经典教材辅导用书

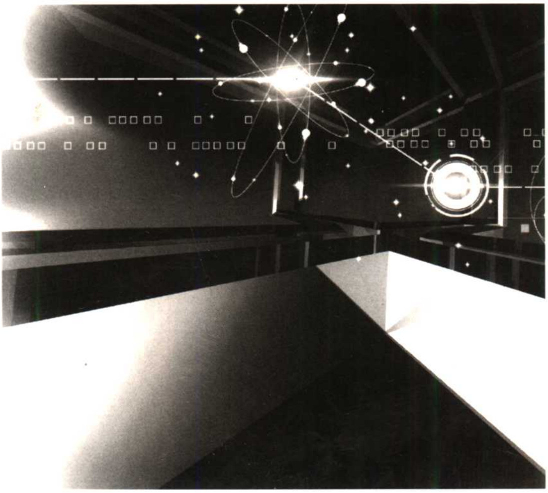
物理系列

# 物理学
# 习题解答

高教版·《物理学》(第4版)

(东南大学等七所工科院校编，马文蔚改编)

周逊选 编



华中科技大学出版社
http://www.hustp.com

*经典教材辅导用书·物理系列丛书*

# 物理学习题解答

高教版·《物理学》(第4版)

(东南大学等七所工科院校编,马文蔚改编)

周逊选　编



华中科技大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

物理学习题解答/周逊选 编
武汉:华中科技大学出版社,2006 年 11 月
ISBN 7-5609-3878-7

Ⅰ. 物…
Ⅱ. 周…
Ⅲ. 物理-高等学校-解题
Ⅳ. O64-44

**物理学习题解答** 周逊选 编

策划编辑:周芬娜
责任编辑:周芬娜 封面设计:潘 群
责任校对:胡金贤 责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:华大图文设计室
印 刷:湖北省通山县九宫印务有限公司

开本:880×1230 1/32 印张:12.875 字数:310 000
版次:2006 年 11 月第 1 版 印次:2006 年 11 月第 1 次印刷 定价:19.50 元
ISBN 7-5609-3878-7/O · 400

## 内 容 简 介

本书是根据高等教育出版社出版、东南大学等七所工科院校编、马文蔚改编的《物理学》(第4版)的内容和系统编写的，对其中全部习题逐一进行了解答。全书共十九章，每章分为“内容提要”和“习题解答”两部分。对于比较复杂的习题，指出了解题思路，或进行了必要的讨论。

本书可作为普通高校、电视大学、成人高等教育中各工科专业物理课程的辅助教材。

# 前　　言

在学习大学物理学的各个环节中，解答习题无疑是一个重要环节，它有助于我们牢固掌握物理学的基本理论，培养独立思考的习惯，训练解决问题的能力，同时，它也是检验学习成绩的一种主要方式。本书的编写，希望能为读者在解答习题过程中提供一种参考，对读者学习大学物理学能有所裨益。

由高等教育出版社出版、东南大学等七所工科院校编、马文蔚改编的《物理学》(第 4 版)是我国高等院校工科专业广泛使用的一种物理教材，其中所选习题与基本理论配合紧密，内容丰富，难易适度。本书按照该教材的编写顺序，对全部习题逐一进行了解答。为了读者学习方便，本书所采用的符号均与该书一致。本书每一章分为"内容提要"和"习题解答"两部分。在"内容提要"中，提供了与解答该章习题相关的基本概念、公式，以便查找；在有些章的"内容提要"中，还介绍了相关的解题方法。在"习题解答"中，对较为复杂的习题，在解题前作了必要的分析，或在解题后进行了简要的讨论。每道习题的解答力求思路明晰，论述有据。为了使解题过程不至繁琐，省略了数据运算和在初等数学基础上可以完成的推导过程。

由于编者水平有限，书中难免有疏漏甚至错误之处，敬请读者不吝指正。

编　者

2006 年 5 月

# 目　　录

# 第一章　质点运动学

## 一、内容提要

**1. 参考系和坐标系**

描述物体运动时用作参考的其他物体称为参考系。为了定量地说明物体对参考系的位置，需要在该参考系建立固定的坐标系。

**2. 位置矢量和位移**

位置矢量：在参考系上选一点 $O$ 向质点所在位置 $P$ 所引的有向线段 $\boldsymbol{r}$($\boldsymbol{r}=\overrightarrow{OP}$)称为质点对点 $O$ 的位置矢量，简称位矢。

运动方程：表示质点位置随时间变化的函数式称为运动方程，可以写作

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

在直角坐标系中，

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

位移矢量：　$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$

一般情况下，　$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq|\Delta r|$

**3. 速度和加速度**

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t},\quad \boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

在直角坐标系中，

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$$

在自然坐标系中，

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_{\mathrm{n}}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}=\frac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_{\mathrm{n}}+\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_{\mathrm{t}}$$

(1) 匀加速运动：　$\boldsymbol{a}$=常矢量

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t, \quad \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$$

（2）抛体运动： $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{g}$， $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{g}t$

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{g}t^2$$

在直角坐标系中，

$$a_x = 0, \quad a_y = -g$$

$$v_x = v_0\cos\theta, \quad v_y = v_0\sin\theta - gt$$

$$x = v_0\cos\theta \cdot t, \quad y = v_0\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

（3）圆周运动： $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_t$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2, \quad a_t = \frac{dv}{dt} = R\alpha$$

匀速圆周运动：　　$\boldsymbol{a}=-\omega^2\boldsymbol{r}$

（4）角量描述：

$$角速度\ \omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad 角加速度\ \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

**4. 相对运动**

伽利略速度变换　　$\boldsymbol{v}_{AK}=\boldsymbol{v}_{AK'}+\boldsymbol{v}_{K'K}$

## 二、习题解答

**【1-1】** 已知质点沿 $x$ 轴作直线运动，其运动方程为 $x=2\ \mathrm{m}+(6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2-(2\ \mathrm{m\cdot s^{-3}})t^3$，求：(1)质点在运动开始后 4.0 s 内的位移；(2)质点在该时间内所通过的路程。

**解**　(1) 质点在运动开始时 $t_1=0$，其坐标为

$$x_1 = 2\ \mathrm{m} + (6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t_1^2 - (2\ \mathrm{m\cdot s^{-3}})t_1^3 = 2\ \mathrm{m}$$

质点在运动开始后 4.0 s 的时刻($t_3=4.0$ s)，其坐标为

$$x_3 = 2\ \mathrm{m} + (6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t_3^2 - (2\ \mathrm{m\cdot s^{-3}})t_3^3 = -30\ \mathrm{m}$$

质点在 $t_1 \to t_3$ 这段时间内的位移为

$$\Delta x = x_3 - x_1 = -32\ \mathrm{m}$$

(2) 在质点的直线运动中，若不存在反向运动，则质点的运动路程

与其位移的大小相等；若存在反向运动，则存在重复的运动路段，路程将大于位移的大小。质点运动反向时，其速度必为零（质点速度为零时，不一定说明它会反向运动），这是我们判断质点直线运动中是否存在反向运动的一个依据。

根据质点的运动方程，可以得到它的速度方程为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=(12\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t-(6\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3})t^2$$

令$v=0$，可解得$t_1=0$，$t_2=2$ s。$t_1$ 是质点开始运动的时刻，不存在反向问题；质点在$t_2$ 时的坐标为

$$x_2=2\ \mathrm{m}+(6\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t_2^2-(2\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-3})t_2^3=10\ \mathrm{m}$$

质点在时刻$t_1$、$t_2$、$t_3$ 的位置如图 1-1 所示，由图可知，质点在时刻$t_2$ 运动反向，质点在运动开始的 4.0 s 内的运动路程为

$$s=|x_2-x_1|+|x_3-x_2|=48\ \mathrm{m}$$

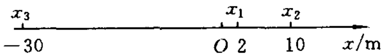



图 1-1

**【1-2】** 一质点沿$x$ 轴方向作直线运动，其速度与时间的关系如图 1-2(a)所示。设$t=0$ 时，$x=0$。试根据已知的$v$-$t$ 图，画出$a$-$t$ 图以及$x$-$t$ 图。

**解**　由图1-2(a)可知，质点速度与时间的关系由三段直线表示。根据图中所列数据，可得出这三段直线的方程（即质点的速度方程）为

$AB$ 段：　$v=-20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}+(20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t$

$BC$ 段：　$v=20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

$CD$ 段：　$v=20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}-(10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t$

由质点的速度方程可得到它的加速度方程为

$AB$ 段：　$a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$　　①

$BC$ 段：　$a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$　　②

$CD$ 段：　$a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$　　③

于是可绘出质点运动的$a$-$t$ 图如图 1-2(b)所示。

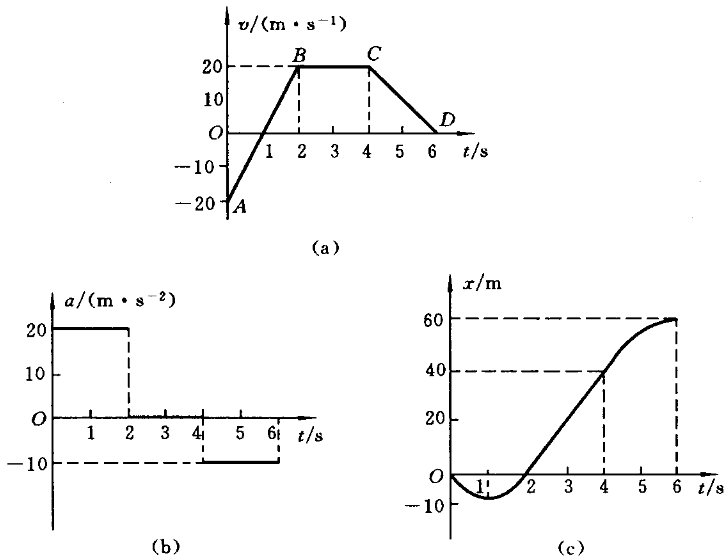



图 1-2

由①～③式可看出，与$v$-$t$图上$AB$段和$CD$段相对应的路段上，质点作匀加速直线运动；与$BC$段对应的路段上，质点作匀速直线运动。质点作匀加速直线运动时，其运动方程为

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \qquad ④$$

相应于$AB$段和$CD$段，$t_0$、$x_0$、$v_0$和$a$有不同的数值。质点作匀速直线运动时，其运动方程为

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) \qquad ⑤$$

以下根据④式和⑤式，分别求出各段路程上的质点运动方程。

$AB$段：$t_0 = 0$，$x_0 = 0$，由$v$-$t$图可知，$v_0 = -20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，由①式，$a = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$。代入④式，可得质点在$AB$段上的运动方程为

$$x = (-20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})t + (10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}})t^2 \qquad ⑥$$

$BC$段：$BC$段的起点即$AB$段的终点，因此，将$t_0 = 2\ \mathrm{s}$代入⑥式，可得$BC$段起点坐标为$x_0 = 0$，由$v$-$t$图可知，$v = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$。代入⑤式，可得质点在$BC$段上的运动方程为

$$x = (20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})(t - 2\ \mathrm{s}) \quad ⑦$$

$CD$ 段：将$t_0=4$ s 代入⑦式，得到$BC$ 段终点坐标为$x_0=40$ m，这也就是$CD$ 段的起点坐标，由$v$-$t$ 图可知，$v_0=20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，由③式可知，$a=-10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$。代入④式，可得质点在$CD$ 段上的运动方程为

$$x=40\ \mathrm{m}+(20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})(t-4\ \mathrm{s})-(5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})(t-4\ \mathrm{s})^2 \quad ⑧$$

根据方程⑥～⑧，即可绘出质点运动的$x$-$t$ 图，如图 1-2(c)所示。

**【1-3】** 如图 1-3(a)所示，湖中有一小船。岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸。设滑轮距水面高度为$h$，滑轮到原船位置的绳长为$l_0$，试求：当人以匀速$\boldsymbol{v}$ 拉绳时，船运动的速度$\boldsymbol{v}'$为多少？

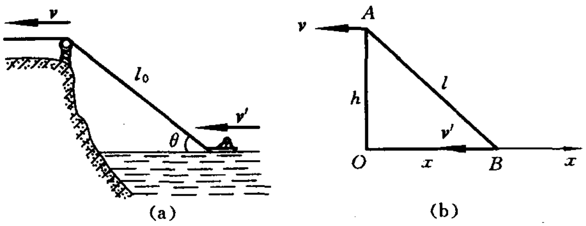



图 1-3

**解**　从滑轮处$A$ 向水平面作一垂线，垂足为$O$，从$O$ 点向小船所在处$B$ 作一直线为$x$ 轴，$O$ 为原点(图1-3(b))。设时刻$t$，小船位于$B$，坐标为$x$，小船至滑轮的绳长为$l$。显然，人拉绳的速率就是绳子收缩的速率，因此，速度$\boldsymbol{v}$ 可表示为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} \quad ①$$

因为$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}<0$，所以$\boldsymbol{v}$ 的方向是与$x$ 轴方向相反的。船运动的速度可表示为

$$\boldsymbol{v}' = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} \quad ②$$

以$h$ 表示滑轮对水面的高度，则由图 1-3(b)可知，

$$l^2 = x^2 + h^2 \quad ③$$

$h$ 是一常数。正因为$l$ 与$x$ 有此函数关系，所以我们就可由$\boldsymbol{v}$ 求出$\boldsymbol{v}'$。

将方程③等号两边分别对$t$ 求导数得到

$$l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t} = x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

考虑到①、②两式，即可得

$$v' = \frac{l}{x}v \tag{4}$$

人开始拉绳时，取$t=0$，$l=l_0$。因为是匀速拉绳，所以在时刻$t$，从滑轮到小船的绳长

$$l = l_0 - vt \tag{5}$$

将此式及$x=\sqrt{l^2-h^2}$代入④式，即可得

$$v' = \left[1 - \frac{h^2}{(l_0 - vt)^2}\right]^{-1/2} v$$

**【1-4】** 一升降机以加速度$1.22\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$上升，当上升速度为$2.44\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$时，有一螺丝自升降机的天花板上松脱，天花板与升降机的底面相距2.74 m。计算：(1) 螺丝从天花板落到底面所需要的时间；(2) 螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离。

**解** (1) 取固定柱子为参考系，螺丝松脱后，它以加速度$g$向下运动，同时升降机底面以加速度$a=1.22\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$向上运动，当两者运动距离之和等于升降机天花板到底面的距离时，它们发生碰撞，即螺丝落到了底面上。

螺丝松脱时的初速度的大小为$v_0=2.44\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，方向向上，设它从松脱到落在底面上的时间为$t$，则它落下的距离为

$$h_1 = \frac{1}{2}gt^2 - v_0 t \tag{1}$$

升降机底面上升的初速度(即它在螺丝松脱时的速度)的大小也是$v_0$，它在时间$t$内上升的距离

$$h_2 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{2}$$

以$h$表示升降机天花板与底面的距离，则应有

$$h = h_1 + h_2$$

将①式和②式代入，即可得

$$h = \frac{1}{2}(a + g)t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a+g}} = 0.705\ \mathrm{s}$$

(2) 将$t$、$g$、$v_0$的值代入①式，即得

$$h_1 = 0.716\ \mathrm{m}$$

**【1-5】** 一质点$P$沿半径$R=3.00\ \mathrm{m}$的圆周作匀速运动，运动一周所需时间为20.0 s，设$t=0$时，质点位于$O$点。按图1-4(a)所示$Oxy$坐标系，求：(1) 质点$P$在任意时刻的位矢；(2) 5 s时的速度和加速度。

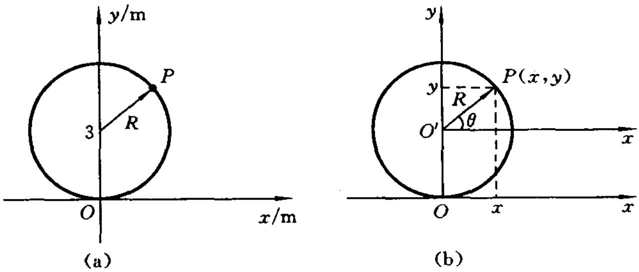



图 1-4

**解** (1) 以$T$表示质点$P$运动一周所需时间，则$T=20.0\ \mathrm{s}$，质点$P$运动的角速度为

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}$$

质点$P$相对于圆心$O'$的位矢$\overrightarrow{O'P}$与$x$轴的夹角以$\theta$表示(图1-4(b))。$t=0$时，质点位于$O$点，这时$\theta$之值为$\theta_0=\frac{3}{2}\pi$，因此，在任意时刻$t$，与质点位置相应的$\theta$值为

$$\theta = \theta_0 + \omega t = \frac{3}{2}\pi + \left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t$$

设在时刻$t$，质点$P$在$Oxy$坐标系中的坐标为$(x,y)$，则由图1-4(b)可知，

$$x = R\cos\theta = (3\ \mathrm{m})\sin\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]$$

$$y = R + R\sin\theta = (3\ \mathrm{m})\left\{1 - \cos\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]\right\}$$

质点在此时的位矢即为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = (3\ \mathrm{m})\sin\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]\boldsymbol{i} + (3\ \mathrm{m})\left\{1 - \cos\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]\right\}\boldsymbol{j}$$

（2）在时刻$t$，质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{3\pi}{10}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)\cos\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]\boldsymbol{i} + \left(\frac{3\pi}{10}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)\sin\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]\boldsymbol{j}$$

质点的加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{3\pi^2}{100}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\right)\sin\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]\boldsymbol{i} + \left(\frac{3\pi^2}{100}\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\right)\cos\left[\left(\frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}^{-1}\right)t\right]\boldsymbol{j}$$

将$t=5$ s代入，可得此时质点的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v} = \frac{3\pi}{10}\ (\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a} = -\frac{3\pi^2}{100}\ (\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})\boldsymbol{i}$$

**讨论**　解决本题的关键是要明确一个概念：在质点作匀速圆周运动的公式$\theta=\theta_0+\omega t$中，$\theta$是质点相对于圆心的位矢与参考轴（$x$轴）的夹角，而不是相对于任何其他点（例如图1-4(b)中的$O$点）的位矢与参考轴间的夹角。

**【1-6】**　一质点自原点开始沿抛物线$2y=x^2$运动，它在$x$轴上的分速度为一恒量，其值为$v_x=4.0\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，求质点位于$x=2.0$ m处的速度和加速度。

**解**　将质点的轨迹方程

$$2y = x^2 \qquad ①$$

对时间$t$求导数，得到

$$2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

由此可得质点速度$\boldsymbol{v}$在$y$轴上的分速度

$$v_y = xv_x \qquad ②$$

当$x=2.0\ \mathrm{m}$时，

$$v_y = 2.0 \times 4.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 8.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

质点在该处的速度为

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} = (4.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})\boldsymbol{i} + (8.0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})\boldsymbol{j}$$

将方程②再对$t$求导数，考虑到$v_x$是常数，则有

$$\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = v_x \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

即

$$a_y = v_x^2 = 16.0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

显然，质点的加速度在$x$轴上的分量$a_x=0$。因此，质点作匀加速运动，其加速度

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} = (16.0\ \mathrm{m \cdot s^{-2}})\boldsymbol{j}$$

**讨论**　在一个具有物理意义的方程式中，等号两边的单位(严格说是量纲)必须是相同的，否则方程不成立。例如在本题质点的轨迹方程$2y=x^2$中，若$x$、$y$均以m为单位，则此方程不成立。此方程改写为$(2\ \mathrm{m})y=x^2$就是成立的。正因为题目中隐去了2的单位，所以后面才出现了一些看似不正确的方程，例如方程②，这是应当注意的。

**【1-7】**　质点在$Oxy$平面内运动，其运动方程为$\boldsymbol{r}=(2.00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}) \cdot t\boldsymbol{i}+[19.0\ \mathrm{m}-(2.00\ \mathrm{m \cdot s^{-2}})t^2]\boldsymbol{j}$。求：(1)质点的轨迹方程；(2)在$t_1=1.00\ \mathrm{s}$到$t_2=2.00\ \mathrm{s}$时间内的平均速度；(3)$t_1=1.00\ \mathrm{s}$时的速度及切向和法向加速度。

**解**　(1) 根据质点的运动方程，可得出它的位置矢量$\boldsymbol{r}$的二分量分别为

$$x = (2.00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})t, \quad y = 19.0\ \mathrm{m} - (2.00\ \mathrm{m \cdot s^{-2}})t^2$$

在这两个方程中消去时间$t$，即得质点的轨迹方程为

$$y = 19.0\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}(x^2 \cdot \mathrm{m}^{-1})$$

(2) 质点在时刻$t_1$、$t_2$的位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}_1 = 2.00\ \mathrm{m}\boldsymbol{i} + 17.0\ \mathrm{m}\boldsymbol{j}, \quad \boldsymbol{r}_2 = 4.00\ \mathrm{m}\boldsymbol{i} + 11.0\ \mathrm{m}\boldsymbol{j}$$

因此，质点在$t_1 \to t_2$时间内的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{t_2 - t_1} = (2.00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})\boldsymbol{i} - (6.00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}})\boldsymbol{j}$$

（3）质点在时刻 $t$ 的速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=(2.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(4.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t\boldsymbol{j}$$

在时刻 $t_1=1.00\ \mathrm{s}$ 的速度为

$$\boldsymbol{v}=(2.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(4.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{j}$$

质点在时刻 $t$ 的速率为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(2.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})^2+(4.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})^2t^2}$$
$$=\sqrt{4.00\ \mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-2}+(16.0\ \mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-4})t^2}$$

质点在时刻 $t$ 的加速度的切向分量

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{(16.0\ \mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-4})t}{\sqrt{4.00\ \mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-2}+(16.0\ \mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-4})t^2}}$$

在 $t_1=1.00\ \mathrm{s}$ 时，

$$a_t=3.58\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

质点在时刻 $t$ 的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-(4.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})\boldsymbol{j}$$

因此质点的加速度的大小为 $a=4.00\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$。因为

$$a^2=a_t^2+a_n^2$$

所以质点在 $t_1=1.00\ \mathrm{s}$ 时的加速度的法向分量

$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=1.79\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

**【1-8】** 质点的运动方程为 $x=(-10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})t+(30\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t^2$ 和 $y=(15\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})t-(20\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t^2$，试求：（1）初速度的大小和方向；（2）加速度的大小和方向。

**解** （1）质点的速度的 $x$ 分量为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}+(60\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t$$

$y$ 分量为

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=15\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}-(40\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t$$

$t=0$ 时，$v_{0x}=-10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，$v_{0y}=15\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

因此，初速度的大小为