

53284
高等学校函授辅导教材
(兼作高等教育自学参考书)

物理学解题指导

严导淦编《物理学》习题和思考题选解

史久根 王金焕 编

高等教育出版社

高等学校函授辅导教材
(兼作高等教育自学参考书)

物 理 学 解 题 指 导

严导淦编《物理学》习题和思考题选解

史久根 王金焕 编

高等教育出版社

本书提要

本书是配合严导淦编的《物理学》函授(高等教育自学通用)教材而编写的一本自学辅导教材。全书内容分为三部分。第一部分为解题指导,包括教材中每章内容的复习框图、重点内容的解题示例和练习(附有答案),引导读者在理顺全章内容逻辑联系的基础上,加强分析和解决物理问题的训练;第二部分为习题和思考题的选解,精选了教材中每章若干习题和思考题,给出详细解答或部分解答,有的则只给予提示,供读者参考;第三部分为补充题,提供了200余道习题,供函授院校、职工大学的教师选作测验作业题或面授时的例题和课堂练习题,也可作为平时作业的补充题,供学有余力的读者选做。

本书可作为高等函授院校、职工大学等的自学辅导教材,也可供攻读大学课程的自学读者参考。

高等学校函授辅导教材

(兼作高等教育自学用书)

物理学解题指导

严导淦编《物理学》习题和思考题选解

史久根 王金焕 编

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印装

开本787×1092 1/16 印张20.75 字数473 000

1987年6月第1版 1987年6月第1次印刷

印数 00 001—27 643

书号 13010-01334 定价 3.00元

前 言

严导淦编的《物理学》一书(高等教育出版社出版),是我国高等学校用的一本函授教材(兼作高等教育自学参考书),并被国家教育委员会推荐为职工大学的借用教材之一。

函授学生和自学读者主要是通过自学教材来获得知识的。由于每个读者的具体情况不同,自学的效果也不一样。为了帮助读者提高自学效果,我们从读者的自学特点和实际情况出发,在总结函授教学和自学规律的基础上,根据各地函授师生和广大自学读者的需求,配合上述教材编写了本书。本书旨在使读者更好地理解 and 掌握教材的基本内容,提高分析问题和解决问题的能力。

本书的内容和各部分的使用方法在“本书使用说明”中介绍。

本书由阜新矿业学院史久根(第一至第八章)和大连海运学院王金焕(第九至第二十章)编写。

本书承南京工学院马文蔚副教授审订,最后由同济大学严导淦副教授定稿。天津大学杨仲著教授对本书的编写给予了热情的关注和指导。几年来在本书的试用过程中,全国有关函授院校和职工大学的师生对本书内容提出了许多宝贵意见,在此一并表示真挚的谢意。

由于编写时间仓促,编者水平有限,书中难免有很多缺点和错误,请读者批评指正。

编 者

1985年2月

本书使用说明

要想学好物理课程,必须认真细致地阅读教材,特别是函授学生和自学读者,更应如此。阅读教材时可以结合本书进行学习。本书配合严导淦编的《物理学》函授教材(以下简称“教材”),向读者指出各章的重点和难点,引导读者去钻研教材,加深对教材内容的理解,提高分析问题和解决问题的能力。但是必须指出,不能用本书代替教材,更不能代替读者个人的刻苦钻研和勤学苦练。要想学习上有所收获,必须付出艰辛的劳动。

本书由“解题指导”、“习题和思考题选解”及“补充题”等三个部分组成。每一部分都是按教材中各篇、章的顺序编排的。它们的具体内容和使用方法简介如下:

第一部分 解 题 指 导

这一部分的内容总的说来是帮助读者更好地理解 and 掌握教材中各章的基本内容,能够更熟练地运用基本理论来解决物理习题和问题。每一章的解题指导包含如下三个内容:

1. 复习框图

对于初学者说来,读完每一章内容以后,往往感到所学的知识不完整、不系统、不连贯。为了帮助读者解决这个问题,特将各章的主要内容分别汇编成框图。在复习框图中,用箭号指出全章各部分知识之间的逻辑联系。读者在学完每章内容后,借此进行复习,可以一目了然地了解主次,掌握知识的来龙去脉和它们之间的内在联系。

2. 重点内容的解题示例

函授学生和自学读者在学习大学普通物理课程的过程中,常常感到教材似乎看懂了,但一旦动手解题时,就觉得困难重重,无从入手。特别是在考试时,只要题目稍稍变样,就感到束手无策。针对这种情况,我们挑选了一些比较典型和比较综合的题目作为例题,从分析、对比、概括中总结出解题方法,指出解题时所应注意的问题。这样,不但能使读者在解同类题目时有所遵循,并且还能触类旁通,应用已学到的解题方法去解其他的问题。

建议读者在看懂教材,并做过一部分比较简单的习题后再来阅读这一部分内容。然后再进一步去解一些比较复杂的习题。经过这样的反复练习,逐步深入,是不难在解题时做到得心应手的。

3. 练习

有的读者由于不了解大学普通物理课程的性质和特点,不重视物理概念的学习;有的读者虽然深感搞清物理概念的重要性,但又常常因为不知如何钻研教材而理解不深。根据这一情况,我们特地选了一些富有启发性的题目(以思考题为主),并以程序练习方式来引导读者钻研教材。一道大题包含了一系列小题,这些小题化难为易,循序渐进,步步深入,有助于读者消化理论,澄清模糊认识,开拓思路,提高逻辑思维能力,激发起学习兴趣和求知欲望。

希望读者在粗读教材的基础上来解这些练习题。为了使每道练习题都能发挥最大的效用,

我们特地把问题写在左栏,将解答写在右栏。练习时,用一张白纸将右栏遮住,先将你认为正确的解答记在这张白纸上,然后移开白纸,进行核对。如果你的解答正确,就继续练习下一个问题。如果你的解答不正确,应该找出问题所在,反复钻研教材,直到完全弄懂为止,然后再往下解题。如果暂时弄不清楚,就把问题记下来,请辅导老师帮助解决。

第二部分 习题和思考题选解

函授学生和自学读者在解题过程中常常会因各种困难得不到及时解决而感到苦恼,这不但会影响学习进度,严重一些的甚至还会丧失学习信心。为了帮助读者克服困难,我们选取严导淦编《物理学》教材中一些典型题和难度较大的题作出解答。有的给出全解,有的给出部分解答,另有一些题只给出适当的提示,让读者自入胜境。

读者在使用“选解”之前,一定要在钻研教材的基础上独立做题,实在做不出来的时候再参阅“选解”,切忌不勤于思索和动手而单纯依赖题解。此外,还要注意,我们所提供的解法不一定是最佳的,读者不应受其束缚。

第三部分 补 充 题

这部分题目可供函授院校和职工大学的教师选作测验作业题或面授时的例题和课堂练习题,也可作为平时作业的补充题,供学有余力的读者选用。

目 录

前 言	1	本书使用说明	1
-----------	---	--------------	---

第一部分 解题指导

第一章 质点运动学	1	一、复习框图	63
一、复习框图	1	二、重点内容的解题示例	63
二、重点内容的解题示例	1	三、练习	67
三、练习	5	第九章 静电学	72
第二章 质点动力学的基本定律	11	一、复习框图	72
一、复习框图	11	二、重点内容的解题示例	73
二、重点内容的解题示例	11	三、练习	80
三、练习	14	第十章 电流	90
第三章 动量守恒定律和机械能守恒定律	20	一、复习框图	90
一、复习框图	20	二、重点内容的解题示例	91
二、重点内容的解题示例	20	三、练习	94
三、练习	25	第十一章 稳恒电流的磁场	99
第四章 刚体的转动	29	一、复习框图	99
一、复习框图	29	二、重点内容的解题示例	100
二、重点内容的解题示例	29	三、练习	105
三、练习	31	第十二章 电磁感应	114
第五章 机械振动	36	一、复习框图	114
一、复习框图	36	二、重点内容的解题示例	114
二、重点内容的解题示例	36	三、练习	120
三、练习	39	第十三章 电磁场与电磁波	124
第六章 机械波	46	一、复习框图	124
一、复习框图	46	二、重点内容的解题示例	124
二、重点内容的解题示例	46	三、练习	128
三、练习	50	第十四章 几何光学基本知识	133
第七章 气体分子运动论	56	复习框图	133
一、复习框图	56	第十五章 光的干涉	134
二、重点内容的解题示例	56	一、复习框图	134
三、练习	58	二、重点内容的解题示例	134
第八章 热力学基础	63	三、练习	137
		第十六章 光的衍射	142

一、复习框图	142	三、练习	154
二、重点内容的解题示例	142	第十九章 原子物理学简介	157
三、练习	144	一、复习框图	157
第十七章 光的偏振	147	二、重点内容的解题示例	158
一、复习框图	147	三、练习	159
二、重点内容的解题示例	147	第二十章 原子核物理学简介	162
三、练习	148	一、复习框图	162
第十八章 光的量子性	152	二、重点内容的解题示例	162
一、复习框图	152	三、练习	164
二、重点内容的解题示例	153		

第二部分 习题和思考题选解

I. 习题选解

第0编 预备知识	166
第一编 力学的物理基础	167
第二编 机械振动和机械波	193
第三编 气体分子运动论和热力学基础	205
第四编 电磁学	212
第五编 光学	244
第六编 原子物理学和原子核物理学简介	250

II. 思考题选解

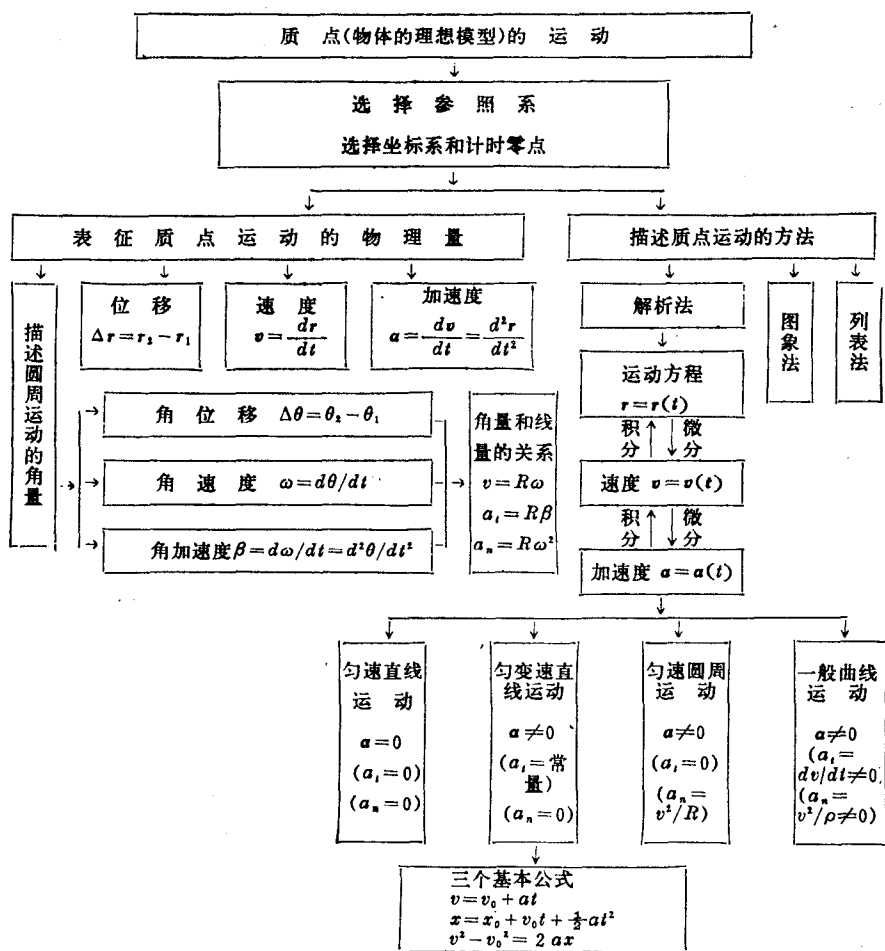
第0编 预备知识	252
第一编 力学的物理基础	254
第二编 机械振动和机械波	263
第三编 气体分子运动论和热力学基础	267
第四编 电磁学	271
第五编 光学	279
第六编 原子物理学和原子核物理学简介	282

第三部分 补充题

第一部分 解题指导

第一章 质点运动学

一、复习框图



二、重点内容的解题示例

求解运动学习题的基本任务是:(1) 从已知的质点运动方程确定质点的轨道,并求导得出速度和加速度的表达式;(2) 从已知质点的速度、加速度的表达式积分,得出它的运动方程及其轨道方程。

求解运动学习题的基本方法主要是解析法。在求解过程中，由于矢径、位移、速度、加速度等表征质点运动的物理量都是矢量，因此往往需用矢量的分解和合成的法则来处理。值得指出即使是较简单的匀变速直线运动和匀速圆周运动问题，也要求从“矢量性”出发来考虑。这样，才能体现出读者在解题能力和概念的理解等方面比在中学学习物理时有所提高。

例题 1-1 已知质点的运动方程为

$$x = 2t \quad (1)$$

$$y = 2 - t^2 \quad (2)$$

式中各量用国际单位制。

- (1) 试导出质点的轨道方程，并图示质点运动的轨迹；
- (2) 计算 $t_1 = 1\text{ s}$ 和 $t_2 = 2\text{ s}$ 时质点的矢径，并计算 1 s 到 2 s 之间质点的位移；
- (3) 计算质点在 2 s 末时的速度；
- (4) 计算质点的加速度，并说明质点作什么运动？

解 (1) 消去已知运动方程组中的时间 t ，即可求得轨道方程。从式(1)得

$$t = x/2$$

将上式代入式(2)，得

$$y = 2 - (x/2)^2 = 2 - x^2/4 \quad (3)$$

这就是质点的轨道方程。根据这个方程可得下列表示质点位置的坐标值

$$x(\text{m}) = 0, 1, 2, 2.83, 3, 4, \dots$$

$$y(\text{m}) = 2, 1.75, 1, 0, -0.25, -2, \dots$$

由上述数据可画出如图 1-1 所示的质点运动轨迹。显然这轨迹是一条抛物线。

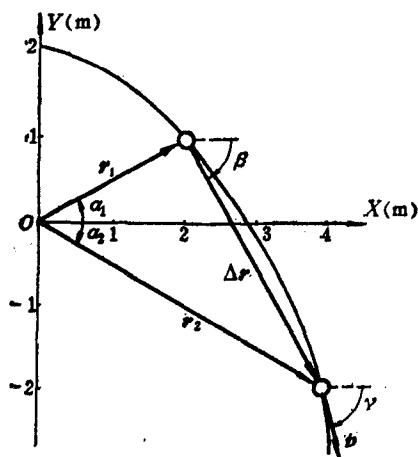


图 1-1

(2) 将 $t_1 = 1\text{ s}$ 和 $t_2 = 2\text{ s}$ 分别代入已知运动方程(1)、(2)，可得

$$x_1 = 2\text{ m}$$

$$y_1 = 1\text{ m}$$

$$x_2 = 4\text{ m}$$

及

$$y_2 = -2 \text{ m}$$

所以质点在 $t_1 = 1 \text{ s}$ 时的矢径 r_1 的大小和方向分别为

$$|r_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{(2 \text{ m})^2 + (1 \text{ m})^2} = 2.24 \text{ m}$$

$$\alpha_1 = \arctg(y_1/x_1) = \arctg(1 \text{ m}/2 \text{ m}) = 26^\circ 34'$$

同理,质点在 $t_2 = 2 \text{ s}$ 时的矢径 r_2 的大小和方向分别为

$$|r_2| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \sqrt{(4 \text{ m})^2 + (-2 \text{ m})^2} = 4.47 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = \arctg(y_2/x_2) = \arctg(-2 \text{ m}/4 \text{ m}) = -26^\circ 34'$$

又因为

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4 \text{ m} - 2 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = -2 \text{ m} - 1 \text{ m} = -3 \text{ m}$$

所以 1 s 到 2 s 之间质点位移 Δr 的大小和方向分别为

$$|\Delta r| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2 \text{ m})^2 + (-3 \text{ m})^2}$$

$$= 3.6 \text{ m}$$

$$\beta = \arctg(\Delta y/\Delta x) = \arctg(-3 \text{ m}/2 \text{ m})$$

$$= -56^\circ 19'$$

(3) 为了计算质点的速度,可将运动方程(1)、(2)分别对时间 t 求导,得出

$$v_x = 2, \quad v_y = -2t \quad (4)$$

以 $t = 2 \text{ s}$ 代入,得

$$v_{2x} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{2y} = -4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

所以质点在 2 s 末时的速度 v_2 的大小和方向分别为

$$|v_2| = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{(2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 + (-4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}$$

$$= 4.47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\gamma = \arctg(v_{2y}/v_{2x}) = \arctg(-4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}/2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$= -63^\circ 26'$$

(4) 再对式(4)的 v_x 、 v_y 求导,即得加速度的两个分量

$$a_x = 0, \quad a_y = -2 \quad (5)$$

所以质点加速度的值 $|a| = a_y = -2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (负号表示加速度的方向沿着 Y 轴的负向)。

因为加速度是常量,所以质点作匀变速曲线运动。

说明 由本例可见,一旦给出质点的运动方程,就可获得有关运动的许多信息。

例题 1-2 设有一质点沿 X 轴的正方向作直线运动,它的加速度的方向与速度方向相反(图 1-2),其大小与速度的大小成正比,即

$$a = -kv$$

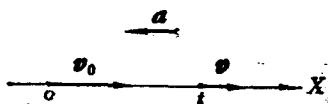


图 1-2

式中 k 为常量。如果质点的初速度为 v_0 , 且从坐标原点出发, 试导出质点的速度表达式和运动方程。

解 本题已知加速度表达式和初始条件, 因此可用积分法来求出 $v=f(t)$ 和 $x=f(t)$ 的具体形式。

按加速度定义 $a=dv/dt$, 而在直线运动中, 上式可写成 $a=dv/dt$, 所以

$$\frac{dv}{dt} = -kv \quad \text{或} \quad \frac{dv}{v} = -k dt$$

因为 $t=0$ 时, $v=v_0$, 并设 $t=t$ 时, $v=v$, 所以有

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -k \int_0^t dt$$

积分结果可得

$$\ln(v/v_0) = -kt \quad \text{或} \quad v/v_0 = e^{-kt}$$

因此

$$v = v_0 e^{-kt}$$

此式表明速度值随时间作指数衰减。因此要使质点静止下来, 从理论上来说, 需要无限长的时间。实际上, 当 $t=3/k$ 时, $e^{-kt} = e^{-3} \approx 0.05$, 此时质点的速度值 $v=0.05 v_0$, 就已经是很小的了。

又因为 $v=dx/dt$, 所以有

$$\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$$

已知 $t=0$ 时, $x=0$, 并设 $t=t$ 时, $x=x$, 则

$$\int_0^x dx = v_0 \int_0^t e^{-kt} dt$$

于是得

$$x = -\frac{v_0}{k} \left[e^{-kt} \right]_0^t = \frac{v_0}{k} (1 - e^{-kt})$$

这一结果表明, 从理论上说, 经过无限长时间, 质点的位移值才能达到 v_0/k 。实际上, 当 $t=3/k$ 时, $x = \frac{v_0}{k} (1 - 0.05) = 0.95 \frac{v_0}{k}$, 就已达到极限值的 95% 了。因此, 一般认为 $t \geq 3/k$ 时, 位移差不多已达极限值 v_0/k 。

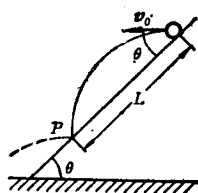
例题 1-3 设一球沿水平方向, 以大小为 $v_0=9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速度从倾角 $\theta=45^\circ$ 的斜面上弹出, 然后又落到斜面上, 如图 1-3(a) 所示。求弹出点到落点之间的距离 L 为多少?

解 可以认为小球以初速 v_0 作平抛运动, 以抛出点为原点 O 选取坐标系如图 1-3(b) 所示, 则落点 P 的矢径的大小就等于 L , 即 $|\mathbf{r}| = L$ 。

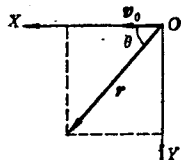
根据平抛运动的性质, 可列出如下方程

$$x = v_0 t$$

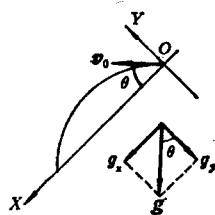
$$y = \frac{1}{2} g t^2$$



(a)



(b)



(c)

图 1-3

因为 $\theta = 45^\circ$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, 所以有 $x = y$, 即

$$v_0 t = \frac{1}{2} g t^2$$

得

$$t = 2 v_0 / g$$

因此

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2 x^2} = \sqrt{2} v_0 t = 2 \sqrt{2} v_0^2 / g \\ &= 2 \sqrt{2} \times (9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 / 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 27.72 \text{ m} \end{aligned}$$

另解 选取坐标系 OXY 如图 1-3 (c) 所示。由于重力加速度 g 在 X 方向上有分量 $g_x = g \sin \theta$, 故质点沿着 X 轴的正向作匀加速直线运动, 其运动方程为

$$x = v_0 (\cos \theta) t + \frac{1}{2} (g \sin \theta) t^2 \quad (1)$$

同时, 质点沿着 Y 轴正向作加速度为 $g_y = -g \cos \theta$ 的匀减速直线运动, 其运动方程为

$$y = v_0 (\sin \theta) t - \frac{1}{2} (g \cos \theta) t^2 \quad (2)$$

因为落地处 $y = 0$, 又由题设 $\theta = 45^\circ$, 所以由式(2)有

$$t = 2 v_0 / g \quad (3)$$

将式(3)代入式(1), 经过运算, 最后可得

$$L = x = 27.72 \text{ m}$$

与第一种解法的结果一致。

小结 从上面所举的三道例题可以看出, 求解运动学习题时, 大体上应遵循下列的解题程序和方法:

1. 解题时必须根据质点(研究对象)的运动情况或条件, 选定合适的参照系①, 并建立适当的坐标系, 即使是直线运动也应这样做。

2. 矢量合成和分解的解析法非常有用, 应该熟练掌握。例如在求解曲线运动问题时, 可以把曲线运动分解为两个或三个互相垂直的直线运动, 然后求解。

3. 凡是根据已知的运动方程求速度和加速度的题目可用微分法。反之, 根据已知速度和加速度求运动方程的题一般可用积分法。

三、练习(右栏为答案)

(一)试回答下列问题:

① 除另作说明外, 通常都是以地面为参照系。

1. 汽车沿直线行驶的运动过程如 $v-t$ 图 (图 1-4) 中的折线 OAB 和 CDE 所示。

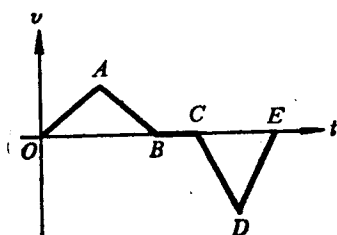


图 1-4

其中 $\triangle OAB$ 和 $\triangle CDE$ 的面积相等。问：

- (1) 在 $\overline{OB}$ 和 $\overline{CE}$ 所代表的两段时间内, 汽车运动的方向和加速度的方向有无变化?
- (2) 线段 BC 及 CD 各表示什么运动情况?
- (3) 汽车经历的路程和位移各等于什么?

(1) 在 $\overline{OB}$ 这段时间内, 速度 $v > 0$, 方向不变, 但加速度 a 的方向有变化。在 OA 所对应的时间内, 汽车加速, $a > 0$, 所以 v, a 同向。在 AB 所对应的时间内, 汽车减速, $a < 0$, 所以 v, a 反向。

在 $\overline{CE}$ 这段时间内, 速度 $v < 0$, 方向不变, 但加速度 a 的方向也有变化, 读者可以自己推断在 CD 所对应的时间内, v, a 同向, 在 DE 所对应的时间内, v, a 反向。

(2) 在对应于 BC 这段时间内, $v = 0$, 表示汽车静止。 CD 线段则表示汽车作与原运动方向相反的匀加速直线运动。

(3) 汽车经历的路程在数值上等于 $\triangle OAB$ 和 $\triangle CDE$ 的面积之和。由于这两块面积相等, 且一正一负, 所以整个行程中汽车的位移为零。

2. 今有一球从六层高楼的楼顶开始作自由落体运动。试说明: 位于楼顶, 四层楼和地面上的不同观察者是否可以对该球写出不同的运动方程? 如果以相对于球为静止的参照系来观察, 则运动方程又将如何?

可以写出不同的运动方程。

位于楼顶的观察者, 以开始落下点为坐标原点 O , 竖直向下为坐标轴 OY 的正向 (图 1-5), 并取开始运动时间 $t = 0$, 则可以写出运动方程:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

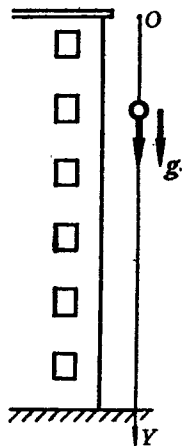


图 1-5

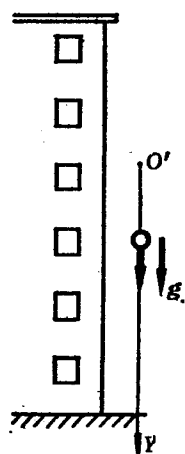


图 1-6

位于四层楼的观察者, 可以将球看作是以

初速 v_0 通过观察点的竖直下抛运动。若以观察点为坐标原点 O' ，竖直向下为坐标轴 $O'Y$ 的正向(图1-6)，并取通过观察点的时刻为 $t=0$ ，则可得

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

在地面上的观察者，若取落地点为坐标原点 O'' ，竖直向上为坐标轴 $O''Y$ 的正向(图1-7)，并设开始落下点离地面的高度为 y_0 ，开始下落时为计时起点(即 $t=0$)，那么球的运动方程为

$$y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

从以上的讨论可知对同一质点的运动，由于选取不同的坐标系和不同的计时零点，写出的运动方程也不同。

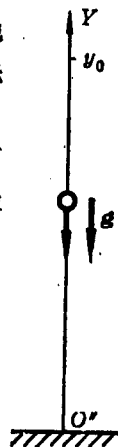


图 1-7

如果以相对于球为静止的参照系来观察，则球的运动方程为

$$y = 0$$

3. 下雨时，有人坐在车内观察车外雨滴的运动。试说明当车从初速为零开始，以加速度 a 沿水平轨道向右作匀加速直线运动时，他所观察到的雨滴轨道。设雨滴相对于地面以速率 u 匀速直线下落。

以车为参照系，观察点为坐标原点 O ，作坐标系 OXY ，如图1-8所示，并以雨滴通过观察点开始计时，则因车中乘客与车一起运动，

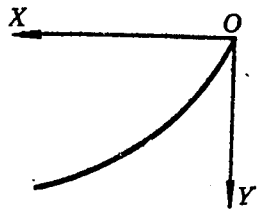


图 1-8

看到雨滴在下落时向后退，这说明雨滴同时参与了两个互相垂直的直线运动，即

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

$$y = u t$$

所以雨滴的轨道方程为

$$x = \frac{a}{2u^2} y^2$$

其轨迹是一条抛物线(图1-8)。

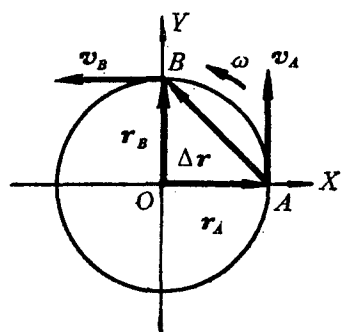


图 1-9

(二)一质点在水平面内以角速度 ω 作半径 $r=1\text{ m}$ 的匀速圆周运动,如图 1-9 所示。设质点由 A 点到 B 点历时 1 s ,试回答下列问题:

1.根据图 1-9,试说明量 Δr 和 Δr 是否相等?	不相等。 $\Delta r = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = 1\text{ m} - 1\text{ m} = 0;$ $ \Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = \sqrt{r_A^2 + r_B^2} = \sqrt{(1\text{ m})^2 + (1\text{ m})^2} = 1.41\text{ m}.$
2.质点在这 1 秒钟内平均速率和平均速度的大小是否相等?	不相等。 $\text{平均速率 } v' = \frac{\widehat{AB}}{\Delta t} = \frac{2\pi \times 1\text{ m} \times 1/4}{1\text{ s}} = 1.57\text{ m}\cdot\text{s}^{-1};$ 平均速度的大小 $\bar{v} = \frac{ \Delta \mathbf{r} }{\Delta t} = \frac{1.41\text{ m}}{1\text{ s}} = 1.41\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
3.质点的瞬时速率 v 为什么就是瞬时速度的大小 $\mathbf{v}$? 该质点的瞬时速率多大?	根据定义: $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\widehat{AB}}{\Delta t} \text{ 和 } \mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overline{AB}}{\Delta t}, \text{ 在 } \Delta t \rightarrow 0 \text{ 时,}$ $\widehat{AB} \approx \overline{AB}, \text{ 所以 } v = \mathbf{v} .$ 该质点的瞬时速率为 $1.57\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
4.该质点在这 1 秒钟内的 Δv 和 $\Delta \mathbf{v}$ 是否相等? 试算出它们的值。	不相等。因为质点作匀速圆周运动,速度的大小不变,所以 $\Delta v = 0$。但是,由于速度的方向要变,所以 $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A \neq 0$, $\Delta \mathbf{v}$ 也不为零。根据图 1-10 可知 $ \Delta \mathbf{v} = \sqrt{v_A^2 + v_B^2} = \sqrt{(1.57\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 + (1.57\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2} = 2.22\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

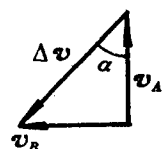


图 1-10

5. 试算出该质点的瞬时加速度 a 。

根据匀速圆周运动的性质, 质点的 $\Delta v = 0$, 所以切向加速度 a_t 为零, 但法向加速度 a_n 不为零。因此

$$|a| = a_n = v^2/r = (1.57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2/1\text{m} \\ = 2.46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

a 的方向沿着半径指向圆心。

6. 如果将该质点的运动看作是沿 X 轴和沿 Y 轴两个分运动所合成的运动, 试写出两个分运动的运动方程, 并进一步用单位矢量 i 和 j 来表示质点在时刻 t 的位置矢量 r 。

设 $t=0$ 时, $\theta=0$, 则如图1-11所示, 质点在时刻 t 的位置(相应的角坐标为 $\theta=\omega t$)可以用 r 在 X 、 Y 轴上的投影 x 、 y 表示, 它们的表达式如下:

$$x = r \cos \theta = r \cos \omega t$$

$$y = r \sin \theta = r \sin \omega t$$

所以

$$r = r \cos \omega t i + r \sin \omega t j$$

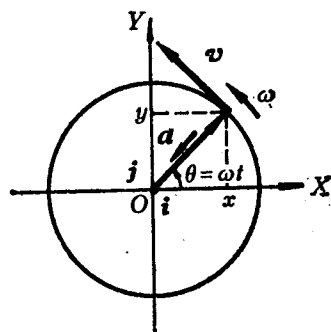


图 1-11

7. 根据上一问题所得的结果, 试导出速度 v 的矢量表达式, 并证明 $v = \omega r$

因为

$$v_x = dx/dt = -\omega r \sin \omega t$$

$$v_y = dy/dt = \omega r \cos \omega t$$

所以

$$v = -\omega r \sin \omega t i + \omega r \cos \omega t j$$

及

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$= \sqrt{\omega^2 r^2 \sin^2 \omega t + \omega^2 r^2 \cos^2 \omega t} = \omega r$$

8. 根据上一问题所得的结果, 试导出加速度 a 的矢量表达式, 并证明 a 的方向沿着半径指向圆心。

因为

$$a_x = dv_x/dt = -\omega^2 r \cos \omega t$$

$$a_y = dv_y/dt = -\omega^2 r \sin \omega t$$

所以