高等教育“十一五”规划教材

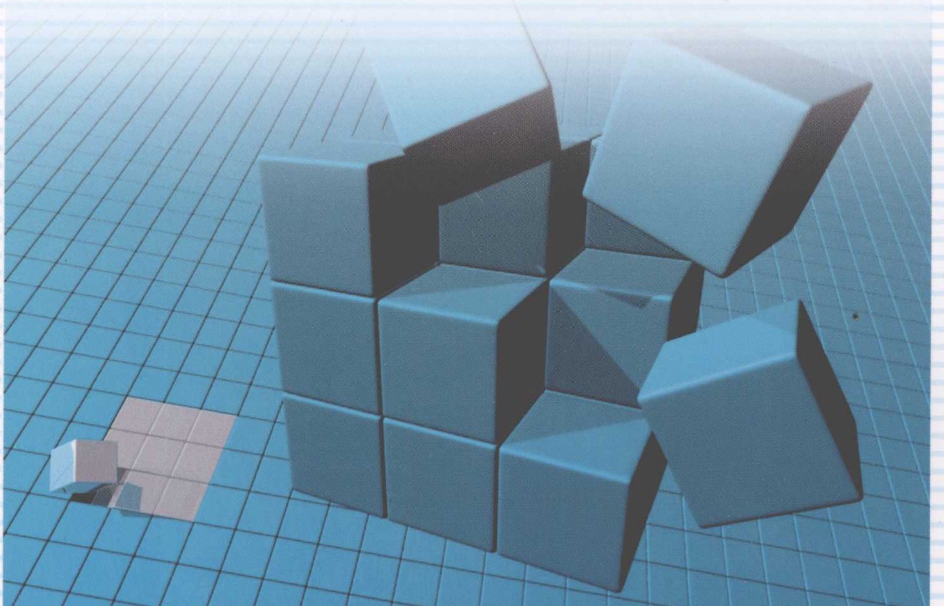
公共课教材系列

高等数学

（上册）

孙晓梅◎主编

郝祥晖 董儒贞 张 驿◎副主编



科学出版社
www.sciencep.com

高等教育“十一五”规划教材

公共课教材系列

高等数学

（上册）

孙晓梅　主编

郝祥晖　董儒贞　张　驿　副主编

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是中国科学院普通高等教育“十一五”部级规划教材，是根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，结合作者多年的教学实践并吸收、学习同行的先进经验编写的. 书中配有大量的例题、习题，难易程度适中，符合国家对高职高专学生培养目标的要求.

本书分为上、下两册. 上册共八章，内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值及导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、向量与空间解析几何. 书末附有习题答案与提示.

本书的编写在保持结构完整的基础上，尽量通俗简易化，例题较多，便于自学. 本书适用于高等职业学校、高等专科学校、职业技术学院工科各专业的数学课程使用，也可作为各类技术人员及学生的自学教材.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(上册)/孙晓梅主编. —北京：科学出版社，2007
(高等教育“十一五”规划教材 公共课教材系列)
ISBN 978-7-03-019546-3

Ⅰ.高… Ⅱ.孙… Ⅲ.①高等数学-高等学校②技术学校-教材
Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 119914 号

责任编辑：王 彦 赵卫江 / 责任校对：柏连海
责任印制：吕春珉 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2007 年 8 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2007 年 8 月第一次印刷 印张：12 1/2
印数：1—3 000 字数：285 000

定价：30.00 元(上下册)

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)
销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62147541 (VP04)

本书编写人员

主　　编	孙晓梅		
副主编	郝祥晖	董儒贞	张　驿
参　　编	李文清	汪俭彬	王志伟
	李坤花		

前　言

随着我国高等教育事业的蓬勃发展和教育改革的不断深入，高等教育对基础课提出了一系列新的要求.特别在高职高专教育中高等数学课程的教学始终面临着教学任务多与教学学时少的矛盾.如何解决这对矛盾，使高职高专学生在高等数学课程的学习中，既做到"够用为度"，为后续的专业课程打下坚实的基础，又使得学生能够很好地应用数学方法解决实际问题，做到"以应用为目的"，提高学生的应用能力.这些都涉及到教材基本内容的建设.因此，教材改革作为教育改革的基本内容，愈来愈受到广大教育工作者的关注.

本书是中国科学院普通高等教育"十一五"部级规划教材，是根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，结合作者多年的教学实践，并在教学改革的一些措施、成果的基础上进行编写的.在编写过程中，充分结合社会对知识、能力结构要求的变化，对教材的总体结构设计进行优化，突出重点和难点，精选基础、核心的内容，力图使本书达到以下几个特点：

1. 注重基本理论、基本知识的介绍和基本技能的训练，引进概念力求自然，尽量简洁明了，书中配有较多的典型例题，使读者有更多的解题训练机会，以培养分析和解决问题的能力.

2. 强调数学概念与实际问题的联系，充实了微积分在几何、物理、经济等方面的应用.尽量吸收本学科新的、比较成熟的研究成果，力求做到使内容深入浅出，通俗易懂.

3. 适度淡化了深奥的数学理论，代之以几何意义的说明、理解.

4. 各章配有相当数量的例题和练习题，题目由浅入深，题型多样化.适合各层次的读者和学生进行练习，也适合学生进行专升本入学考试的复习.

5. 带 * 号部分可根据相关专业的需要进行选学.建议本课程的基本教学时数不少于130学时.

全书分上下两册，内容包括一元函数微分学、一元函数积分学、常微分方程、空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学及无穷级数、线性代数简介.

本书可作为高等职业学校、高等专科学校、成人高等学校工科类各专业高等数学教材，也可供从事科研工作的工程技术人员参考.

参加本书编写的有郑州工程学院孙晓梅(第3章、第7章)；济源职业技术学院郝祥晖(第13章)；郑州工程学院董儒贞(第1章、第9章)；郑州工程学院张驿(第8章、第11

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

章);郑州工程学院李文清(第 4 章、第 12 章);济源职业技术学院汪俭彬(第 5 章、第 6 章);郑州工程学院王志伟(第 10 章);济源职业技术学院李坤花(第 2 章). 全书的结构安排、统稿、定稿由孙晓梅承担.

郑州防空兵指挥学院的袁书才副教授承担了本书的审稿工作,并对本书的编写提出了许多宝贵的建议. 在此我们深表感谢.

限于编者水平,同时编写时间也比较仓促,本书难免有不足之处,希望广大读者提出批评和指正.

目　　录

第1章　函　　数

函数是刻画运动变化中变量相依关系的数学模型，在中学里我们已经学过有关函数的基本知识.但微积分是从研究函数开始的，为了以后更好地学习高等数学，有必要将有关的内容系统地复习一下.

1.1　函数的概念与性质

1.1.1　函数的概念

1. 函数的定义

定义 1.1　设有 x 和 y 两个变量，若当变量 x 在给定的数集 D 内任意取定一个数值时，变量 y 按照一定的对应法则 f 总有确定的数值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记作：$y=f(x)$. 数集 D 称为这个函数的定义域，数集 $M=\{y \mid y=f(x), x\in D\}$ 称为函数的值域. x 称为自变量，y 称为因变量.

如果对于自变量 x 的某个确定的值 x_0，因变量 y 能够得到一个确定的值，那么就称函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处有定义，其因变量的值或函数 $y=f(x)$ 的函数值记为 $f(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$.

xOy 坐标系内点的轨迹 $\{(x,y) \mid y=f(x), x\in D\}$ 称为函数 $y=f(x)$ 的图形.

对于在同一问题中的不同函数关系，为了区别清楚起见，要用不同的函数记号来表示这些函数，如 $F(x)$，$G(x)$，$g(x)$ 等.

有时会遇到给定 x 值，对应的 y 值有多个的情形，为了叙述方便称之为多值函数.若 y 值唯一，称之为单值函数.对于多值的情形，我们可以限制 y 的值域使之成为单值再进行研究.

例 1.1　设 $f(x)=2x^2-3$，求 $f(0)$，$f(2)$，$f(-1)$，$f(x_0)$，$f\left(\dfrac{1}{a}\right)$.

解　$f(0)=-3$，$f(2)=5$，$f(-1)=-1$，$f(x_0)=2x_0^2-3$，$f\left(\dfrac{1}{a}\right)=\dfrac{2}{a^2}-3$.

例 1.2　设 $f(x+3)=\dfrac{x+1}{x+2}$，求 $f(x)$.

解　$f(x+3)=\dfrac{x+1}{x+2}=\dfrac{(x+3)-2}{(x+3)-1}$，所以 $f(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$.

应当指出，在实际应用中有些函数在定义域的不同范围内用不同解析式表示，例如：函数

$$f(x)=\begin{cases}2x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$$

这样的函数称为分段函数. 对分段函数求函数值时,应把自变量的值代入相应范围的表达式中去计算.

例 1.3 设 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x, & 0\leqslant x<1\\ x, & 1\leqslant x<2\\ x^2-6x+\frac{19}{2}, & 2\leqslant x<4\end{cases}$

求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$,$f(1)$,$f(3)$.

解 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$,$f(1)=1$,$f(3)=9-18+\frac{19}{2}=\frac{1}{2}$.

2. *函数的两个要素*

由函数的定义可以知道,当函数的定义域和函数的对应关系确定以后,这个函数就完全确定了. 因此,常把函数的定义域和函数的对应关系叫做确定函数的两个要素. 两个函数只有当它们的定义域和对应关系完全相同时,这两个函数才被认为是完全相同的. 例如:$f(x)=1,x\in R$ 与 $g(x)=1,x\in R\backslash\{0\}$ 是不相同的,因为这两个函数虽然对应法则相同,但定义域不同;而 $\varphi(x)=|x|,x\in R$ 与 $\psi(x)=\sqrt{x^2},x\in R$ 是相同的,因为尽管它们对应法则的表达形式不同,但本质相同,且定义域也相同.

3. *函数定义域的求法*

函数的定义域是确定函数的要素之一,在研究函数时,只有在函数定义域内进行研究才是有意义的. 在实际问题中,函数的定义域是根据所研究的问题的实际意义来确定的. 对于一般的数学式子表示的函数,若不考虑其实际意义,则函数的定义域就是指能使这个式子有意义的所有实数组成的集合.

例 1.4 求下列函数的定义域:

(1) $f(x)=\sqrt{4-x^2}+\frac{1}{x-1}$; (2) $f(x)=\lg(1-x)+\sqrt{x+2}$.

解 (1)由于 $\begin{cases}4-x^2\geqslant 0\\ x-1\neq 0\end{cases}$ 成立时,函数有意义,解得 $-2\leqslant x\leqslant 2$ 且 $x\neq 1$,即函数的定义域为 $[-2,1)\cup(1,2]$;

(2)由于 $\begin{cases}1-x>0\\ x+2>0\end{cases}$ 成立时,函数有意义,解得 $-2<x<1$,即函数的定义域为 $(-2,1)$.

4. *函数的表示方法*

函数的表示方法有:解析法(公式法),列表法(略),图像法(略),描述法.

有些函数无法用解析法、列表法、图像法来表示,只能用语言来描述. 例如:

$$D(x)=\begin{cases}1, & \text{当 } x \text{ 为有理数}\\ 0, & \text{当 } x \text{ 为无理数}\end{cases}$$

例 1.5 一下水道的截面是矩形加半圆形(图 1-1),截面积为 A,A 是一常量.这常量取决于预定的排水量.设截面的周长为 s,底宽为 x,试建立 s 与 x 的函数模型.

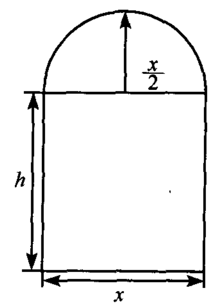


图 1-1

解 设矩形高为 h,根据等量关系得到关系式

$$s = x + 2h + \frac{1}{2}\pi x \qquad ①$$

根据题中所给限制条件——截面积为 A,建立 x 与 h 的关系

$$A = xh + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2$$

即

$$h = \frac{A}{x} - \frac{1}{8}\pi x \qquad ②$$

将②式代入①式得

$$s = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)x + \frac{2A}{x} \qquad (x > 0)$$

此式即为我们所要找的周长与底宽 x 的函数模型.

1.1.2 反函数

在函数 $y=f(x)$ 中把 x 叫做自变量,y 叫做因变量.但需要指出的是,自变量与因变量的地位并不是绝对的,而是相对的,有时我们不仅要研究 y 随 x 的变化状况,也要研究 x 随 y 的变化状况.对此,我们引入反函数的概念.

定义 1.2 设函数 $y=f(x)$,其定义域为 D,值域为 M.如果对于 M 中的每一个 $y(y\in M)$ 的值,都可以从关系式 $y=f(x)$ 确定唯一的 $x(x\in D)$ 值与之对应,这样就确定了一个以 y 为自变量的函数,记为 $x=\varphi(y)$ 或 $x=f^{-1}(y)$,这个函数就叫做函数 $y=f(x)$ 的反函数,它的定义域为 M,值域为 D.习惯上用 x 表示自变量,y 表示因变量,因此函数 $y=f(x)$ 的反函数可表示为 $y=f^{-1}(x)$.函数 $y=f(x)$ 的图像与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

需要注意的是:并不是任何函数都有反函数,从映射的观点看,函数 f 有反函数,意味着 f 是 D 与 $f(D)$ 之间的一个一一映射,称 f^{-1} 为映射 f 的逆映射,它把 $f(D)$ 映射为 D.

求反函数的一般步骤是:从 $y=f(x)$ 中解出 x,得到 $x=f^{-1}(y)$,再将 x,y 互换,则 $y=f^{-1}(x)$ 就是 $y=f(x)$ 的反函数.

例 1.6 求 $y=\sqrt{1-x^2}$,$x\in[-1,0]$ 的反函数.

解 由 $y=\sqrt{1-x^2}$ 得 $x^2+y^2=1$,由于 $x\in[-1,0]$,所以 $x=-\sqrt{1-y^2}$,互换 x,y,得 $y=-\sqrt{1-x^2}$ 即为所求的反函数.

1.1.3 函数的几种特性

1. 函数的单调性

如果对于区间 (a,b) 内的任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,总有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

函数 $f(x)$在(a,b)内单调增加;当 $x_1<x_2$ 时,总有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在(a,b)内单调减少. 区间(a,b)称为单调区间.

上述定义也适用于其它有限区间和无限区间的情形.

2. 函数的奇偶性

设函数 $y=f(x)$的定义域 D 关于原点对称,如果对于任何 $x\in D$ 有 $f(x)=f(-x)$,则称函数 $f(x)$在 D 上是偶函数;如果有 $f(x)=-f(-x)$,则称函数 $f(x)$在 D 上是奇函数. 偶函数的图形关于 y 轴对称;奇函数的图形关于原点对称.

例 1.7 判断 $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x},x\in(-1,1)$的奇偶性.

解 因为 $f(-x)=\lg\dfrac{1+x}{1-x}=\lg\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{-1}=-\lg\dfrac{1-x}{1+x}$

所以 $f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$在$(-1,1)$区间内是奇函数.

3. 函数的有界性

如果对属于某一区间 I 的任何 x 的值总有$|f(x)|\leqslant M$ 成立,其中 M 是一个与 x 无关的常数,那末我们称函数 $f(x)$在区间 I 内有界;否则称为无界.

一个函数,如果在它的定义域内有界,则称为有界函数;否则称之为无界函数. 有界函数的图形必位于两条直线 $y=M$ 与 $y=-M$ 之间. 如 $y=\sin x$ 是有界函数,因为在它的定义域$(-\infty,+\infty)$内有$|\sin x|\leqslant 1$.

要注意的是有可能出现以下情况:函数在其定义域上的某一部分是有界的,而在另一部分是无界的,因此,讲一个函数是有界的或无界的,必须指出其相应的范围.

4. 函数的周期性

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$在数集 D 上有定义,若存在一正数 T,对于任何 $x\in D$ 且 $x+T\in D$,都有 $f(x+T)=f(x)$,则称函数 $y=f(x)$是周期函数,T 称为周期. 若周期函数存在最小正周期,则称此最小正周期为基本周期,简称周期.

例如,$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的周期是 $T=\dfrac{2\pi}{|\omega|}$,$y=A\tan(\omega x+\varphi)$的周期是 $T=\dfrac{\pi}{|\omega|}$.

思考题

1. 确定一个函数需要哪些基本要素?
2. 函数的几种特性的几何意义是什么?

1.2 初等函数

微积分研究的对象是函数,实际上所研究的函数主要是初等函数. 而初等函数是由基本初等函数所构成的.

1.2.1　基本初等函数

我们学过的常量函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数统称为基本初等函数.

1. 常量函数

函数 $y=C$(C 为常数)称为常量函数. $x\in R$, $y\in\{C\}$. 图像为平行于 x 轴的一条直线,与 x 轴的距离为 $|C|$,见图 1-2.

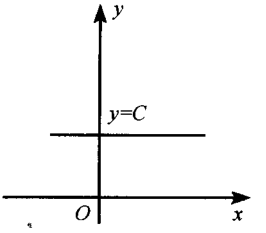


图 1-2

2. 幂函数

函数 $y=x^{\mu}$(μ 为实常数)称为幂函数. 定义域与值域随 μ 的不同而不同,但不论 μ 取什么值,函数在$(0,+\infty)$内总有定义. 常用的几个幂函数的图像如图 1-3 所示.

3. 指数函数

函数 $y=a^x$($a>0$, $a\neq1$)称为指数函数. $x\in(-\infty,+\infty)$, $y\in(0,+\infty)$. $a>1$ 时, $y=a^x$ 单调增加, $0<a<1$ 时, $y=a^x$ 单调减少,见图 1-4.

以常数 e=2.7182818…为底的指数函数 $y=e^x$ 是工程技术中常用的指数函数.

4. 对数函数

指数函数 $y=a^x$ 的反函数 $y=\log_a x$($a>0$, $a\neq1$)称为对数函数. $x\in(0,+\infty)$, $y\in(-\infty,+\infty)$. $a>1$ 时, $y=\log_a x$ 单调增加, $0<a<1$ 时, $y=\log_a x$ 单调减少,见图 1-5.

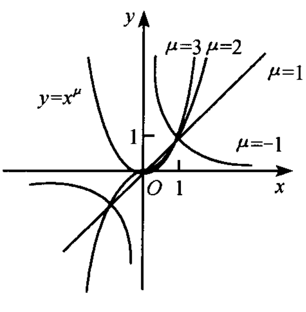


图 1-3

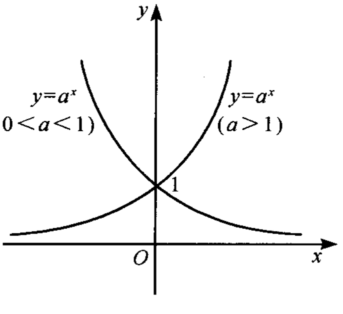


图 1-4

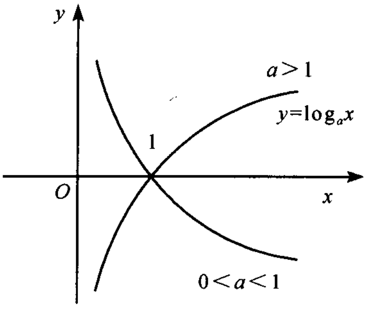


图 1-5

以常数 e 为底的对数函数,称为自然对数函数,记为 $y=\ln x$,也是工程技术中常用的对数函数.

5. 三角函数

三角函数有如下六种:

(1) 正弦函数 $y=\sin x, x\in(-\infty,+\infty), y\in[-1,1]$. $y=\sin x$ 是有界的奇函数，且为周期函数，其周期为 2π，在 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少 $(k\in Z)$，见图 1-6.

(2) 余弦函数 $y=\cos x, x\in(-\infty,+\infty), y\in[-1,1]$. $y=\cos x$ 是有界的偶函数，且为周期函数，其周期为 2π，在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少，在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加 $(k\in Z)$，见图 1-7.

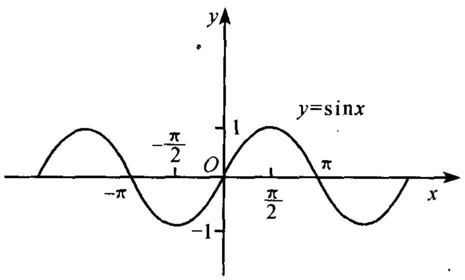


图 1-6

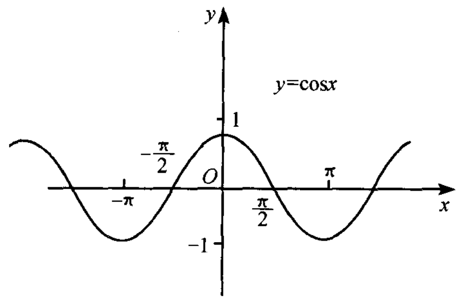


图 1-7

(3) 正切函数 $y=\tan x, x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z), y\in(-\infty,+\infty)$, $y=\tan x$ 是奇函数，周期为 π，在 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加 $(k\in Z)$，见图 1-8.

(4) 余切函数 $y=\cot x, x\neq k\pi(k\in Z), y\in(-\infty,+\infty)$, $y=\cot x$ 也是奇函数，周期为 π，在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少 $(k\in Z)$，见图 1-9.

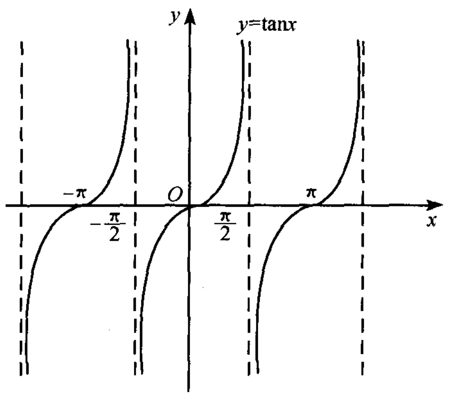


图 1-8

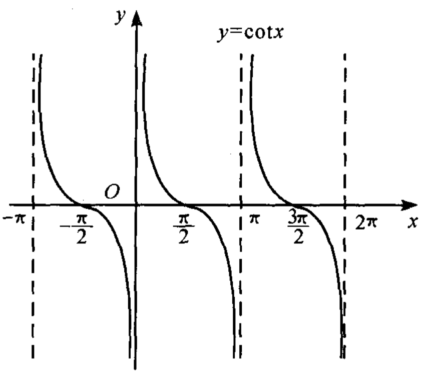


图 1-9

(5) 正割函数 $y=\sec x=\dfrac{1}{\cos x}$.

(6) 余割函数 $y=\csc x=\dfrac{1}{\sin x}$.

6. 反三角函数

三角函数的反函数称为反三角函数. 由于三角函数不是一一对应关系,故而将三角函数的定义域限定在某一区间,就得到以下常用的四种反三角函数.

(1) 反正弦函数 $y=\arcsin x, x\in[-1,1], y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$,奇函数,单调增加,有界(图 1-10).

(2) 反余弦函数 $y=\arccos x, x\in[-1,1], y\in[0,\pi]$,单调减少,有界(图 1-11).

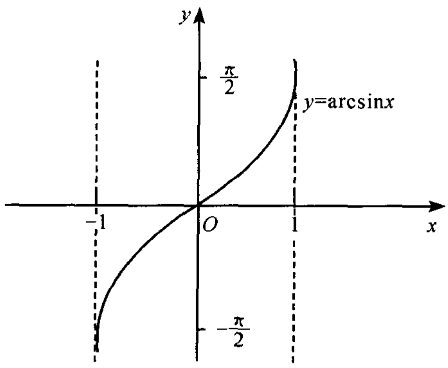


图 1-10

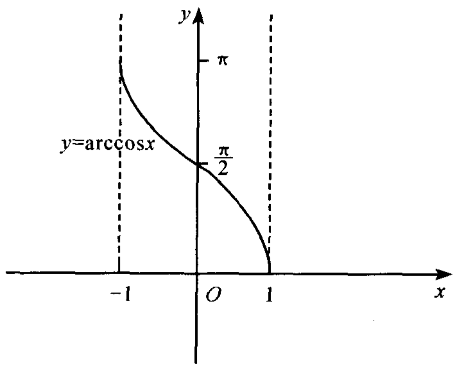


图 1-11

(3) 反正切函数 $y=\arctan x, x\in[-\infty,+\infty], y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$,奇函数,单调增加,有界(图 1-12).

(4) 反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x, x\in[-\infty,+\infty], y\in(0,\pi)$,单调减少,有界(图 1-13).

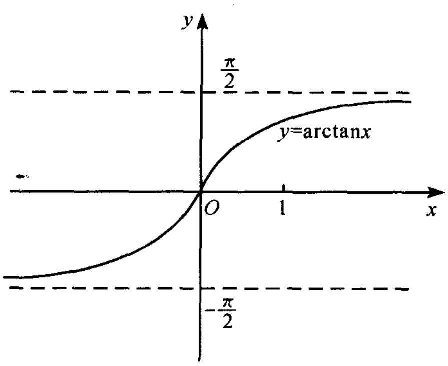


图 1-12

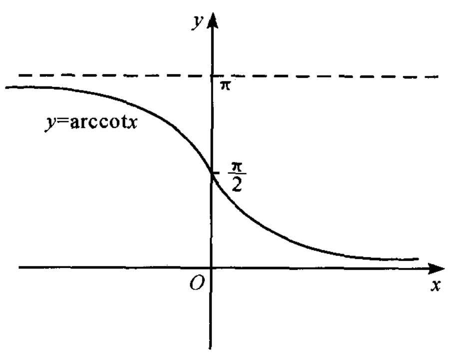


图 1-13

1.2.2 复合函数

定义 1.4 设函数 $y=f(u)$的定义域为 D_1,函数 $u=\varphi(x)$的定义域为 D,值域为 M,

且对于 D 内任意一点 x，有确定的值 $u=\varphi(x)$ 与之对应，若 $u=\varphi(x)\in M\cap D_1$ 非空，又有确定的值 y 与之对应，这样就确定了一个新函数，此函数称为 $y=f(u)$ 与 $u=\varphi(x)$ 构成的复合函数，记为 $y=f[\varphi(x)]$.

为了研究的方便，往往把一个比较复杂的函数分解成几个比较简单的函数的复合. 要把复合函数分解好，必须把基本初等函数的形式记牢. 复合函数的复合过程是由内层到外层，而分解过程是由外层到内层. 例如：

$$y=\mathrm{e}^{\arctan\sqrt{x^2+1}}\leftrightarrow y=\mathrm{e}^u,\quad u=\arctan v,\quad v=\sqrt{w},\quad w=x^2+1$$

（由左到右为分解过程，由右到左为复合过程.）

例 1.8 将下列复合函数分解成基本初等函数或简单函数.

(1) $y=\sin^2\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$； (2) $y=\ln(\tan\mathrm{e}^{x^2+2\sin x})$.

解 (1) 最外层是二次幂函数，即 $y=u^2$，次外层是正弦函数，即 $u=\sin v$，从外向里第三层是幂函数，即 $v=w^{-\frac{1}{2}}$，最里层是多项式函数，即 $w=x^2+1$，所以，分解得 $y=u^2$，$u=\sin v$，$v=w^{-\frac{1}{2}}$，$w=x^2+1$.

(2) 最外层是对数函数，即 $y=\ln u$，次外层是正切函数，即 $u=\tan v$，从外向里第三层是指数函数，即 $v=\mathrm{e}^w$，最里层是简单函数，即 $w=x^2+2\sin x$，所以，分解得 $y=\ln u$，$u=\tan v$，$v=\mathrm{e}^w$，$w=x^2+2\sin x$.

1.2.3 初等函数

定义 1.5 由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合运算所构成，并可用一个式子表示的函数，称为初等函数.

例如：$y=\sqrt{x^3}$，$y=2\sin x+\cos^2 x$，$y=\sin\dfrac{1}{x}$，$y=\log_a x+\dfrac{\mathrm{e}^{\sin\sqrt{x}}-1}{x^2}$，$y=\sin^2(3x+1)$，$y=\dfrac{\lg x+2\tan x}{10^x-1}$ 都是初等函数.

应当注意，函数 $y=\begin{cases}-x & x\leqslant 0\\ x & x>0\end{cases}$ 初看起来虽由两个式子表示，但是它也可用一个解析式 $y=|x|=\sqrt{x^2}$ 表示，所以它也是初等函数.

基本初等函数中的常数函数、幂函数、指数函数和正弦函数是最基本函数，因为一切初等函数都可以由这四个最基本的初等函数经过有限次的四则运算、复合或求反函数得到.

思考题

1. 任意两个函数是否都可以复合成一个复合函数？举例说明.

本章小结

本章属复习内容，主要有如下基本概念：函数，定义域，单调性，奇偶性，有界性，周期

性，分段函数，反函数，复合函数，基本初等函数，初等函数.

理解函数概念首先要明确它是变量间的制约关系，其次要能正确确定函数的定义域，理解函数符号 f 的含义. 进一步要掌握函数的几种特性，反函数的概念，分段函数的概念和求值方法，六类基本初等函数的性质和图像，复合函数和初等函数的概念.

习 题 1

1. 下列各题中，$f(x)$ 与 $g(x)$ 是否表示同一函数? 为什么?

(1) $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$; (2) $f(x)=x, g(x)=\sin(\arcsin x)$;

(3) $f(x)=x, g(x)=\dfrac{x^2}{x}$; (4) $f(x)=1, g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$.

2. 设 $f(x+1)=x^2+x+1$，求 $f(x)$.

3. 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{x^2-3x+2}$; (2) $y=\sqrt{\dfrac{x+1}{x^2-x-6}}$;

(3) $y=\sqrt{16-x^2}+\ln\sin x$; (4) $y=\dfrac{1}{\sqrt{3-x^2}}+\arcsin\left(\dfrac{x}{2}-1\right)$;

(5) $y=\sqrt{\lg\dfrac{5x-x^2}{4}}$; (6) $y=\dfrac{\lg(3-x)}{\sqrt{|x|-1}}$.

4. 设 $y=f(x), x\in[0,4]$，求 $f(x^2)$ 和 $f(x+5)+f(x-5)$ 的定义域.

5. 判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x)=x\sin x$; (2) $f(x)=\sin x-\cos x$;

(3) $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$.

6. 求下列函数的反函数：

(1) $y=\dfrac{1-x}{1+x}$; (2) $f(x)=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$.

7. 设 $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$，求 $f(f(x))$.

8. 如果 $y=u^2, u=\log_3 x$，将 y 表示成 x 的函数.

9. 如果 $y=u^2, u=\sin v, v=w^{-\frac{1}{2}}, w=x^2+1$，将 y 表示成 x 的函数.

10. 下列函数是由哪些简单函数复合而成的?

(1) $y=5^{(2x-1)^3}$; (2) $y=\sqrt{\log_a\left(\dfrac{1}{x^2}\right)}$;

(3) $y=3^{\tan^2 x}$; (4) $y=\sqrt[3]{(1+2x)^2}$;

(5) $y=e^{\sin x^2}$; (6) $y=\ln\tan e^{x^2+2\sin x}$.

11. 某工厂生产某产品，年产量为若干台，每台售价为 300 元，当年产量超过 600 台时，超过部分只能打 8 折出售，这样可出售 200 台，如果再多生产，则本年就销售不出去了，试写出本年的收益函数.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com