

初中生巧学巧

记丛书

彭乔
家瑞
林著

巧学数学

QIAO

XUE

SHU

XUE

乔家瑞
彭林 著

巧学数学

The background is a dark, textured green. It features several white, stylized geometric elements: a large arrow pointing upwards and to the right, a smaller arrow pointing downwards and to the right, and a horizontal line that intersects the main title. The overall aesthetic is modern and mathematical.

(京) 新登字 083 号

图书在版编目(CIP)数据

巧学数学/乔家瑞,彭林著. —北京:中国青年出版社,
1997.10

(初中生巧学巧记丛书)

ISBN 7-5006-2528-6

I. 巧… II. ①乔… ②彭… III. 数学课-初中-教学参
考资料 IV. G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 09741 号

中国青年出版社出版 发行

社址:北京东四 12 条 21 号 邮政编码:100708

中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

*

787×1092 1/32 7.75 印张 2 插页 146 千字

1997 年 10 月北京第 1 版 1997 年 10 月北京第 1 次印刷

印数 1-5,000 册 定价 8.30 元

目 录

- 怎样记忆圆周率的疏率和密率
——寻找适合自己的记忆方法…………… (1)
- 避繁就简,巧妙计算
——有理数计算的技巧…………… (4)
- “一反常态”,另辟蹊径
——用逆向联想巧妙地比较有理数的大小…………… (7)
- 他为什么不放心?
——学会用字母代替数…………… (9)
- 怎样稀释硫酸
——谈谈交换律…………… (12)
- 数学家苏步青年轻时做过的题目
——不要被表面现象所迷惑…………… (14)
- 玉兔拜月与金鸡独立
——换个角度思考问题…………… (16)
- 创造“经济效益”
——正确使用四舍五入…………… (18)
- 打破常规,快速求解

——妙用消元法解一次方程组	(20)
新颖别致,连出妙招	
——巧解一元一次不等式	(25)
没有规矩,难成方圆	
——一元一次不等式组的解法	(29)
利用图形记忆乘法公式	
——探索熟记乘法公式的方法	(33)
买水果付款与 180°	
——速算方法的来源	(35)
整数平方的速算	
——乘法公式的灵活运用	(38)
善思才能巧用	
——二项式平方公式的变形使用	(42)
和差配合	
——巧用 $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ 解题	(46)
巧选妙设辅助元	
——选择辅助元的基本思想	(48)
星移斗转,周而复始	
——数学中也有周期现象	(53)
巧妙通分,简化运算	
——分式运算中通分的技巧	(56)
孪生兄弟	
—— $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的区别)	(60)
“蚂蚁和大象一样重”	

- 算术根引出的麻烦 (61)
- 只可智取,不可强攻
- 根式的巧妙计算 (65)
- 来去自由
- 根式化简中的巧事 (67)
- 多多益善
- 根式计算的巧解 (69)
- 从外向里
- 巧去括号 (70)
- 缩短战线
- 巧求代数式的值 (71)
- 倒一倒
- 巧用倒数解题 (73)
- 能省力处须省力
- 巧用合分比定理解题 (75)
- 踏破铁鞋无觅处,得来全不费工夫
- 巧用实验法解题 (77)
- 这台收音机为什么坏了
- 使用反证法证明的步骤 (80)
- 你能迅速得出方程的解吗?
- 观察的巨大力量 (82)
- 差之“一念”,谬以千里
- 判别式的误用 (84)
- 一对孪生兄弟

- 韦达定理与判别式的联合使用 (86)
- 得之在俄顷,积之在平时
- 利用一元二次方程定义求解 (88)
- 解题莫忘“根”
- 巧用根的定义求作新方程 (90)
- 从“像”到“是”
- 构造二次方程解题 (92)
- 你会解方程 $x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$ 吗?
- 巧解一类分式方程 (94)
- 从吃药想起的
- 验根的技巧 (97)
- 火眼金睛“看”方程
- 巧妙发现特殊根式方程的根 (101)
- 司马光破缸救人的思考
- 学会从反面求解 (104)
- “田忌赛马”中的数学方法
- 巧用列举法解题 (106)
- 以退为进
- 巧用增元法解题 (109)
- 沙里淘金
- 充分挖掘隐含条件 (111)
- 喧宾夺主
- 巧用常值换元法解高次方程 (113)
- 僧多粥少

- 巧求二元二次方程的实数解…………… (115)
- “走迷宫”的启示
 - 巧解应用题(一)…………… (117)
- 按图索骥
 - 巧解应用题(二)…………… (119)
- 借马分马
 - 巧解应用题(三)…………… (121)
- 别让答数从你身边溜走
 - “设而不求”直奔答数…………… (124)
- 老虎怎样追兔子
 - 正确理解函数概念…………… (127)
- 用口诀帮助记忆
 - 使用配方法的步骤与注意事项…………… (131)
- 此路处处有绿灯
 - 二次函数系数与抛物线的位置关系…………… (134)
- 不能只见树木,不见森林
 - 揭示规律性,增加预见性…………… (139)
- 避免添置辅助线一例
 - 形数结合大有作为…………… (143)
- 借鸡下蛋
 - 巧求折多边形的顶角之和…………… (147)
- 我也有了“秘密武器”
 - 灵活使用三角形内角和定理…………… (148)
- 人是会呼吸的

——原命题和逆命题·····	(151)
睡懒觉和长得胖	
——不能循环论证·····	(152)
几何图形中的“比翼齐飞”	
——在运动中认识图形的性质·····	(154)
推倒火柴盒,得出勾股定理	
——勾股定理证明浅谈·····	(156)
异地重逢	
——巧用勾股定理的逆定理解题·····	(157)
叠纸中的学问	
——折叠后必出现全等形·····	(158)
把知识串联起来学习	
——应使我们的学习方法科学化·····	(161)
你能找到小弟弟吗?	
——发现并利用基本图形证明几何题·····	(163)
兵无常势,水无常形	
——三角形的垂心及其应用·····	(168)
图形的“滑行”与“升降”	
——巧用平移法证题·····	(171)
“改造河山”	
——巧用旋转法证题·····	(173)
拼拼凑凑,大有作为	
——拼配法及其应用·····	(175)
“第三者”	

——巧用中间比·····	(178)
只此一家	
——巧用同一法证题·····	(180)
让点和直线“动”起来	
——数学题演变的启示·····	(182)
知二得三,正逆相连	
——巧记垂径定理·····	(189)
“水流星”的启示	
——谈谈圆的定义·····	(191)
欲穷千里目,应上几层楼?	
——巧用切割线定理解题·····	(192)
问渠哪得清如许,为有源头活水来	
——巧用定义解题·····	(194)
打破“门户之见”	
——巧用方程思想解几何题·····	(196)
兄弟连心,其利断金	
——从运动、变化的观点来认识和圆有关的角···	(198)
几个不同定理,一种表述形式	
——圆幂定理简介·····	(201)
黄金分割型的矩形	
——黄金分割近似值的记忆方法·····	(204)
巧妙对比,转忧为喜	
——记忆扇形和扇环形面积公式的方法·····	(206)
阴影图形不规则,欲求面积需转化	

- 巧解几何图形阴影部分的面积…………… (208)
- 一机多能与一数多能
 - 有了诀窍才能开窍…………… (214)
- 统一外形,寻找规律
 - 记忆特殊角的三角函数值的方法…………… (215)
- 吹尽狂沙始到金
 - 对锐角三角函数定义的改造与归纳…………… (217)
- 他山之石,可以攻玉
 - 利用锐角三角函数证明几何题…………… (221)
- 灵活机动,快速求解
 - 巧解填空题…………… (224)
- 不拘一格,快速求解
 - 巧解选择题…………… (229)
- 抓住“牛鼻子”
 - 巧解综合题…………… (235)

怎样记忆圆周率的疏率和密率

——寻找适合自己的记忆方法

对于任意一个圆，它的周长与直径的比叫做圆周率，通常用 π 表示。世界上有许多民族最初都是取 3 作为圆周率。2000 多年前，我国古代一部著名的算书《周髀算经》里就记载了“圆径一而周三”，即 $\pi \approx 3$ 。

自古以来，世界上许多著名的数学家都用了毕生精力来寻找圆周率的更精确的数值。我国南北朝时期伟大的数学家祖冲之所采用的圆周率在 3.1415926 与 3.1415927 之间，并取分数 $\frac{22}{7}$ 和 $\frac{355}{113}$ 作为 π 的近似值，同时称 $\frac{22}{7}$ 为疏率， $\frac{355}{113}$ 为密率。这个值的精确度，在世界数学史上保持了上千年的领先地位。

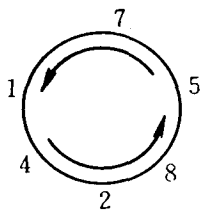
怎样记住 $\frac{22}{7}$ 和 $\frac{355}{113}$ 这两个近似值呢？

由 $\frac{22}{7} = 3 \frac{1}{7}$ 知道，疏率的精确度取决于分数 $\frac{1}{7}$ 。而以 7 为分母的分数我们称为圆分数。即

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857142857 \dots$$

而 $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ 化成循环小数时，循环节上的数字也是 1, 4, 2, 8, 5, 7 这几个数字，只是排列顺序不同，怎样确定它们的顺序呢？

如图,把 1,4,2,8,5,7 这六个数字按逆时针方向写在一个圆圈上.在把以 7 为分母的真分数化成小数时,应依次从 $1(\frac{1}{7})$, $2(\frac{2}{7})$, $4(\frac{3}{7})$, $5(\frac{4}{7})$, $7(\frac{5}{7})$, $8(\frac{6}{7})$ 开始,按逆时针顺序确定一个循环



节上的六个数字,就可以准确地把它们化成小数.即

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857\cdots;$$

$$\frac{2}{7} = 0.285714285714\cdots;$$

$$\frac{3}{7} = 0.428571428571\cdots;$$

$$\frac{4}{7} = 0.571428571428\cdots;$$

$$\frac{5}{7} = 0.714285714285\cdots;$$

$$\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots.$$

$\therefore \frac{22}{7} = 3.14285714\cdots$, 它的精确度为 0.01.

对于密率 $\frac{355}{113}$, 可以看作是 113355 从中间 3 分成两段, 较大部分为分子, 较小部分为分母得到的. 由 $\frac{355}{113} = 3.14159292\cdots$, 它的精确度为 0.000001.

对于具体的数值记忆有一般规律可循, 也有其特殊性, 我

们应当选择适合自己的记忆方法,以提高记忆的准确性及持久性.

下面我们写出 π 的前 50 位小数,有兴趣的同学可以开动脑筋,创造记忆方法,把它记住并流利的说出来,开始可以先记前 10 位、前 20 位、……逐步增加.

3. 14159 26535 89793 23846 26433 83279
50288 41971 69399 37510

避繁就简, 巧妙计算

——有理数计算的技巧

做有理数计算时,除了牢固掌握运算法则,正确使用运算定律外,还应有一个更高的要求,就是避繁就简,这就需要我们根据算式的结构特征,寻求简捷的方法.根据这一原则我们提出下面的常用计算技巧.

一、先把互为相反数的两个数相加

例 1: 计算 $(-1.5)^2 - (-3\frac{1}{3}) - (+2\frac{1}{4})$.

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= 2.25 + 3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4} \\ &= (2.25 - 2\frac{1}{4}) + 3\frac{1}{3} \\ &= 3\frac{1}{3}.\end{aligned}$$

二、先把相加后得整数的数凑在一起相加

例 2: 计算 $(+4\frac{4}{9}) + (-5.2) + (+5\frac{5}{9}) - (+10.8)$.

$$\begin{aligned}\text{解:原式} &= (4\frac{4}{9} + 5\frac{5}{9}) + (-5.2 - 10.8) \\ &= 10 - 16 \\ &= -6.\end{aligned}$$

三、先把同号的数相加,即先把正数和负数分别相加

例 3: 计算 $(-3) - (+18) + (-24) - (-36) + (+12)$.

$$\begin{aligned}
 \text{解:原式} &= (-3-18-24)+(36+12) \\
 &= -45+48 \\
 &= 3.
 \end{aligned}$$

上面提出的三个技巧的实质是先把容易相加的数先加，或相加后得数整齐的数先加。

四、反用运算律

例 4: 计算 $47.5 \times (-0.1997) - 0.475 \times (-9.97)$ 。

$$\begin{aligned}
 \text{解:原式} &= 4.75 \times (-1.997) - 4.75 \times (-0.997) \\
 &= 4.75 \times (-1.997 + 0.997) \\
 &= 4.75 \times (-1) \\
 &= -4.75.
 \end{aligned}$$

例 5: 计算 $(-4\frac{3}{17}) \times 2\frac{2}{15} - 8\frac{3}{17} \times 14\frac{13}{15} - 4 \times (-14\frac{13}{15})$ 。

$$\begin{aligned}
 \text{解:原式} &= (-4\frac{3}{17}) \times 2\frac{2}{15} + 14\frac{13}{15} \times (-8\frac{3}{17} + 4) \\
 &= (-4\frac{3}{17}) \times 2\frac{2}{15} + 14\frac{13}{15} \times (-4\frac{3}{17}) \\
 &= -4\frac{3}{17} \times (2\frac{2}{15} + 14\frac{13}{15}) \\
 &= -4\frac{3}{17} \times 17 \\
 &= -71.
 \end{aligned}$$

五、合理选择运算顺序

例 6: 计算 $|42\frac{18}{19} - 83\frac{16}{17}| - 40\frac{16}{17}$ 。

$$\text{解:原式} = 83\frac{16}{17} - 42\frac{18}{19} - 40\frac{16}{17}$$

$$=43-42\frac{18}{19}$$

$$=\frac{1}{19}.$$

反用运算律、合理选择运算顺序的立足点是要细心观察，积极思考，克服定势思维的干扰，这样才能做到避繁就简，巧妙计算。