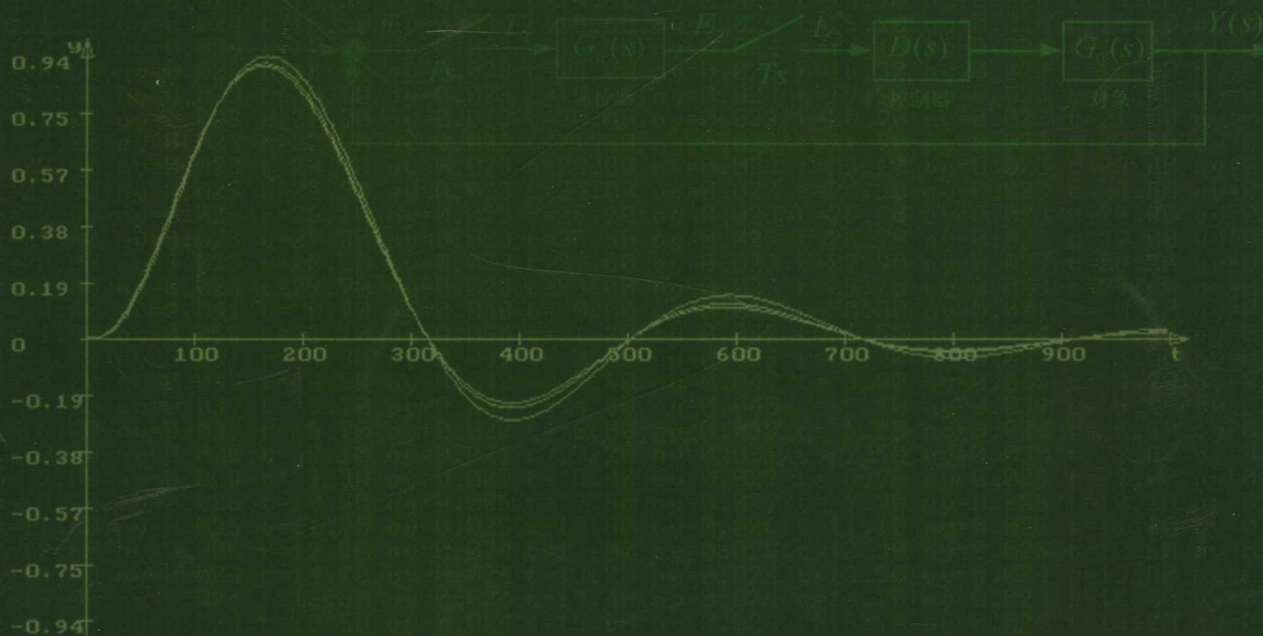


控制系统 数字仿真技术

韩 璞 罗 毅 编著
周黎辉 刘长良 董 泽



中国电力出版社
www.infopower.com.cn

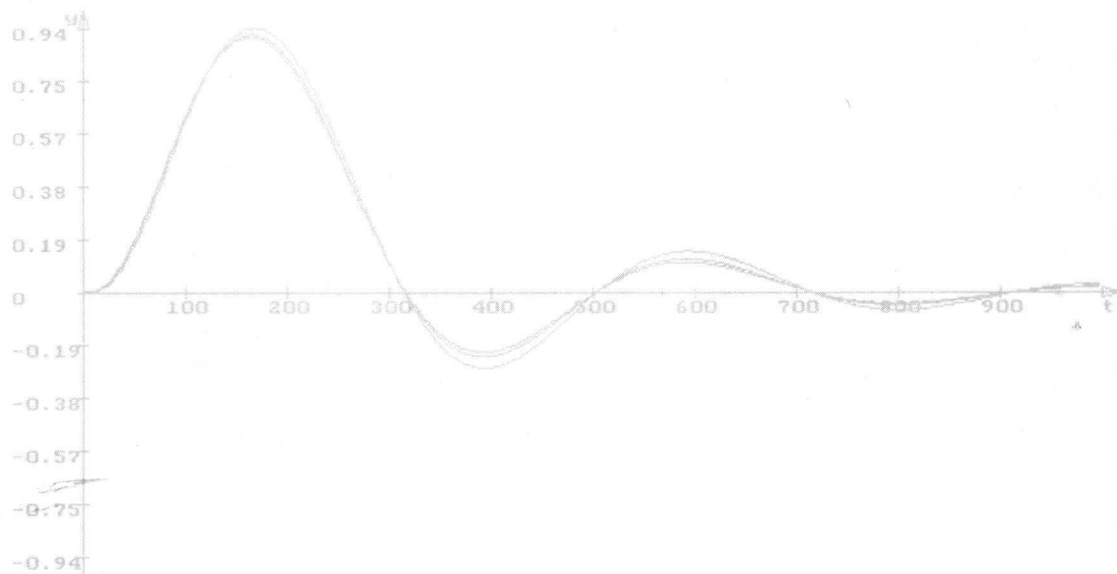
TP273

435

2007

控制系统 数字仿真技术

韩 璞 罗 毅 编著
周黎辉 刘长良 董 泽



中国电力出版社

www.infopower.com.cn

内 容 简 介

本书较为系统地介绍了控制系统的数字仿真原理及程序设计方法。对专用仿真程序设计、通用仿真程序设计、数字控制系统仿真程序设计、面向对象的仿真程序设计、实时仿真技术和快速数字仿真算法都作了专门的论述；为方便有电力行业背景的读者阅读，对火电厂热力设备及系统的数学模型也作了详细的介绍；为了使数字仿真技术用于控制系统分析，详细地介绍了经典控制理论分析方法的数字仿真算法；作为仿真应用的例子，介绍了自动控制系统参数优化的方法；提供了书中主要内容的程序清单；每章附有习题供读者参考。

本书通用性和实用性较强，适用于仿真技术的初学者学习，对仿真技术有一定基础的技术人员也有参考价值。本书可作为高等学校计算机仿真课程的教材和工程技术人员的工作参考书。

图书在版编目（CIP）数据

控制系统数字仿真技术 / 韩璞等编著. —北京：中国电力出版社，2007
ISBN 978-7-5083-5662-4

I. 控… II. 韩… III. 控制系统—数字仿真 IV. TP271

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第091732号

责任编辑：孙 芳

责任校对：崔燕菊

责任印制：李文志

书 名：控制系统数字仿真技术

编 著：韩璞 罗毅 周黎辉 刘长良 董泽

出版发行：中国电力出版社

地址：北京市三里河路6号 邮政编码：100044

电话：（010）68362602 传真：（010）68316497

印 刷：北京丰源印刷厂

开本尺寸：185mm×260mm 印 张：15.5 字 数：374千字

书 号：ISBN 978-7-5083-5662-4

版 次：2007年8月北京第1版

印 次：2007年8月第1次印刷

印 数：0001—3000册

定 价：25.00元

敬 告 读 者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前 言

计算机仿真以系统辨识、控制理论、计算方法和计算机技术为基础的一门综合性很强的科学技术。它是随着计算设备和计算方法的发展而发展的。从第一台数字计算机的出现到现在已有 60 余年的历史,因此,数字仿真技术的历史有 60 余年了。在这 60 余年里,数字计算机发生了翻天覆地的变化,特别是在 20 世纪 80 年代初微型计算机的出现以来,使得数字仿真技术在各个领域得到了前所未有的应用。现在计算机仿真技术课程已经是自动化及其相关专业的一门主要课程。

本书是在作者 1996 年编著的《自动控制系统数字仿真》一书的基础上改编、扩充而成的。书中的第 1 章介绍了仿真的基本概念、发展及其应用;第 2 章介绍了控制系统数学模型的描述方法;第 3 章讲述了基于离散相似法的连续系统的数字仿真方法,并根据作者多年的经验,给出了计算步距和仿真时间的选择方法;第 4 章用离散相似法的理论讨论了各种数值积分公式,从而揭示了数值积分法在数字仿真中的内在意义;第 5 章讨论了数字控制系统的数字仿真方法,对在数字控制系统的数字仿真中所遇到的特殊问题进行了详细论述;第 6 章对火电厂热力设备及系统的数学模型的建立方法作了详细的论述,以方便有电力行业背景的读者;第 7 章介绍了面向对象的数字仿真技术;第 8 章详细介绍了面向微分方程和面向系统方框图的通用仿真程序的设计方法,以利于读者了解各种通用仿真软件的编制原理及方法,据此,读者也可自行编制所需的通用仿真软件;第 9 章介绍了多种快速数字仿真算法,以利于实时仿真时使用;第 10 章讲述了实时仿真技术;第 11 章详细地介绍了经典控制理论分析方法的数字仿真算法,以利于控制系统计算机辅助设计软件的设计;第 12 章作为仿真应用的例子,论述了自动控制系统参数优化的方法,结合实例,给出了传统的和智能的多种最优化算法。

本书注重理论联系实际,许多材料来自笔者多年的教学和实践,其中例题及习题大都选自笔者所遇到的实际问题。为方便读者编制仿真程序,书中提供了主要内容的程序清单。为了兼顾大多数读者,程序设计采用通用的 C 语言。

本书按仿真设计步骤循序渐进编写,也兼顾了通用性及实用性,对于初编仿真程序可能遇到的困难问题也都作了重点论述,所以较适用于仿真技术的初学者,较适合作为自动化及其相关专业各类学生的教材,并供从事自动控制工作的工程技术人员参考。

本书的第 1、2、3、4、5、10 章由韩璞教授编写,第 9、12 章由罗毅副教授编写,第 7、8 章由周黎辉副教授编写,第 6 章由刘长良教授编写,第 11 章由董泽副教授编写。全书由韩璞教授统稿。

在本书的编写过程中,硕士研究生毛新静、林琛、岳中石、孔令冲参与了书中部分程序的编制与调试,在此表示衷心的感谢。

书中部分内容引用了国内外专家学者的论文和著作，在书中的参考文献中都已列出，在此谨向他们致以诚挚的谢意。

限于作者水平，加之书中的仿真算法公式推导是作者所创，所以书中的公式推导可能欠严谨，论述方面可能有片面性，错误之处诚望读者批评指正。

作 者

2007 年 4 月

目 录

前 言

第 1 章 绪论	1
1.1 仿真的基本概念	1
1.2 计算机仿真的过程	2
1.3 仿真的分类	3
1.4 仿真的发展及应用	4
第 2 章 控制系统的数学模型	6
2.1 连续系统数学模型的一般描述	6
2.2 采样控制系统的数学模型	8
2.3 非线性系统的数学模型	8
2.4 微分方程、传递函数、状态方程之间的转换	10
习题	18
第 3 章 连续系统的数字仿真——离散相似法	20
3.1 连续系统的离散化	20
3.2 离散系统差分方程的求取	25
3.3 连续系统数字仿真程序结构	34
3.4 典型非线性环节的仿真程序设计	42
3.5 关于采样周期(计算步距)和仿真时间的选择	47
习题	54
第 4 章 连续系统的数字仿真——数值积分法	56
4.1 欧拉法	56
4.2 梯形法	57
4.3 龙格-库塔(Runge-Kutta)法	61
4.4 阿达姆斯(Adams)法	63
4.5 非线性系统数值积分公式	69
4.6 关于数字仿真计算的稳定性分析	72

4.7 连续系统数字仿真小结	74
习题	74
第 5 章 数字控制系统的数字仿真	76
5.1 数字控制系统的构成	76
5.2 数字控制系统的数字仿真程序设计	77
习题	86
第 6 章 火电机组热工过程建模与仿真	88
6.1 火电机组热工过程数学模型概述	88
6.2 火电机组热工过程建模的基本假设及依据	89
6.3 火电机组热工过程建模与仿真	91
习题	116
第 7 章 面向对象的仿真技术	118
7.1 什么是面向对象方法	118
7.2 面向对象的设计思想	119
7.3 面向对象的主要术语	122
7.4 面向对象方法的主要技术	124
7.5 面向对象程序设计过程	126
7.6 控制系统的面向对象设计举例	126
7.7 小结	130
第 8 章 通用数字仿真程序设计	131
8.1 概述	131
8.2 面向微分方程的通用仿真程序	132
8.3 面向控制系统方框图的通用仿真程序	139
8.4 基于结构化方法设计的通用仿真程序	143
8.5 人-机交互界面	146
8.6 控制系统计算机辅助工程 CAE2000 软件	149
习题	156
第 9 章 快速数字仿真算法	157
9.1 替换法	157
9.2 根匹配法	163
9.3 时域矩阵法	165
9.4 增广矩阵法	169
习题	171

第 10 章 实时仿真技术.....172

10.1 概述172

10.2 实时仿真算法172

10.3 实时仿真程序设计176

第 11 章 经典控制理论分析方法的数字仿真.....178

11.1 基于经典控制理论的系统分析.....178

11.2 根轨迹的绘制182

11.3 开环频率特性的绘制.....188

11.4 CAE2000 控制理论辅助分析功能简介190

习题194

第 12 章 数字仿真在控制系统参数优化中的应用.....195

12.1 系统仿真与参数优化.....195

12.2 单变量寻优技术.....205

12.3 多变量寻优技术.....209

习题234

参考文献.....235

第 1 章 绪 论

1.1 仿真的基本概念

仿真的事例每天都在我们身边发生。例如，当我们每天早晨起床的时候，在我们的大脑中总要预想一下在我们周围将要发生的事情：今天将要遇到什么事、什么人，将怎样处理这些事情。这一想像过程会使我们更有效地处理遇到的各种情况。

上述的过程包含了仿真的全部过程。在大脑中设想出的人和事，就是一个建立模型的过程，上述模型可叫做“精神模型”。接下去设想出的处理这些人和事的过程就是一个仿真行为。从此例中可以看出，仿真包括两大过程：建模和仿真。

建模和仿真是人类处理实际问题的有效方法，它和人类历史同时存在。人们总是用“精神模型”去更好地了解实际，去做计划，去考虑各种可能性，去与其他人交换思想，去制订某些想法的行动计划，或去证实某些不能实现的想法。

甚至几千年前，人们制造船舶和机械设备时，也是先用一个小的船舶或机械设备的模型进行试验。儿童的玩具总是离不开真实世界的仿真，这些玩具通常是人、动物、物体和交通工具的模型。这里所说的船舶、机械设备、儿童玩具的模型，即所谓物理模型。物理模型是与被仿真对象几何相似的实物。

下面再看一个仿真的例子。

【例 1.1】 求一个从静止状态中以加速度 a 开始直线运行的卡车的运动规律。

解 根据题意，不难得到卡车运动的微分方程及其初始条件为

$$\ddot{S}(t) = a \quad (1-1)$$

$$\dot{S}(0) = 0$$

$$S(0) = 0$$

解得

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 \quad (1-2)$$

式中： $s(t)$ 为卡车离起始点的距离，它是时间 t 的函数。根据式 (1-2) 即可得到任意时刻卡车离起始点的距离。

在该例中得到的卡车运动模型式 (1-1) 为一数学表达式，所以称之为数学模型。

上述的三种模型：精神模型、物理模型、数学模型，概括了仿真中的所有模型。精神模型仅仅是一个思维过程，在很大程度上并不严密，它只能给出一个粗略的定性结论。在做仿真研究时，总是要把精神模型转化成物理模型或数学模型，即大脑中想像的船、卡车等用实物或数学方程来表达。这即是所要研究的建模过程。

利用物理模型进行仿真，叫做物理仿真。物理仿真的理论基础是相似理论，其必要条件

是几何相似。而且对于动态过程来说,还要满足各有关的相似准则数相等的条件。

利用数学模型进行仿真,叫做数学仿真。数学仿真实质上就是对该数学模型求解。如果用计算机来求解,就称为计算机仿真。采用不同类型的计算机进行仿真,构成了目前三种主要的仿真系统,即使用模拟计算机的模拟仿真,使用数字计算机的数字仿真及使用混合计算机的混合计算机仿真。

对于复杂系统,建立物理模型是比较困难的,有时是不可能的。由于其造价较高,精度较低,不适应数据变化,且开发周期长,所以应用较少。物理仿真主要用于不易求得系统数学模型的情况。而建立数学模型相对比较容易,造价低,开发周期相对较短,对于模型的修改有很强的适应能力。所以,数学仿真应用较广泛。在 20 世纪五六十年代,数字计算机造价很高,速度较慢,而模拟计算机速度快、造价低,所以那时模拟计算机应用比较广泛。但是模拟计算机精度低、逻辑功能差,根本无法满足大型系统仿真的需要。随着数字计算机的发展,在七八十年代,模拟计算机已逐渐被数字计算机所取代。所以今天所研究的仿真系统大都是数字仿真系统。

1.2 计算机仿真的过程

对任何系统进行仿真时,首先要求得它的数学模型。求数学模型有两种完全不同的方法,即“黑盒”法和“白盒”法。

1. “黑盒”法

所谓“黑盒”法,是对一个系统加入不同的输入(扰动)信号,观察其输出。根据所记录的输入、输出信号,用一个或几个数学表达式来表达这个系统的输入与输出关系,这种方法根本不去描述系统内部的机理和功能。对于火电厂的系统来说,经常用的“黑盒”法是“飞升曲线试验”法和“系统辨识”法。

2. “白盒”法

用“白盒”法求一个系统的数学模型,需要知道系统本身的许多细节,诸如这个系统由几个部分组成、它们之间怎样连接、它们相互之间如何影响等。这种方法不注重对系统过去行为的观察,只注重系统结构和过程的描述。对系统的机理有了详细的了解之后,才可能得到描述该系统的数学模型。对于火电厂的系统来说,所用的“白盒”法是根据“能量守恒”、“质量守恒”和“动量守恒”的原理建模的。关于此方法,在本书第 6 章将有详尽的论述。

把求系统数学模型的过程称为一次建模。得到系统的模型后,接下去的工作就是仿真。由于所得到的描述系统的数学表达式一般为微分方程、偏微分方程、代数方程和差分方程等形式,而数字计算机的算法语言大多数是不能直接求解微分方程和偏微分方程的,在对这些模型求解之前,必须把它们转换成用计算机算法语言所能描述的形式。我们把这个转换过程称之为二次建模。

随着数字计算机的快速发展,有些高级算法语言已能够直接求解微分方程,甚至偏微分方程(例如:MATLAB 语言^[10]),还有专门为仿真发展起来的语言,如 ESL-A^[11]、CSSL'S^[12]、SIMULINK^[13]、CAE2000^[3]等仿真语言。当使用这些语言对系统进行数字仿真时,二次建模的过程就不需要了。

当得到了能用计算机算法语言表达的模型后,接下去的任务是编制仿真程序。在 20 世纪

七八十年代大多是用 FORTRAN 语言编写仿真程序，而现在大多数时候是用 Visual C++ 语言编制仿真程序。

编制好仿真程序后，即可在计算机上运行。运行的结果可能是系统的响应数据或曲线。对于实时仿真系统来说，运行结果可能是仪表显示的变化，也可能是某些实际机构的动作。无论怎样，你必须验证认可这个仿真结果。只有当仿真设计者认可了仿真的必要条件，以及认为决定这些条件所进行的试验和验证工作满足要求以后，仿真工作人员才会认可该仿真程序。

综上所述，计算机仿真过程可分为四步，具体步骤如图 1.1 所示。

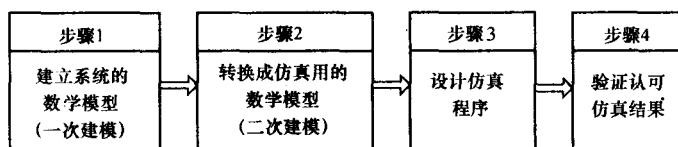


图 1.1 计算机仿真的步骤

1.3 仿真的分类

计算机仿真的分类方法很多。除上节提到的按使用的模型不同分为物理仿真和数学仿真，按使用的计算机类型不同分为模拟计算机仿真、数字计算机仿真、混合计算机仿真以外，还有下述两大分类法。

按所描述系统的类型来分可分为连续系统仿真和离散事件系统仿真。

连续系统是指其输出随时间连续变化的系统，它的输出在任何时刻或任何时间间隔都可测量到。在我们周围世界存在的系统大多数都是连续系统。例如，我们窗户外面的树是“连续地”存在的。在任何时刻或任何时间间隔，我们都可以去触摸它或给它拍照。离散事件系统则不同，其输出不随时间连续变化，它的输出仅能在一定的离散时间间隔中测量到。例如，当我们在一公共汽车站观察有多少人上公共汽车时，上车的人数不是随时间连续变化的，我们不能说在某一时刻有几人上车，仅能用在某一段时间（例如：上午 10 点到 11 点）有多少人上车这一概念来表达这个系统。对于连续系统，可以用微分的概念去表达在一个无穷小的时间间隔内，系统状态量的无穷小的变化。而离散事件系统需要用在某一离散时间间隔上系统状态量的有限差分来表达。火电厂生产过程中的各类系统都是连续系统。

按仿真试验时的时间标尺 τ 与实际时间标尺 t 之间的比例关系来分可分为实时仿真 ($\tau/t=1$) 和非实时仿真 ($\tau/t \neq 1$)。

实时仿真是指仿真时系统的响应速度与实际系统的响应速度一致。而非实时仿真则正好相反，非实时仿真时系统的响应速度与实际系统的响应速度不一致。当仿真时系统的响应速度大于实际系统的响应速度时，称之为超实时。反之，称之为慢实时。例如，我们经常看到的电影、电视画面，在绝大多数情况下都是实时的。银幕上画面中的人或动物的行走与我们实际中的一样。但有时摄影师为了增加戏剧效果，当利用“快镜头”时就是超实时，当利用“慢镜头”时就是慢实时。

实时仿真主要用在有实物参与仿真实验的情况下。因为在这种情况下，实物的响应速度既不能超实时，也不能慢实时。所以数学模型部分的计算速度无论怎样快，也必须等待实物

的响应,在某一点上达到响应时间一致。否则,将会导致错误的仿真结果。

还有许多其他仿真分类法,这里不再一一赘述。

1.4 仿真的发展及应用

计算机仿真技术是随着计算设备和计算方法的发展而发展的。解普通微分方程的数值方法是在 18、19 世纪发展起来的。天文学家用这种数值计算方法预测了 1913 年的哈雷慧星。但那时天文学家用的计算机是他本人,他们是依靠人工来测算慧星的运动轨道的。

Bush 的微分方程解算器是在 20 世纪 20 年代后期开发出来的,这是一台模拟计算机。使用机械部件完成解微分方程的计算,可以达到 3 位数字的精度。还有一个设备由 6 个机械的积分器串联组成,用来解算高阶微分方程,这个设备是由 Lord Kelvin 在 20 世纪 50 年代早期开发的。世界上的许多研究者也开发了许多类似的微分方程解算器,其中最大的一台由 18 个积分器组成。

在 Bush 发明了机械式的微分方程解算器后不久,Hazen 发明了一种电子装置来代替机械系统。当 Philbrick 发明了电子运算放大器后,电子模拟计算机完全取代了机械式的微分方程解算器。在第二次世界大战期间,模拟计算机被广泛用于航行和火炮的控制,也应用于连续系统的仿真。

1946 年, Pennsylvania 大学发明了数字计算机。这个数字计算机由电子数字积分器和计算器组成,它有很高的计算精度。由于这台数字计算机的强烈影响,模拟计算机开始减少。但是,这台数字计算机的计算速度较慢,这是由于各种计算工作必须按顺序完成。此后,计算机得到快速发展。现在很复杂的仿真问题都可用个人计算机(PC 机)来完成,数字计算机的并行处理能力更使仿真技术得到了前所未有的应用。

仿真算法是在 20 世纪五六十年代发展起来的。这些算法适合于控制系统设计工程师和电气工程师使用。这些算法容易使用,但是一般限于线性系统的仿真。

在 20 世纪 60 年代,发展了仿真语言。仿真语言使得用户不用去熟悉仿真算法,即可进行仿真工作。现在大多数仿真语言可直接把系统的方框图转变成仿真用的方程或直接进行仿真计算。

今天,仿真技术在我们的生活实践中扮演着越来越重要的角色。下面是仿真技术应用的几个重要方面。

1. 新的科学知识的获取

动态系统的计算机仿真不用通过关于系统的原始知识就可以获得对系统的新的了解。例如,有些复杂的不稳定系统,我们不能从系统内部元素和这些元素的内在关系推演出关于系统特性的结论。要想了解这类系统的特性,必须通过建立系统的数学模型,并在不同的条件下进行仿真实验,分析实验结果后方可获得该系统的知识。仿真技术也特别多的用于验证科学假说:用相应的程序语句能很容易表达计算科学假说的公式,然后进行仿真,把仿真结果与观测结果进行比较,即可得到假说正确与否的结论。

2. 系统管理手段的开发

计算机仿真能用于较好地管理现在的动态系统。在这种情况下,当仿真被管理的动态系统时,输入当前的实际数据,即可得到控制行动和控制效果。这种方法广泛用于化学反应堆

的控制过程。在农业领域，仿真技术也有广泛的应用。例如，植物中的氮和土壤里的水由于在土壤中的快速中和作用而发生快速的改变，甚至专家们也不可能从直觉中观察到这个变化。计算机仿真可以帮助人们以最理想的方法食用营养物。用随机抽样的方法通过对害虫的生长率的仿真，可以得出在正确的时候采取适当的对策，甚至可以不用农药就可以消灭害虫。在林业方面，通过调查比较造林面积和历史的环境影响，可以发展对经济有利的、生态平衡的植树、间树和伐树政策。在工业管理方面，仿真技术起着更重要的作用。近些年许多大中型企业都开发了经济管理和商业对策的公司模型，以便对企业、车间、部门等进行某一特定目标的仿真，获得较好的管理对策。

3. 发展计划的论证

城市发展规划、地区发展规划甚至一个国家发展的途径都可通过仿真进行研究论证。这方面的研究目的是为了在给定的条件下，得到一系列的规划中各项目的可能的行为结果，以便制定出可能的行动计划，去干预规划中项目的行为结果，并决定在恰当的时候改变发展规划。

4. 系统的开发

传统上，计算机仿真技术主要应用于这一领域。其主要原因是系统容易用流程图和参数精确定义，而且能根据系统内部的物理关系，用数学模型方便地描述。主要应用领域有：控制和优化技术；建筑和机器设备的振动；机械装置、飞机、轮船结构的稳定性和控制以及空气动力学、流体动力学问题；原子核和化学反应的过程和控制的仿真；计算机辅助设计。医学和药理学也应用仿真技术。例如，心律控制、透析设备的开发和通过身体不同器官衰变过程的调查而发展新的药物等。在这些项目中，计算机仿真可以帮助人们找到一种有前途的安全的答案，从而可以在新药或新型医疗设备被制造和投放市场之前，就消除了它们对人类的威胁和冒险性。

仿真技术在火电厂中的应用已有相当长的历史。它主要应用于新型控制系统的设计、控制器参数的优化、运行人员的操作培训、电厂中的事故分析、优化运行规程等。关于这方面内容，在本书的后续章节中将有详尽的论述。

第 2 章 控制系统的数学模型

火电厂中的控制系统是连续系统，其状态变化在时间上是连续的，我们可以用常微分方程、偏微分方程、差分方程来描述系统模型。

2.1 连续系统数学模型的一般描述

【例 2.1】 有一力学系统，如图 2.1 所示，设其外作用力为 F ，输出位移为 x ，系统质量为 m ，阻尼器的阻尼系数为 f ，弹簧的弹性系数为 k ，求系统的数学模型。

解 根据牛顿定律，有

$$\left. \begin{aligned} m \frac{dv}{dt} + fv + kx &= F \\ \frac{dx}{dt} &= v \end{aligned} \right\} \quad (2-1)$$

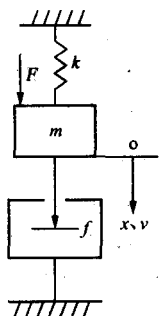


图 2.1 力学系统图

式 (2-1) 即为图 2.1 所示力学系统的状态方程（空间）表示法，其状态变量为 v 和 x 。

把式 (2-1) 改写成

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + kx = F \quad (2-2)$$

式 (2-2) 即为该系统的微分方程表示法。

对式 (2-2) 取拉氏变换，可得

$$s^2 mx(s) + sfx(s) + kx(s) = F(s)$$

经整理，得

$$\frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + fs + k} \quad (2-3)$$

式 (2-3) 即为图 2.1 所示力学系统的传递函数表示法。

下面是连续系统数学模型常用的描述方法。

1. 微分方程描述

一般的单输入/单输出连续系统可用如下微分方程描述

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y \\ = b_n \frac{d^n u}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \cdots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u \end{aligned} \quad (2-4)$$

式中: y 为系统的输出量; u 为系统的输入量。

2. 传递函数描述

一般单输入/单输出连续系统也可用传递函数表示为

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2-5)$$

式中: $Y(s)$ 为系统输出量 $y(t)$ 的拉氏变换; $U(s)$ 为系统输入量 $u(t)$ 的拉氏变换。

3. 状态方程描述

微分方程和传递函数只描述了系统输入与输出之间的关系, 而没有描述系统内部的情况, 所以这些模型称为外部模型。从仿真的角度来看, 为在计算机上对系统的模型进行实验, 就要在计算机上复现这个模型。有时, 仅仅实现系统输入与输出之间的关系是不够的, 还必须复现模型的内部变量, 即状态变量, 因此, 要求采用系统内部模型, 即状态空间模型。单输入/单输出系统的状态向量微分方程 (简称状态方程) 为

$$\dot{X} = AX + BU \quad (2-6)$$

用向量形式表示系统的输出则为

$$Y = CX + DU \quad (2-7)$$

其中, 式 (2-6)、式 (2-7) 的系数矩阵 A 、 B 、 C 、 D 分别为

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$C = [c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_n] \quad D = \text{常数}$$

4. 差分方程描述

假定一个系统的输入量、输出量及其内部状态量是时间的离散函数, 即为一时间序列: $\{u(kT)\}$ 、 $\{Y(kT)\}$ 、 $\{x(kT)\}$, 其中 T 为离散时间间隔, 那么可以用离散时间模型来描述它。

差分方程的一般表达形式为

$$\begin{aligned} & a_n y[(k+n)T] + a_{n-1} y[(k+n-1)T] + \cdots + a_1 y[(k+1)T] + a_0 y[kT] \\ & = b_n u[(k+n)T] + b_{n-1} u[(k+n-1)T] + \cdots + b_1 u[(k+1)T] + b_0 u[kT] \end{aligned} \quad (2-8)$$

5. Z 传递函数描述

若系统的初始条件均为零, 对式 (2-8) 两边取 Z 变换, 则可得到系统的 Z 传递函数描述形式

$$\frac{Z(z)}{U(z)} = \frac{b_n z^n + b_{n-1} z^{n-1} + \cdots + b_1 z + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \cdots + a_1 z + a_0} \quad (2-9)$$

式中: $Y(z)$ 为系统输出量 $y[kT]$ 的 Z 变换; $U(z)$ 为系统输入量 $u(kT)$ 的 Z 变换。

2.2 采样控制系统的数学模型

在控制系统中，除连续系统外，还有一类采样系统即采样控制系统。在这样的动态系统中，系统中的一个或多个变量仅在采样的瞬间变化，其数学模型为差分方程或离散状态方程。随着数字计算机的发展，采样控制系统得到了广泛应用。

采样控制系统的控制器有两种类型，即模拟式控制器和数字式控制器，其对应的控制系统方框图如图 2.2 所示。带数字控制器的采样系统又称为数字控制系统，它具有适应性强并能实现各种复杂控制（如预测控制、自适应控制等）的优点，因而受到人们普遍的重视，并已得到了广泛的应用。

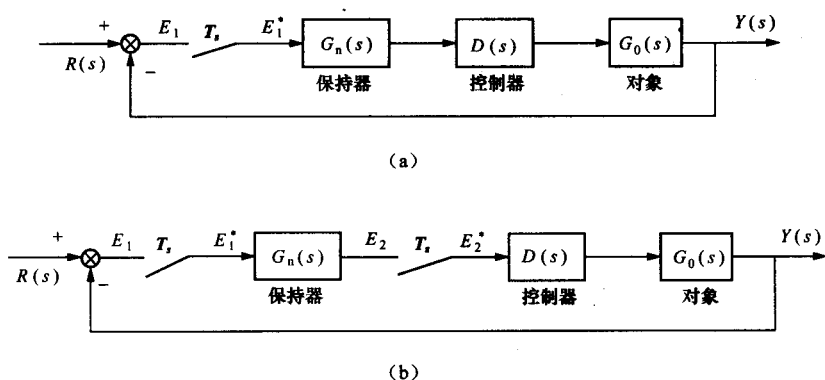


图 2.2 典型的采样控制系统框图

(a) 有模拟式控制器的系统；(b) 有数字式控制器的系统

这类系统的对象部分的模型与前一节讲述的连续系统的模型相同，可用式 (2-4) ~ 式 (2-7) 来描述。这类系统的控制器部分（模拟式与连续系统相同）一般是用差分方程或 Z 传递函数来描述的，其格式与式 (2-8) 和式 (2-9) 相同。

因此采样系统数学模型的描述形式与连续系统并没有什么两样。差别仅在于连续系统中的差分方程的差分点（采样点）之间实际上是有数据的，而采样系统模型则不然，其采样点之间没有数据。

2.3 非线性系统的数学模型

连续系统包括线性系统与非线性系统。前一节所讨论的连续系统数学模型的描述方法对一切线性连续系统都是适用的，但对于某些非线性连续系统则不尽然。

在仿真中遇到的非线性系统通常有两种，即硬非线性和软非线性系统。软的非线性系统可由非线性微分方程式来描述，硬的非线性系统则不能用一个方程来描述。

表 2.1 与表 2.2 列举了几个软、硬非线性元件的例子及描述方程式。

表 2.1

软非线性元件的例子及描述式

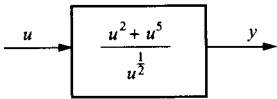
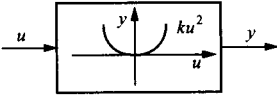
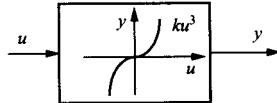
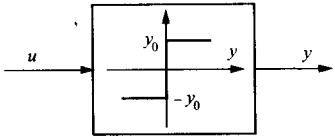
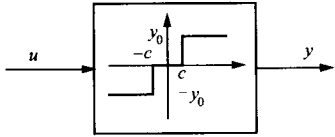
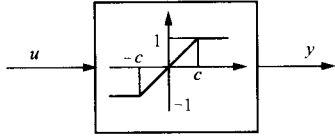
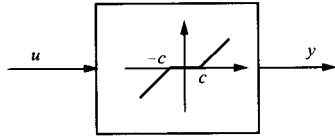
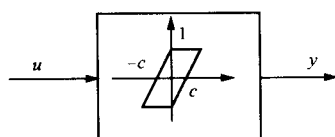
框 图	方 程 式
	$y = \frac{u^2 + u^5}{\sqrt{u}}$
	$y = ku^2$
	$y = ku^3$

表 2.2

硬非线性元件的例子及描述式

框 图	普通名称	方 程 式
	继电器	$y = \begin{cases} -y_0 & u < 0 \\ y_0 & u \geq 0 \end{cases}$
	具有不灵敏区的继电器	$y = \begin{cases} y_0 & u \geq c \\ 0 & -c < u < c \\ -y_0 & u \leq -c \end{cases}$
	限幅器	$y = \begin{cases} c & u > c \\ u & u \leq c \\ -c & u < -c \end{cases}$
	不灵敏区	$y = \begin{cases} u - c & u > c \\ 0 & u \leq c \\ u + c & u < -c \end{cases}$
	齿轮间隙	$y = \begin{cases} u - c & u - u^0 > 0 \text{ 且 } y^0 \leq u - c \\ u + c & u - u^0 > 0 \text{ 且 } y^0 \leq u - c \\ y^0 & \text{其他} \end{cases}$ 其中: u^0 为前一微小时刻的输入, y^0 为前一微小时刻输出

软的非线性系统常用如下的一阶微分方程组表示

$$\dot{X}(t) = f(X, U, t) \quad (2-10)$$