



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

普通物理实验 2 电磁学部分

(第四版)

杨述武 赵立竹 沈国土 主编

杨介信 宦 强 编



高等教育出版社
Higher Education Press

04-33/16=3

:2

2007

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

普通物理实验 2

电磁学部分

(第四版)

杨述武 赵立竹 沈国土 主编

杨介信 宦 强 编

高等教育出版社

内容提要

《普通物理实验》一套书共4册,分为一、力学、热学部分,二、电磁学部分,三、光学部分,四、综合及设计部分。此次是在2000年第三版基础上修订而成的。此次修订保持了原书通用性好、可读性强及注重能力的培养的特色,并基本上保持了原来的框架,同时为适应教学的发展,在内容上有一些增删和改变。

本书为这套书的第二分册,是电磁学实验部分,删去原书部分过时的内容,增加了数字电表的使用和新的内容。

本书可作为高等学校本科物理专业及相近专业普通物理实验课的教材,也可供师专使用。

图书在版编目(CIP)数据

普通物理实验2,电磁学部分/杨述武,赵立竹,沈国土主编. —4版. —北京:高等教育出版社,2007.12

ISBN 978-7-04-022621-8

I. 普… II. ①杨…②赵…③沈… III. ①普通物理学-实验-高等学校-教材②电磁学-实验-高等学校-教材 IV. O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第163580号

策划编辑	高建	责任编辑	张海雁	封面设计	张志奇
责任绘图	吴文信	版式设计	王艳红	责任校对	杨雪莲
责任印制	宋克学				

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 高等教育出版社印刷厂

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787×960 1/16
印 张 15.75
字 数 290 000

版 次 1983年4月第1版
2007年12月第4版
印 次 2007年12月第1次印刷
定 价 16.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 22621-00

第四版前言

本套书共四册,一、力学、热学部分,二、电磁学部分,三、光学部分,四、综合及设计部分。本册书是第二分册。

2005年11月,我们接到高等教育出版社的委托书,让我们对现用的第三版进行修订。我们商讨之后,和出版社共同认定,此次修订的原则是在保持原书基本框架的条件下,删去过时或不合适的内容,增加些新的内容,特别是增加一些有利于加强对学生素质教育的问题。据此我们对普通物理实验课的目标定为:

(1) 学习基本实验方法和操作技能,在观察、测量与分析中,加深对物理学的认识;

(2) 学习实验的物理思想,为用实验方法探索问题有一定的基本训练;

(3) 培养学生的思维能力,主要是分析问题、解决问题和提出问题的能力,增强学生的素质,以适应学生各种可能的发展方向。

对于实验装置,我们认为应让学生自己动手去组装,在组装过程中对动手和用脑都是训练,对实验也有全面的认识。学生在动手组装过程中,可能遇到一些困难和错误,但这并不是坏事,只要引导得法,就能在分析、解决问题过程中增长才干,增强信心,对将来学生自己独立工作将是宝贵的经验。

在以上修订原则的指导下,本册修订的主要工作有:

1. 去掉了实验七和实验八有关板式电势差计和箱式电势差计的内容,补充了硅光电池和数字多用表两个题目;

2. 适当增加了一些新的仪器使用简介;

3. 对一些名词的说法进行了规范;

4. 订正了发现的错误。

本册修订工作的分工如下:华东师范大学宦强完成了部分绪论内容和实验七的修订工作,其余部分修订工作由华东师范大学杨介信完成。

这次修订工作得到了高等教育出版社的大力支持,他们协助我们拟订了修订原则;其次有关学校的领导对我们的工作也给予了很大的鼓励;我们还特别感谢华东师范大学物理系及物理实验教学中心的有关同志的多方帮助。此次修订工作的完成,是参与修订工作的同志共同努力的结果,但也有曾参加此书的编写而未能参加此次修订工作的同志们的心血。

修订后虽有改进,但是由于我们对问题的分析、研究不足,肯定有进一步探

讨的问题,希望读者继续对本书提出批评和建议,最后感谢读者给予我们的支持。

编 者
2006 年冬

目 录

绪论	1
§ 1 测量数据处理的基本问题	1
§ 2 两个变量关系的研究——作图法	4
§ 3 两个变量线性关系的研究——简化拟合法	9
§ 4 两个变量关系的研究——最小二乘法	9
§ 5 电磁学实验基础知识	12
§ 5-1 电表	12
§ 5-2 万用电表	21
§ 5-3 电阻器	25
§ 5-4 直流电源	28
§ 5-5 电磁学实验中用的标准器	31
实验一 制流电路与分压电路	33
实验二 伏安法测电阻	40
实验三 伏安法测二极管或白炽灯的特性	44
实验四 静电场的描绘	47
实验五 用惠斯通电桥测电阻	53
实验六 半导体热敏电阻特性的研究	60
实验七 硅光电池特性的研究	65
实验八 数字多用表的测量原理和应用	70
实验九 低电阻的测量	77
实验十 万用电表的制作与定标	82
实验十一 灵敏电流计特性的研究	90
实验十二 冲击电流计特性的研究	99
实验十三 用冲击电流计测电容及高电阻	109
实验十四 用冲击电流计测螺线管内轴线上磁场的分布	114
实验十五 用冲击电流计测铁磁物质的磁化曲线	120
实验十六 磁场的描绘	126
实验十七 磁致伸缩系数的测定	133

实验十八	霍耳效应	140
实验十九	温差电偶的定标	150
实验二十	电子示波器的使用	156
实验二十一	铁磁物质动态磁滞回线的测试	167
实验二十二	电子束的偏转	173
实验二十三	电子束的聚焦	180
实验二十四	交流电路功率的测量	187
实验二十五	交流电桥	198
实验二十六	<i>LRC</i> 电路的稳态特性	209
实验二十七	<i>LRC</i> 电路的暂态过程研究	219
实验二十八	<i>LRC</i> 电路谐振特性的研究	230
实验二十九	地磁场水平分量测量	239

绪 论

§ 1 测量数据处理的基本问题

物理实验中对一物理量进行测量的主要目的是:① 获得被测量的最佳估值;② 对最佳估值的可靠性作出估价,即给出被测定量的真值在某个量值范围的一个评定. 有关在普通物理实验范围内的数据处理理论及方法,已在《普通物理实验(一、力学、热学部分)》中有过介绍,在此只作必要的摘记与补充.

1. 直接测量

设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 为某一物理量 X 的 n 个等精度测量值,则可按以下顺序处理数据.

(1) 求算术平均值 $\bar{x}$

$$\bar{x} = \sum x_i / n \quad (0-1-1)$$

(2) 计算实验标准偏差 s

$$s = [\sum (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)]^{1/2} \quad (0-1-2)$$

(3) 剔除坏数据(格拉布斯判据)

当某一测量值 x_k 满足下列关系时,可认为是坏数据而予以剔除:

$$x_k < \bar{x} - G_n \cdot s \quad \text{或} \quad x_k > \bar{x} + G_n \cdot s \quad (0-1-3)$$

式中 G_n 为格拉布斯判据系数. 各 n 值的 G_n 值见下表.

格拉布斯判据系数表

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
G_n	1.16	1.49	1.75	1.94	2.16	2.22	2.32	2.41	2.48	2.55
n	13	14	15	16	17	18	19	20	25	30
G_n	2.61	2.66	2.70	2.75	2.78	2.82	2.85	2.88	3.01	3.10

(4) 剔除坏数据后,再求平均值 $\bar{x}$ 、实验标准偏差 s 及平均值的实验标准偏差 $s(\bar{x})$.

$$s(\bar{x}) = s/\sqrt{n} \quad (0-1-4)$$

(5) 一般取剔除坏数据后的算术平均值为真值的最佳估值. 当测量值中某

项系统误差 ζ 的符号与大小已知时,则取其符号相反值 $(-\zeta)$ 为修正值,平均值加修正值为被测量 X 的真值的最佳估值,即

$$X = \bar{x} + (-\zeta) \quad (0-1-5)$$

(6) 直接测量的不确定度

测量的理想状态是获得被测量在测量条件下的真值,但是由于测量时不可避免的误差,测量结果将偏离真值. 因为测量结果是真值的近似值,所以应给出此近似值可靠程度的评价,测量不确定度就是此评价的指标.

测得值不等于真值,可以设想真值就在测得值附近的一个量值范围内,测量不确定度就是评定此量值范围. 设测得值为 x , 其测量不确定度为 $u(x)$, 则真值可能在量值范围 $[x - u(x), x + u(x)]$ 之中. 显然, 不确定度 $u(x)$ 越小, 此量值范围就越窄, 用此测得值 x 作为真值的估计值就越可靠.

对测量不确定度的评定, 常以估计标准偏差去表示大小, 这时称其为标准不确定度.

测量误差有随机误差和系统误差, 对其评定方法也不同.

① A 类标准不确定度的评定 这是针对随机误差的, 当求出被测量 X 的平均值的实验标准偏差

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}$$

则 A 类标准不确定度 $u_A(x)$ 等于算术平均值的实验标准偏差, 即

$$u_A(x) = s(\bar{x}) \quad (0-1-6)$$

按误差理论的高斯分布, 如果不存在其他误差, 则量值范围 $[\bar{x} - u(x), \bar{x} + u(x)]$ 中包括真值的概率约为 $\frac{2}{3}$.

② B 类标准不确定度的评定 B 类不确定度分量, 大多与系统误差分量的影响有关. B 类评定, 有的依据仪器说明书或检定书, 有的依据仪器的准确度等级, 有的则粗略地依据仪器的分度值或经验, 从这些信息可以获得该项系统误差的极限值 Δ (有的标出最大允许误差或示值误差限), 对此误差, 一般按误差理论的均匀分布处理, 其标准偏差为 $\Delta/\sqrt{3}$, 则 B 类标准不确定度 $u_B(x)$ 取为

$$u_B(x) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \quad (0-1-7)$$

实际上该项误差的分布可能不是严格的均匀分布, 那时上式中的换算系数也可取 $1/\sqrt{3}$, 这在大多数情况下, 也是可以的.

例如, 使用一准确度等级为 0.5 级, 量程 0 ~ 100 mA 的电流表测一电路的电流 I , 则由电流表的最大允许误差引入的 I 的标准不确定度就是 B 类评定, $\Delta =$

0.5% × 100 mA, 则

$$u_B(I) = (0.5\% \times 100) \text{ mA} / \sqrt{3} = 0.29 \text{ mA}$$

③ 合成标准不确定度 $u_c(x)$

被测量 X 不确定度的 A 类评定或 B 类评定, 均为所求不确定度的一部分, 最后要合并为合成标准不确定度。参加合成的标准不确定度, 不论来自 A 类评定还是 B 类评定, 都是等价的, 设要合成的标准不确定度有 k 项, 用方和根方式合成, 即

$$u_c(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^k u^2(x_i)} \quad (0-1-8)$$

2. 间接测量

(1) 真值的最佳估值 设 $y = y(x_1, x_2, \dots, x_m)$, 即间接测量值 y 是由 m 个直接测量值求出, 则 y 的最佳估值取为

$$y = y(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)$$

(2) 不确定度的合成传递(合成) 已知 $y = y(x_1, x_2, \dots, x_m)$, 又设 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 的标准不确定度为 $u(x_1), u(x_2), \dots, u(x_m)$, 则不确定度传递公式, 或 y 的合成标准不确定度为

$$u_c(y) = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} u(x_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} u(x_2)\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_m} u(x_m)\right)^2} \quad (0-1-9)$$

对幂函数 $y = Ax_1^a \cdot x_2^b \cdot \dots \cdot x_m^k$, A 为无量纲量, 则为

$$u_c(y) = y \sqrt{\left(a \frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(b \frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2 + \dots + \left(k \frac{u(x_m)}{x_m}\right)^2} \quad (0-1-10)$$

3. 非等精度测量值的综合

当待测量是用不同方法或不同准确度仪器测得的, 这些测量值为非等精度测量值, 从这些测量值求最佳估值, 要用加权平均。设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的权分别为 $p_1, p_2, \dots, p_n$, 则加权平均一般为

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i x_i}{\sum_{i=1}^n p_i} \quad (0-1-11)$$

参照式(0-1-9), 可得加权平均 $\bar{x}$ 的标准不确定度合成公式为

$$u(\bar{x}) = \left[\left(\frac{p_1}{\sum p_i} \right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{p_2}{\sum p_i} \right)^2 u^2(x_2) + \dots + \left(\frac{p_n}{\sum p_i} \right)^2 u^2(x_n) \right]^{1/2} = \left[\frac{\sum p_i^2 u^2(x_i)}{(\sum p_i)^2} \right]^{1/2}$$

理论分析可知,权 p_i 与其相应标准不确定度的平方成反比,因此上式可写成

$$u(\bar{x}) = \left[\frac{\sum \left(\frac{1}{u^2(x_i)} \right)^2 u^2(x_i)}{\left(\sum \frac{1}{u^2(x_i)} \right)^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{\sum \frac{1}{u^2(x_i)}} \right]^{1/2} \quad (0-1-12)$$

例: 已知同一个电阻的三种(或三组)测量值结果:

$$R_1 = (350.0 \pm 1.0) \Omega$$

$$R_2 = (350.30 \pm 0.20) \Omega$$

$$R_3 = (350.25 \pm 0.05) \Omega$$

(表示式中“ $\pm$ ”符号后是标准不确定度。)

求: 电阻的平均值 $\bar{R}$ 及其标准不确定度 $u(\bar{R})$ 。

解: 根据 p_i 与 $u^2(R_i)$ 成反比, 有

$$p_i = k/u^2(R_i)$$

式中 k 为比例常数。由给定的测量结果可以得到

$$p_1 : p_2 : p_3 = k/u^2(R_1) : k/u^2(R_2) : k/u^2(R_3) = k : 25k : 400k$$

若取 $k=1$, 则各权之比就是最简单的整数比, 即 $p_1=1, p_2=25, p_3=400$, 由式(0-1-11)和(0-1-12)可以求得 $\bar{R}$ 和 $u(\bar{R})$ 。

$$\begin{aligned} \bar{R} &= \frac{1 \times 350.0 + 25 \times 350.30 + 400 \times 350.25}{1 + 25 + 400} = \frac{149\,208}{426} \\ &= 350.25 \end{aligned}$$

$$u(\bar{R}) = \frac{1}{\sqrt{\sum \frac{1}{u^2(R_i)}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1.0^2} + \frac{1}{0.20^2} + \frac{1}{0.05^2}}} = 0.048 = 0.05$$

最后结果为

$$R = (350.25 \pm 0.05) \Omega$$

注意: k 取任意值对计算结果没有影响, 但 k 取得合适时, 计算就比较简单, 并且各种测量值的权都是简单的正整数。

§2 两个变量关系的研究

——作图法

研究两个变量关系的重要途径就是用曲线或函数式将两个变量的联系表现出来。对于如何作图已在力学实验中讨论过, 在此仅讨论变量间的函数关系。这类问题有两种不同的情况:

(1) 已知两个变量函数关系的形式, 但是其中有未知参量;

(2) 两个变量函数关系的形式尚未知.

现在分别就这两种情况进行讨论.

A. 两个变量函数关系的形式已知时

如果两个变量 x, y 间是直线关系, 即

$$y = a + bx \quad (0-2-1)$$

则可用 n 组测量值 (x_i, y_i) 作图, 所得直线的截距即参量 a , 而斜率是参量 b .

但是, 实验中两个变量的关系往往不是直线关系, 例如, 弹簧振子的振动周期 T 和所加负载 m 的关系为

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + cm_0}{k}}$$

式中 m_0 为弹簧自身的质量, π 为圆周率, c 和 k 为待定参量. 测量不同 m 对应的 T , 可以作 $T-m$ 图线, 图 0-2-1 为其一例. 由于它是曲线, 因而无法从图上得出待定参量值. 类似这种情况, 可以设法改换变量, 将函数关系转变为直线关系, 对此周期公式可以改成为

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2 cm_0}{k} \right) + \left(\frac{4\pi^2}{k} \right) m$$

它表示 T^2 和 m 间为直线关系. 即作 T^2-m 直线 (图 0-2-2), 从图上求出截距 a , 斜率 b , 则

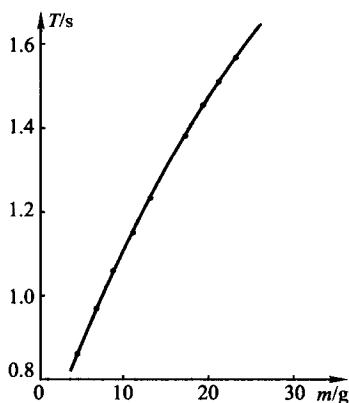


图 0-2-1

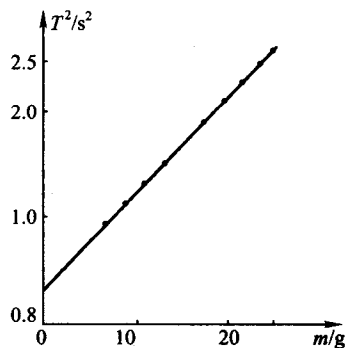


图 0-2-2

$$a = \frac{4\pi^2 cm_0}{k}$$

$$b = \frac{4\pi^2}{k}$$

由此可求出 k 和 c 之值 (m_0, π 为已知).

即对于非线性函数,要通过变换变量使之成为线性函数,再用作图法求出截距和斜率,进而确定待定参量.

实际的非线性函数如何变换要看函数的形式,例如

$$y = ae^{-bx} \dots\dots\dots [\ln y] = \ln a - b[x]$$

$$y = R \frac{E-x}{x} \dots\dots\dots [y] = -R + R \cdot E \left[\frac{1}{x} \right]$$

$$y = ax^b \dots\dots\dots [\ln y] = \ln a + b[\ln x]$$

$$y = ax + bx^2 \dots\dots\dots \left[\frac{y}{x} \right] = a + b[x]$$

上列式中的括号[]为变换后的变量.

B. 两个变量的函数关系形式尚未知时

首先用测量值作图,如果得一直线,则从图上求出截距和斜率,函数关系就完全确定了;当得到的是曲线时,就要分析曲线的形式,参照已知的函数曲线(图 0-2-3),给出假定的函数式,再用上述 A 中处理非线性函数的方法,使之线性化,但这样做不一定一次就成功,可能要反复几次才可得出较好的结果. 下面举一例对此过程作些说明.

研究某铁铝合金的磁致伸缩现象时,测得样品的相对伸长($\Delta l/l$)与建立外磁场的电流(I)有如下表的数据记录. 试寻找 $\Delta l/l$ 与 I 的经验公式(即 $\Delta l/l$ 与 I 的数学关系式).

I/A	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
$\frac{\Delta l}{l}/10^{-6}$	0.81	4.63	9.84	15.22	19.93	23.92
I/A	0.70	0.80	0.90	1.00	1.50	2.00
$\frac{\Delta l}{l}/10^{-6}$	26.85	29.62	30.92	32.71	36.94	38.32
I/A	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
$\frac{\Delta l}{l}/10^{-6}$	39.22	40.19	40.60	41.08	41.33	41.82

根据实验数据,取 I/A 为横坐标, $\frac{\Delta l}{l}/10^{-6}$ 为纵坐标作磁场电流与相对伸长的关系曲线,如图 0-2-4 所示. 由图可知,它们不是线性关系,按曲线的变化规律,参照图 0-2-3 所示的函数对应关系可写出数学关系式:

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha e^{-\frac{\beta}{I}}$$

式中 α, β 是待定参量,经过线性变换,上式成为

$$\ln \frac{\Delta l}{l} = \ln \alpha - \beta \left(\frac{1}{I} \right)$$

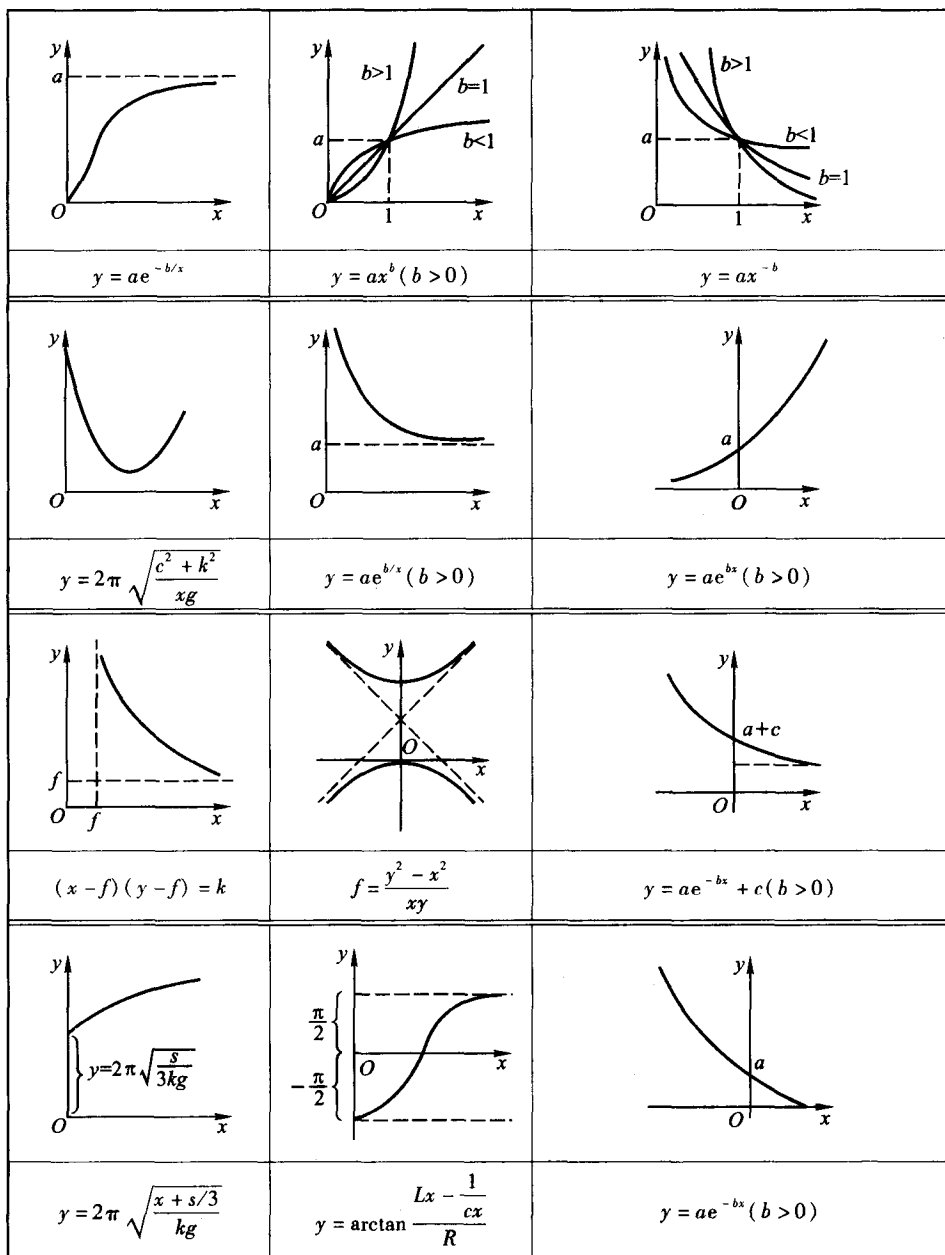


图 0-2-3

显而易见, 如果 $y = \ln \frac{\Delta l}{l}$, $x = \frac{1}{l}$, $a = \ln \alpha$, $b = -\beta$, 作 $y-x$ 曲线, 那么将得到一条不通过坐标原点的倾斜直线。

用 EXCEL 程序画出图 0-2-5 所示 y 与 x 的关系曲线, 确实可用一条直线

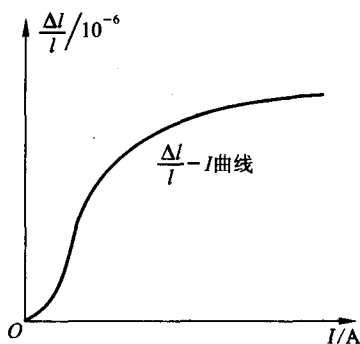


图 0-2-4 磁化电流与相对伸长的关系曲线

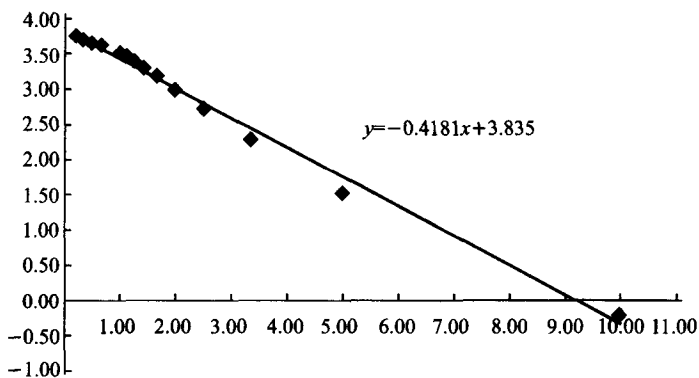


图 0-2-5 某铁铝合金的回归直线

代替,回归线的截距 $a = 3.835$,其斜率

$$b = -0.4181$$

由于 $a = \ln \alpha$, $b = -\beta$, 所以 $\alpha = 46.29$, $\beta = 0.4181$, 则该合金的磁致伸缩规律可用如下的经验公式表示:

$$\frac{\Delta l}{l} = 46.29 \exp\left(-\frac{0.4181}{I}\right) \times 10^{-6}$$

在测量的精确度不很高的实验里,例如 2~3 位有效数字的测量要求,作图既可直观了解测量的全貌,又可方便地得到测量值或间接测量值的大小. 对于更高精密度的变量间关系的研究,可根据最小二乘法原理,用计算机处理.

§ 3 两个变量线性关系的研究

——简化拟合法

设变量 x, y 间存在 $y = a + bx$ 的直线关系, 由于测量存在误差, 对 n 次测量则有

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a + bx_1 + v_1 \\ y_2 &= a + bx_2 + v_2 \\ &\dots\dots\dots \\ y_n &= a + bx_n + v_n \end{aligned} \right\} \quad (0-3-1)$$

式中 v_i 表示测量误差. 现在将 n 组测量分为前后两部分, 从中取对应的两组:

$$\left. \begin{aligned} y_i &= a + bx_i + v_i \\ y_{i+\frac{n}{2}} &= a + bx_{i+\frac{n}{2}} + v_{i+\frac{n}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (0-3-2)$$

略去误差项取

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^{n/2} y_i}{\sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^{n/2} x_i} \\ a &= \bar{y} - b\bar{x} \end{aligned} \right\} \quad (0-3-3)$$

如 n 为奇数, 中间数可公用.

§ 4 两个变量关系的研究

——最小二乘法

假设变量 x, y 间存在直线关系 $y = a + bx$, 参量 a, b 分别为 y 轴截距和斜率, 当将测量值 (x_i, y_i) 代入此式时, 由于 $y_i \neq a + bx_i$, 引入残差项 v_i 后有

$$y_i = a + bx_i + v_i \quad (0-4-1)$$

或

$$v_i = y_i - (a + bx_i)$$

对 n 次测量, 可有

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= y_1 - (a + bx_1) \\ v_2 &= y_2 - (a + bx_2) \\ &\dots\dots\dots \\ v_n &= y_n - (a + bx_n) \end{aligned} \right\} \quad (0-4-2)$$

由于 n 个方程中有 $n+2$ 个未知数 $(a, b, v_1, v_2, \dots, v_n)$, 所以不能从解联立方程

组求出 a, b 值. 设 y 为等精度测量值, 最小二乘原理指出, 满足 $\sum v_i^2 = \text{极小条}$ 件下求出的参量 a, b 之值 $\hat{a}, \hat{b}$ 为最佳拟合值, 即从

$$\begin{aligned} \sum v_i^2 &= \sum [y_i - (a + bx_i)]^2 \\ \frac{\partial \sum v_i^2}{\partial \hat{a}} &= 0, \quad \frac{\partial \sum v_i^2}{\partial \hat{b}} = 0 \end{aligned} \quad (0-4-3)$$

得出

$$\left. \begin{aligned} \sum y_i &= n\hat{a} + \hat{b} \sum x_i \\ \sum x_i y_i &= \hat{a} \sum x_i + \hat{b} \sum x_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (0-4-4)$$

解此联立方程组, 得

$$\left. \begin{aligned} \hat{a} &= \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ \hat{b} &= \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{aligned} \right\} \quad (0-4-5)$$

令

$$\left. \begin{aligned} s_{xx} &\equiv \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n \\ s_{yy} &\equiv \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2/n \\ s_{xy} &\equiv \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i/n \end{aligned} \right\} \quad (0-4-6)$$

则由式(0-4-5)及(0-4-6), 又可得出

$$\left. \begin{aligned} \hat{b} &= s_{xy}/s_{xx} \\ \hat{a} &= \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \end{aligned} \right\} \quad (0-4-7)$$

为了反映变量 x, y 间的线性关系的密切程度, 常用相关系数 r 来描述, 其估算法式为

$$\hat{r} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{[\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2]^{1/2}} = \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_{xx}s_{yy}}} \quad (0-4-8)$$

可以证明 $-1 \leq r \leq +1$, 当 $|r| \rightarrow 1$ 时测量的数据点分布在一条直线附近, 当 $r \rightarrow 0$ 时数据点杂乱地分散开, 另外 $\hat{r}$ 与 $\hat{b}$ 同符号 (均由 s_{xy} 的符号决定正负)。

从理论上讲, $r > 0$ 就应承认 x, y 间存在一定的相关关系, 但是由于 $\hat{r}$ 值是从较少的数据中求出的, 根据数理统计理论, 对于一定的 n 值, $\hat{r}$ 要在大于某一临界值 $r_{\text{临}}$ 时, 才可以认为存在线性相关关系. 下表中给出了各 n 值对应的 $r_{\text{临}}$