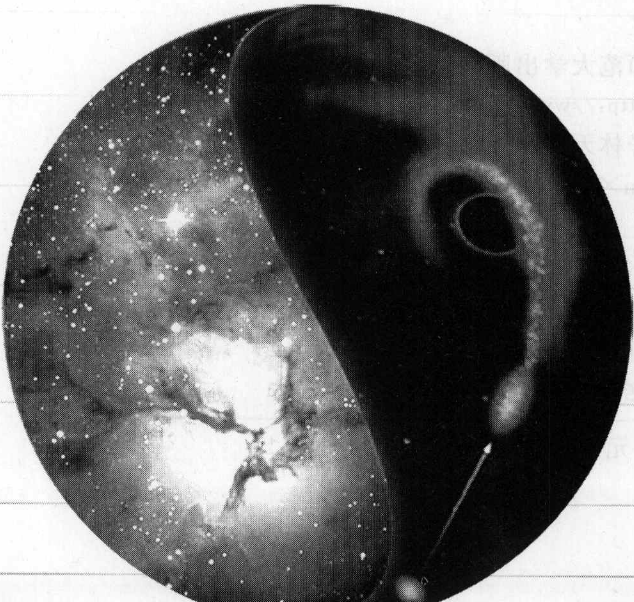
负能谱及负能谱热力学

邓昭镜 陈华林 陈洪 熊祖洪 著

西南师范大学出版社

负能谱及负能谱热力学

邓昭镜 陈华林 陈洪 熊祖洪 著



西南师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

负能谱及负能谱热力学/邓昭镜等著. —重庆:西南师范大学出版社,2007.1

ISBN 978-7-5621-3767-2

Ⅰ.负…　Ⅱ.邓…　Ⅲ.负能态—能谱—热力学

Ⅳ.0571.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 159191 号

负能谱及负能谱热力学

邓昭镜　陈华林　陈　洪　熊祖洪　著

责任编辑:李　红

封面设计:王正端　汤　立

版式设计:汤　立

出版发行:西南师范大学出版社(重庆·北碚　邮编 400715

网址:http://www.xscbs.com)

印 刷 者:重庆华林天美印务有限公司

开　　本:787mm×1092mm　1/16

印　　张:12

字　　数:212 千字

版　　次:2007 年 4 月　第 1 版

印　　次:2007 年 4 月　第 1 次印刷

书　　号:ISBN 978-7-5621-3767-2

定　　价:22.00 元

序

近一个半世纪以来，人类所建立的所有的热力学理论，无论是平衡态热力学理论，还是非平衡态热力学理论；也不管是热力学的线性理论，还是非线性理论，甚至还包括近代才发展起来的扩展的随机热力学理论，所有这些热力学理论，无一例外的统统都是对正能谱系统建立的热力学理论．这些理论中最核心的基石是 Clausius 熵增加原理．本来 Clausius 热力学并非是绝对普适的，以它为基础所建立的所有的热力学理论应该，而且只能适用于正能谱系统，不应该适用于物质的一切运动状态和过程，尤其不能适用于负能谱中的物质状态和过程．然而，直到现在，人们总把这种仅仅适用于正能谱系统的热力学理论绝对化，把它视为最普适的宏观（甚至宇观）理论，使 Clausius 热力学理论一直支配人类对热理论的认识长达一个半世纪之久．人类在热理论的认识中能具有如此大的惯性绝非偶然．实际上，人类在她所能接触（或直接测量）的一般物质条件下，物质密度都不会很高（按中子数密度 n 计算），其数密度 n 一般处于 $10^{28}\ /\mathrm{m}^3 \sim 10^{32}\ /\mathrm{m}^3$ 之间，例如地球的平均数密度 $n \approx 3 \times 10^{30}\ /\mathrm{m}^3$，太阳的平均数密度 n 约为 $1.8 \times 10^{29}\ /\mathrm{m}^3$．在这样的物质密度条件下，物质粒子间的引力相互作用与其他作用（如电磁作用、粒子无序动能的贡献）比较起来是十分微弱的，因此物质粒子（单体、分子、原子……）的（平均）能量一般都会大于零．这就是说，在人类所能接触的一般物质条件下，物质粒子总是处于正能谱中，形成正能谱

系统.于是在人类所能接触的一般物质条件下,Clausius 热力学(即正能谱热力学)理论就能在其中发挥极大的作用,就能对一般物质条件下物质的宏观性状和演化规律作出十分有效地指导.这样一来就会在人们的意识中产生两个顽固的观念:第一个顽固观念是物质的一切存在形式,尤其是稳定的物质存在形式,只能以正能态形式存在,负能态物质(特别是稳定的负能态物质)是不存在的.更有甚者,还把物质能量的正定性作为物质客观存在的标示.于是有人作出断言:如果引力场是客观存在的,那么在引力场的能量表示中出现负定型表示“显然”就是“不合理的”.第二个顽固观念是物质的一切运行形式,例如星云、星系,直至整个宇宙的演化形式,无一不是按照 Clausius 的熵增加原理所规定的方式运行的.熵不仅是热力学,而且还是整个自然科学、经济学,甚至包括社会学中认识问题、研究问题的方法论和宇宙观.然而,按其自身铁一般的规律运行着的物质和不断发展着的人类实践,毫不留情地冲刷着人类的一切顽固观念.引力场以物质存在的固有的负能态形式不断地自发地聚集着物质(常称物质的自引力坍缩过程),使星际云在自引力坍缩中不断地产生大量的恒星系,又使大量的中等恒星在自引力坍缩中形成白矮星和中子星.尽管人类至今还没有取得黑洞存在的直接证据,但在理论上黑洞作为自引力坍缩的必然结果已为学术界所公认.在负能态形式的引力场作用下所产生的自引力坍缩的自发过程使物质不断地自发聚集,不断地产生结构,一句话“使物质自发地走向有序”.十分显然,这里的自引力坍缩在物质中

所产生的自发有序化过程是和 Clausius 熵增加原理直接对立的.这就是说,在引力场起支配作用的物质中,Clausius 热力学必将遭遇许多难以克服的困难,正如 Bekenstein 黑洞热力学(即应用于黑洞的 Clausius 热力学)所遭遇的许多难以克服的困难一样.对此,人们不得不对 Clausius 热力学进行反思,对人们过去一直公认的最普适原理——Clausius 熵增加原理提出质疑.人们开始思考在引力场所支配的物质中,物质的演化规律理应不遵循 Clausius 熵增加原理,而应遵循另一类自发演化规律.人类的认识正在进一步深化,正在打破原有的旧的理论框架的束缚,重新建立在引力场起支配作用条件下的物质自发演化规律的新型的热力学理论体系.

“负能谱热力学”理论正是以邓昭镜为首的研究小组对 Clausius 热力学的适用条件,尤其是对在引力场支配下物质所处的负能态条件,以及负能态中物质的热力学行为等基础问题进行了仔细分析的基础上提出来的恰与 Clausius 热力学形成逻辑互补的新型的热力学理论.“负能谱热力学”理论提出之后就得到了一些学者的关注和支持,同时又有一些人士对这个理论提出了各种质疑,甚至否定.然而只要冷静而客观地考察这些“质疑”和“否定”的论述,却发现它们丝毫没有提出任何足以否定“负能谱热力学”理论的确有说服力的客观论据.而“负能谱热力学”理论也正是在这样的关注、支持和质疑、否定的声浪中不断地完善着自己,使它能有效地克服 Bekenstein 黑洞热力学所面临的各种困难(其中尤其是 Bekenstein 黑洞热力学在第 0 定

律、第二定律和第三定律中所面临的困难)，显示出它在负能态物质中所具有的强大的生命力.

“沉舟侧畔千帆过，病树前头万木春”.“负能谱热力学”正是那沉舟侧畔乘风破浪的扬帆，也是那病树前头生机旺盛的春笋. 最后祝“负能谱热力学”一路走好!

都有为

2006/11/5

都有为先生是我国磁学和磁性材料专家，中国科学院院士，南京大学物理系教授，中国物理学会磁学专业委员会副主任，中国颗粒学会超微粒专业委员会副主任，中国仪表材料科学学会副理事长.

目录

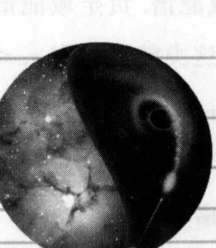
第一章　负能谱和负能谱系统

“有无相生，难易相成，长短相较，高下相顷，声音相和，前后相随.”

《道德经》第二章

“起初 Dirac 认为他的方程所要求的自旋（或内禀角动量）是关键，认为自旋正是相对论量子力学的基本推论. 然而当他在解决这个方程中所出现的负能态疑难时，他终于证明了将量子力学与相对论结合起来的理论所必需的最关键的思想是存在负能态粒子（或称反粒子）”

摘至 S. Weinberg，《物理学的最终定律》



第一节 正、负能谱与正、负能谱系统概述

系统的能谱是系统 Hamiltonian 本征值的集合，给定了系统的 Hamiltonian，就给定了它的本征值的定义域（即正定域或负定域）和本征值的结构（即本征值的连续谱或间断谱结构）. 也就是说，给定了系统的 Hamiltonian，就确定了能谱结构，从而就进一步规定了系统的统计类型，也就是确定了系统的统计是属于正温度统计类还是属于负温度统计类. 在此基础上就决定了系统熵所必须遵循的基本原理，即决定系统的熵是遵循熵增加原理还是遵循熵减少原理. 由此可见，系统的能谱是决定系统的统计行为、系统的宏观性质以及系统的运行和演化之根本. 能谱有正定域能谱和负定域能谱两大类. 正定域能谱是指能谱的能级有下界而无上界的能谱分布，取其下界能级为零，这类能谱恒有 $\varepsilon_i \geqslant 0$，即呈正定域能谱. 负定域能谱是指能谱的能级有上界而无下界的能谱分布，取其上界能级为零，这类能谱恒有 $\varepsilon_i \leqslant 0$，即呈负定域能谱. 能谱在结构上有连续谱和间断谱之分，当 Hamiltonian 中的势函数 $U(\vec{r})$ 存在极值（极小值或极大值）时，能谱就会在极值附近的部分区域中形成间断谱，而在其他区域形成连续谱，因此无极值的势函数只能形成连续谱.

例如，一个自由粒子系统，由它的 Hamiltonian $H=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$ 决定的能谱是

$\varepsilon_i = \dfrac{p_i^{\,2}}{2m}$，呈连续谱，显然这个能谱的定义域是 $0 \leqslant \varepsilon_i = \dfrac{p_i^{\,2}}{2m} < \infty$，即正能谱. 因此自由粒子系统必然属于正温度统计类型的非束缚系统. 系统的熵必然遵从熵增加原理. 若对系统不施加任何外界压缩，系统必将自发地“自由膨胀”. 又如，当密度足够高，达到中子星的密度时，粒子间的引力势呈 $U(r) = -\dfrac{a}{r^2}$ 的形式，而且 $a \gg \dfrac{\hbar}{8m^2}$（其中 m 是粒子质量，$\hbar$ 是 Planck 常数），这时高密度系统中粒子的能谱必然处于负定域中，即 $-\infty < \varepsilon_i \leqslant 0$. 由它确定的系统的统计必定属于负温度统计类，这类系统必然要遵从熵减少原理. 当系统不受外界作用时（即系统孤立时），根据熵减少原理，系统必将自发地坍缩. 可以证明，在系统的 Hamiltonian、系统的能谱、系统的温度直到系统熵的演化规律之间存在着如下严格的逻辑关系：[1]

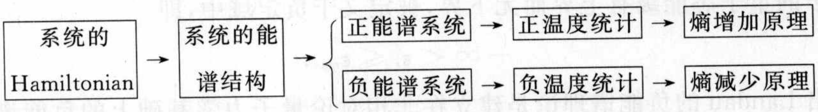


图 1.1　系统的 Hamiltonian、能谱、温度和演化规律间的逻辑程序

在通常密度（$n \leqslant 10^{30}/\mathrm{m}^3$）下，由于粒子间的引力作用很弱，这时系统的总能量 E 必处于 $0 \leqslant E < Mc^2$，其中 M 为系统的总质量，c 为光速，因此系统必然处于正能谱中. 例如，自由粒子系统、晶格振子系统和声子系统，都假定了系统的引力作用完全可以忽略，因此这些系统的能谱都是正能谱. 这些系统的能谱分别表示如下：

$$\left.\begin{aligned}
&\text{自由粒子系统：}\quad 0 \leqslant \varepsilon_k = \frac{(\hbar k)^2}{2m} < \infty, \\
&\text{晶格振子系统：}\quad 0 \leqslant \varepsilon_i = \left(n_i + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_i < \infty, \\
&\text{声子系统：}\quad 0 \leqslant \varepsilon(\vec{k}) = c^* k < \infty,\ c^* \text{ 为声速，} k \text{ 为波数.}
\end{aligned}\right\} \tag{1.1.1}$$

当物质的密度相当高时，例如，其密度在白矮星的密度 $n \approx 10^{36}/\mathrm{m}^3$ 和中子星的密度 $n \approx 10^{46}/\mathrm{m}^3$ 以上，引力场将对物质演化起极其重要的作用，甚至会起支配作用，这时系统就可能进入负能谱中，从而形成负能谱系统. 现在概要地从两个角度来介绍负能谱理论.

1. Landau 的负能谱理论梗概

Landau 认为，粒子的负能谱的形成取决于作用于粒子间的引力势的形式.当引力势 $U(r)$ 呈[2]

$$U(r) = -\frac{a}{r^s} \tag{1.1.2}$$

形式时，且其中的 $s > 2$ 时，系统必然呈现为负能谱系统；或者当$s = 2$，且 $a > \frac{\hbar^2}{8m}$ 时，系统也会形成负能谱系统.因此只要系统中粒子的密度足够高，使得粒子间的引力势 $U(r) = -\frac{\alpha}{r^s}$ 满足条件：$s > 2$，或 $s = 2$，且 $\alpha > \frac{\hbar^2}{8m}$ 时，就能形成负能谱系统.[3] 这时系统中粒子的量子态能级有上界而无下界，被定义于负定域中，即

$$-\infty < \varepsilon_i \leqslant \varepsilon_{\max}. \tag{1.1.3}$$

应当指出 Landau 的负能谱理论是建立在非相对论量子力学基础上的负能谱理论，其中每个粒子的量子态满足 Schrodinger 方程.

2. 相对论量子系统的负能谱理论梗概

在没有引力场的 4- 度平直时 - 空中，根据 4- 动量平方 $p_\mu p_\mu$ 在 Lorentz 变换下是不变量的要求，可以确立相对论粒子存在如(1.1.4) 正、负两组能谱：[4]

$$\left.\begin{array}{l} \text{正能谱：}\varepsilon_+^{\ 0} \leqslant \varepsilon_+ = +c\sqrt{p^2 + m^2c^2} < \infty,\ \ \varepsilon_+^{\ 0} = +mc^2, \\ \text{负能谱：}-\infty < \varepsilon_- = -c\sqrt{p^2 + m^2c^2} < \varepsilon_-^{\ 0},\ \ \varepsilon_-^{\ 0} = -mc^2. \end{array}\right\} \tag{1.1.4}$$

正、负能谱间存在宽度为 $\Delta\varepsilon_\pm^{\ 0} = \varepsilon_+^{\ 0} - \varepsilon_-^{\ 0} = 2mc^2$ 的禁带.当相对论粒子处于有引力场的弯曲时 - 空中时，粒子的正、负能谱间的禁带宽度 $\Delta\varepsilon_\pm^{\ 0}$ 要变窄.特别是当相对论粒子处于黑洞视界面的强引力场中时，正、负能谱间的禁带消失，$\Delta\varepsilon_\pm^{\ 0} = 0$.这时相对论粒子的正、负能谱连成一片，其能谱如(1.1.5) 式所示

$$-\infty < \varepsilon < \infty, \text{(在黑洞视界上)} \tag{1.1.5}$$

这时的能谱称为全无界能谱.由此可见，在相对论中负能谱的存在并不是引力场

（或时-空弯曲）所导致的结果，而是由平直4-度时-空中对称性（$p_\mu p_\mu$ 在 Lorentz 变换下的不变性）所得出的结论．但引力场的出现却是使正、负能谱间的禁带变窄，直到在黑洞视界面上消失的唯一因素，进而造成正、负能谱中粒子可自由渡越的全无界能谱的条件．而 Landau 的负能谱理论正是通过对引力势的研究，以探讨实现负能谱的条件．

正能谱系统是指由粒子的能谱有下界而无上界的粒子系组成的系统，而负能谱系统则是由粒子的能谱有上界而无下界的粒子系组成的系统．一般说来，由于组成一个系统的粒子种类不同（主要指粒子的质量不同），使得不同种类粒子间的引力效应各不相同，这时往往可能呈现这样的情况，一个系统中一类粒子在给定密度下呈现为正能谱系统，而另一类粒子在给定密度下却呈现为负能谱系统，这时该系统将是一个由正能谱子系与负能谱子系组合的复合系统．这类系统虽然各子系的温度不同，但在一定条件下可类似于等离子系统一样仍然可以处于稳定状态中．例如，当密度达到白矮星密度时，在白矮星中的电子系统内，电子间的引力作用完全可以忽略，因此电子子系仍然呈现为正能谱系统，而在氦离子子系中，由于氦离子间在该密度下引力作用起着相当重要的支配作用，使得氦离子子系呈现为负能谱系统．于是白矮星系统在一定密度下可以呈现为正能谱的电子子系和负能谱的氦离子子系组成的复合系统．

第二节

负能谱存在的必然性——Landau 的负能谱理论

Landau 关于负能谱存在的论述,阐述了一个基本论点,那就是物质中负能谱的形成(或实现)取决于作用于系统中的引力势的形式.他对能谱的论述主要有以下几点[2]:

1. 排斥势

如果粒子间的势场 $U(\vec{r})$ 在整个空间恒有 $U(\vec{r})>0$,且有 $\lim\limits_{r\to\infty}U(\vec{r})\to 0$,即粒子间相互作用势为排斥势时,则在这种势作用下物质的能谱恒满足

$$E_n > U_{\min}(\vec{r}) \geqslant 0, \tag{1.2.1}$$

其能谱必定是下界大于零的正定型能谱.另一方面,由量子理论可知,只要 E_n 无极值,则该能谱始终是连续谱.因此,当粒子间只存在无极值的排斥势时,系统的能谱必然是无上界的正定型连续谱,粒子只能做无限运动.

2. 引力势

若粒子间的势场为吸引势,即$U(r)=-\frac{a}{r^s}$,其中$a>0,s>0$. 这种势虽然当$r\to 0$时,有$U(r)\to -\infty$的发散值,但并不能像经典情况那样对所有的$s(>0)$值都可以形成负能谱,而是在对s和a有一定限制的条件下才能形成有界和无界的负能谱. 现在来分析这些条件.

试考虑粒子的波函数$\Psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\Phi(\theta,\varphi)$,它在原点近旁,半径为$r_0$的小区$\sum_0$内取非零值,而在小区$\sum_0$外该波函数为零. 显然由这种波函数形成的波包所标识的粒子的坐标的不确定值将具有r_0量级,粒子的动量的不确定值将具有$\frac{\hbar}{r_0}$量级. 于是小区内由波包中波函数所表征的粒子的量子态的动能平均所取的量级应为

$$\langle \varepsilon_k \rangle \approx \langle \frac{p^2}{2m} \rangle \approx \langle \frac{\hbar^2}{2mr^2} \rangle \approx \frac{\hbar^2}{2m{r_0}^2}, \tag{1.2.2}$$

而粒子间的势能,前面已假定为吸引势$U(r)=-\frac{a}{r^s}$. 因此,粒子在小区内的平均势能应取的量级为

$$\langle \varepsilon_p \rangle \approx -\langle \frac{a}{r^s} \rangle \approx -\frac{a}{{r_0}^s}. \tag{1.2.3}$$

由此,小区$\sum_0$中粒子能量ε_i的平均$\langle \varepsilon_i \rangle$应取量级为

$$\langle \varepsilon_i \rangle \approx \frac{\hbar^2}{2m{r_0}^2}-\frac{a}{{r_0}^s}=\frac{A}{{r_0}^2}\left(1-\frac{a}{A}{r_0}^{2-s}\right), \tag{1.2.4}$$

式中$A=\frac{\hbar^2}{2m}$. 于是由方程(1.2.4)就可以对不同的s和a来分析系统的能谱结构了.

(1) 当$s<2$时,无论a为何值,总有

$$\lim_{r_0\to 0} E \approx \lim_{r_0\to 0}\frac{A}{{r_0}^2}\left(1-\frac{a}{A}{r_0}^{2-s}\right)\to\infty. \tag{1.2.5}$$

同时,又当$r_0\to\infty$时,有

$$\lim_{r_0\to\infty} E \approx \lim_{r_0\to\infty}\frac{A}{{r_0}^2}\left(1-\frac{a}{A}{r_0}^{2-s}\right)\to 0. \tag{1.2.6}$$

由此可知，粒子的能量在原点为 ∞，表明粒子进入力心的几率为零. 虽然粒子在大距离上($r_0 \to \infty$) 能量 $E \to 0$，但在 $s < 2$ 的情况下，(1.2.4) 式在 $r_0 = (\frac{2A}{sa})^{\frac{1}{2-s}}$ 处存在极小值，即

$$E_{\min} = \frac{A}{{r_0}^2}(1 - \frac{2}{s}) < 0. \tag{1.2.7}$$

因此，即使在 $s < 2$ 的情况下也可以存在有限下界 $E_{\min} < 0$ 的负能谱. Landau 特别分析了库仑引力势 $U(r) \sim -\frac{a}{r}$ 的能谱结构. 结果表明，这种系统存在如下的有无限多个能级组成的有限下界能级的间断的负能谱[3]，如

$$E_n = \frac{(\hbar k)^2}{2m} - \frac{ma^2}{2\hbar^2 n^2},\ n = 1,2,3,\cdots \tag{1.2.8}$$

能谱的有限下界能级(即基态能级) 的能量为 $E_1 = -\frac{ma^2}{2\hbar^2}$. 但是可以证明，任何能量有限的负能级基态都可以通过能谱坐标平移，将它转变为基态能量为零的能谱. 实际上，在这个例子里只稍对 E_n 作平移变换 $E'_n = E_n + \frac{ma^2}{2\hbar^2}$，就可以将 E_n 变为能级处于 $0 \sim \infty$ 之间的基态能级为零的正能谱 E_n'. 因此任何具有有限负基态能级的能谱实际上都是正能谱[3]. 这就是说，当 $s < 2$ 时，系统的能谱必然是下界能级为零而无上界的正能谱.

(2) 当 $s > 2$ 时，一方面，由(1.2.4)式给出的能量将随 $r_0 \to 0$ 而趋向任意大的负值，直到负无穷大，即

$$\lim_{r\to 0} E = \lim_{r\to 0} \frac{A}{{r_0}^2}(1 - \frac{a}{A{r_0}^{s-2}}) \to -\infty. \tag{1.2.9}$$

(1.2.9)式表明，对于给定空间点(取为原点) 附近线度为 r_0 的很小的区域中粒子量子态的平均能量可以取任意大的负值，因此粒子在原点近旁能量的本征值也必然可以取任意大的负值，直至 $-\infty$. 另一方面，当 $r_0 \to \infty$ 时，粒子的平均能量 $E \to 0$. 这就是说，系统的能谱必将呈现为无下界的负能谱，即 E 满足

$$-\infty < E \leqslant 0. \tag{1.2.10}$$

(3) 当 $s = 2$ 时，称为临界情况. 这时对稳态球对称系统，粒子的径向波函数 $R(r)$